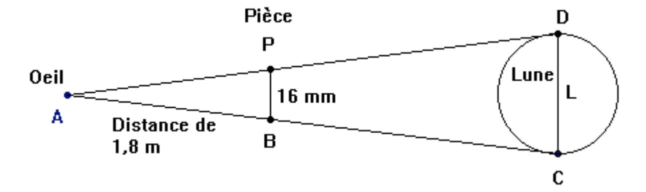
L'astronomie au temps des Grecs… et en classe de $3^{ème}$

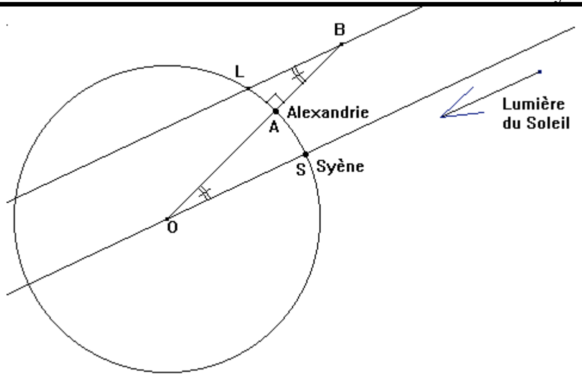
Activité n°1 : Calcul du diamètre apparent de la Lune



Thalès (–625 à –546 environ)
Lors d'une belle nuit étoilée, avec une Lune haute dans le ciel, on arrive à superposer une pièce de monnaie sur la Lune en visant consciencieusement et en la tenant à une distance de 1,8 m.
On suppose à ce moment que la pièce et l'axe de la Lune sont parallèles.

1a) Calculer la distance Terre-Lune en fonction du diamètre L de la Lune.

Activité n°2 : Calcul de la circonférence et du rayon de la Terre



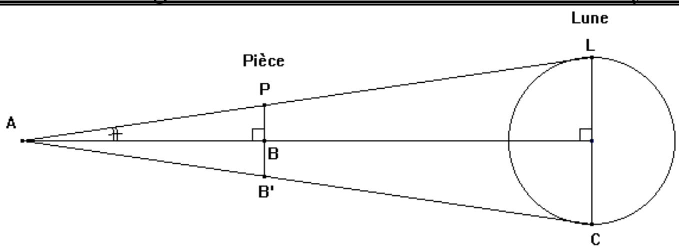
[AB] : Bâton d'Erathostène de 1,25 m de long
[AL] : Ombre portée par le bâton on mesure AL = 0,16 m

Eratosthène (–284 à –192 AVJC environ) est bibliothécaire à Alexandrie.
- Il a appris que les caravanes de chameaux mettent cinquante jours pour venir de Syène à Alexandrie. A 100 stades par jour en moyenne, il en déduit la distance entre les deux villes : 5000 stades, … soit environ 800 kilomètres.
- Eratosthène a lu qu'à SYENE, les rayons du Soleil tombent verticalement au fond d'un puits, le jour du Solstice d'Eté. Le même jour il a mesuré l'ombre de son bâton, posé verticalement devant sa bibliothèque à Alexandrie; il attribue la différence à la rotondité de la Terre.

Enfin, il suppose les rayons du lointain Soleil parallèles et le triangle BAL rectangle en A.

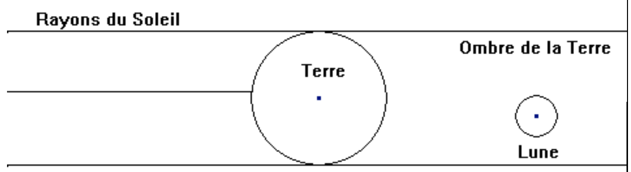
2a) D'après les mesures d'Eratosthène à Alexandrie, donner une valeur de l'angle $\widehat{ABL}$ au dixième près.
2b) Que peut-on dire des angles $\widehat{ABL}$ et $\widehat{AOS}$? Justifier par une démonstration.
2c) Connaissant la distance Alexandrie-Syène, calculer la circonférence de la Terre (choisir une unité appropriée).
2d) Calculer ainsi une valeur approchée au km près du rayon de la Terre.

Activité n°3 : Angle du diamètre lunaire et calcul du rayon de la Lune



En reprenant l'activité n°1, on a : AB = 1,8 m et PB' = 16 mm.
De plus, on considère que : B milieu de [PB'] et que le triangle PAB est isocèle en A.
3a) Calculer une valeur de l'angle $\widehat{PAB}$ et en déduire une valeur de l'angle lunaire $\widehat{LAC}$, arrondie au dixième
3b) Sachant que le cycle de la Lune est de 30 jours environ, en déduire le temps de parcours d'un diamètre de la Lune dans le ciel ?

Aristarque de Samos (–310 à –230 AVJC)
3c) Lors d'une éclipse de Lune d'une durée de deux heures, de combien de diamètre lunaire la Lune a-t-elle bougé ? Faire un schéma.



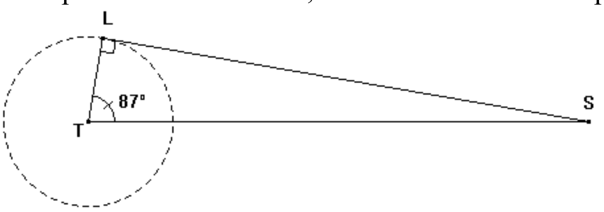
3d) En considérant les rayons du Soleil parallèles, estimer de combien de fois le diamètre de la Lune est plus petit que celui de la Terre.
3e) En déduire le rayon de la Lune est d'environ 2000 km en utilisant l'activité n°2.

Activité n°4 : Distance Terre-Lune

4a)Reprendre l'activité n°1 et calculer une valeur approchée de la distance Terre-Lune au temps des grecs.

Activité n°5 Et le Soleil ?

Aristarque de Samos s'aperçoit que la Lune a le même diamètre apparent que le Soleil. Or, lors d'une éclipse de Soleil, la Lune passe devant celui-ci, donc le Soleil est donc plus loin et donc plus gros.



Aristarque a une idée, lors d'un quartier de la Lune, le triangle TLS Terre, Lune, Soleil est rectangle en la Lune.
En visant, il trouve que l'angle STL est d'environ 87°.
5a)
Connaissant la distance Terre-Lune, en déduire une estimation de la distance Terre-Soleil.

L'astronomie au temps des Grecs… et en classe de 3ème – Une correction

Activité n°1 : Calcul du diamètre apparent de la Lune

1a) Calculer la distance Terre-Lune en fonction du diamètre L de la Lune.

•Dans le triangle ACD, on a : P∈[AD] et B∈[AC]. De plus les droites (BP) et (CD) sont parallèles.

•On applique le théorème de Thalès : Les longueurs des côtés des triangles ABP et ACD sont proportionnelles.

•On a l'égalité des trois rapports : $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CD} = \frac{AP}{AD}$ On choisit : $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CD}$ et on a :

$\frac{1{,}8}{AC} = \frac{16\times10^{-3}}{L}$ d'où : $1{,}8L = 16\times10^{-3}AC$ D'où finalement : $AC = \frac{1{,}8L}{16\times10^{-3}} = \frac{1{,}8\times10^{3}\ L}{16} = \frac{1800}{16}L = \frac{900}{8}L = 112{,}5\ L$

La distance Terre-Lune est de $\frac{900}{8}$ L soit 112,5 fois le diamètre de la Lune.

Activité n°2 : Calcul de la circonférence et du rayon de la Terre

2a)Dans le triangle ABL rectangle en A, on a : $\tan \widehat{ABL} = \frac{AL}{AB}$ soit encore : $\tan \widehat{ABL} = \frac{0{,}16}{1{,}25} = \frac{16}{125} = 0{,}128$

Ainsi, on obtient à l'aide de la calculatrice : $\widehat{ABL} = \tan^{-1}(0{,}128) \approx 7{,}294$

L'angle $\widehat{ABL}$ est d'environ 7,3 ° au dixième près.

2b) Les rayons du soleil sont supposés parallèles ainsi : (BL)//(OS). De plus, ces deux droites sont coupées par une sécante (OB).

Les angles alternes-internes formés par deux parallèes coupées par une sécantes sont de même mesure.

Les angles $\widehat{ABL}$ et $\widehat{AOS}$ sont donc de même mesure et on a : $\widehat{ABL} = \widehat{AOS} \approx 7{,}3°$.

2c) Soit C la circonférence de la Terre, on utilise un tableau de proportionalité suivant :

	Alexandrie-Syène	Tour de la Terre
Angle en degré	7,3	360
Distance en km	800	C

Ainsi, on a : $\frac{7{,}3}{800} = \frac{360}{C}$ soit encore : $7{,}3\ C = 800 \times 360$ soit finalement : $C = \frac{800\times360}{7{,}3} \approx 39452$

La circonférence de la Terre est d'environ 39 452 km.

2d) On utilise la formule de la circonférence d'un cercle : $C = 2\pi\times R$ On a donc :

$39\ 452 = 2\pi \times R$ soit encore : $R = \frac{39\ 452}{2\pi} \approx 6\ 278{,}9$

La rayon de la Terre est d'environ 6 279 km au km près.

Activité n°3 : Angle du diamètre lunaire et calcul du rayon de la Lune

3a) Dans le triangle PAB rectangle en B, on a : $\tan \widehat{PAB} = \frac{PB}{AB}$ soit encore : $\tan \widehat{PAB} = \frac{8\times10^{-3}}{1{,}8} \approx 4{,}44 \times 10^{-3}$

Ainsi, on obtient à l'aide de la calculatrice : $\widehat{PAB} = \tan^{-1}(4{,}44\times10^{-3}) \approx 0{,}252$ Finalement : $\widehat{LAC} = \widehat{2PAB} \approx 0{,}504$

L'angle lunaire $\widehat{LAC}$ est d'environ 0,5° au dixième près

3b) Soit t le temps de parcours d'un diamètre de Lune dans le ciel, on utilise un tableau de proportionalité suivant :

	Diamètre de Lune	Tour de la Terre
Temps de parcours en jours	t	30
Angle en degré	0,5	360

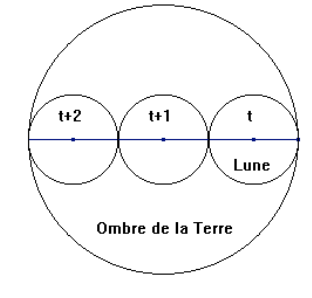
On obtient donc : $t = \frac{30\times0{,}5}{360} = \frac{3\times10\times0{,}5}{3\times12\times10} = \frac{0{,}5}{12} = \frac{1}{24}$ Le temps de parcours d'un diamètre lunaire est de $\frac{1}{24}$ de jour soit 1h.

3c) Lors d'une éclipse de Lune, d'une durée de deux heures, la Lune a donc bougé de deux diamètres lunaires (on considère que le début de l'éclipse commence et se fini lorsque les deux astres se « rencontrent »).

3d) La Lune bouge de deux diamètre lunaires, donc son diamètre rentre trois fois dans celui de la Terre ! Ainsi, la Lune est trois fois « plus petite » que la Terre du point de vue de son diamètre.

3e) Connaissan t le rayon de la Terre, on obtient :

$R_{Lune} = \frac{R_{Terre}}{3} \approx \frac{6\ 279}{3} \approx 2093$. Le rayon de la Lune est d'environ 2093 km.



Activité n°4 : Distance Terre-Lune

La distance Terre-Lune est environ 112,5 L soit : 112,5×2×2093 = 470 925 km.

Activité n°5 Et le Soleil ?

5a) Dans le triangle TLS rectangle en L, on a : $\cos \widehat{LTS} = \frac{TL}{TS}$, d'où on a : $\cos 87° = \frac{470\ 925}{TS}$

Il vient : $TS = \dfrac{470\ 925}{\cos 87°} \approx 8\ 998\ 115$.
La distance de la Terre au Soleil trouvée par Aristarque de Samos est donc d'environ 9 millions de km.
A l'époque l'angle $\widehat{LTS}$ ne pouvait pas être mesuré avec précision, en fait il mesure 89°51'. Cela explique l'imprécision du résultat.

<u>Quelques données actuelles :</u>

Distance Terre-Lune ≈ 384 000 km (Min : 356 400 km Max : 406 700 km) Distance Terre-Soleil ≈ 150 000 000 km	Rayon Terre ≈ 6378 km Rayon Lune ≈ 1738 km Diamètre pièce d'un centime d'euros = 16,25 mm