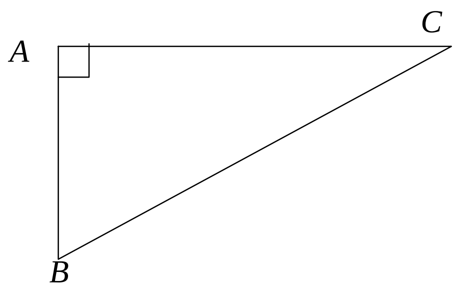
Relations trigonométriques dans le triangle rectangle

I - Rappel : cosinus d'un angle aigu

1) Vocabulaire :

Soit ABC un triangle rectangle en A.
Le côté opposé (face) à l'angle droit est l'hypoténuse. Ici c'est …



Si on s'intéresse à l'angle $\hat{B}$:
Le côté opposé à l'angle $\hat{B}$ est …
Le côté adjacent à l'angle $\hat{B}$ est …

Si on s'intéresse à l'angle $\hat{C}$:
Le côté opposé à l'angle $\hat{C}$ est …
Le côté adjacent à l'angle $\hat{C}$ est …

Remarque : $\hat{B} + \hat{C} = 90°$

2) Formule :

$$\cos \hat{B} = \frac{\textit{côté adjacent à } \hat{B}}{\textit{hypoténuse}} =$$

$$\cos \hat{C} = \frac{\textit{côté adjacent à } \hat{C}}{\textit{hypoténuse}} =$$

Remarque : Comme l'hypoténuse est le plus grand côté, le cosinus d'un angle est toujours plus petit que 1.

3) Exemples :

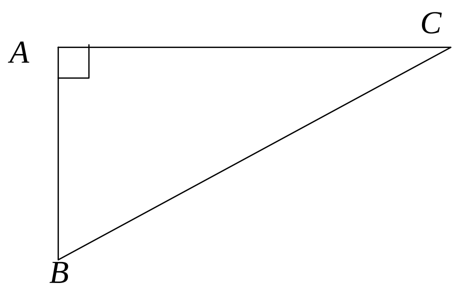
a) Soit EFG rectangle en E tel que $\hat{G}$ = 35° et FG = 5 cm. Calculer EG.
b) Soit STU rectangle en S tel que Û = 65° et US = 3 cm. Calculer UT.
c) Soit XYZ rectangle en X tel que XZ = 4 cm et YZ = 6 cm. Calculer $\hat{Z}$.

II - **Relations trigonométriques dans le triangle rectangle :**

1) Formules :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

$\cos\ \hat{B} = \dfrac{\textit{côté adjacent à } \hat{B}}{\textit{hypoténuse}} =$



$\sin\ \hat{B} = \dfrac{\textit{côté opposé à } \hat{B}}{\textit{hypoténuse}} =$

$\tan\ \hat{B} = \dfrac{\textit{côté opposé à } \hat{B}}{\textit{côté adjacent à } \hat{B}} =$

Remarque : Il y a un moyen pour se souvenir facilement de la formule :

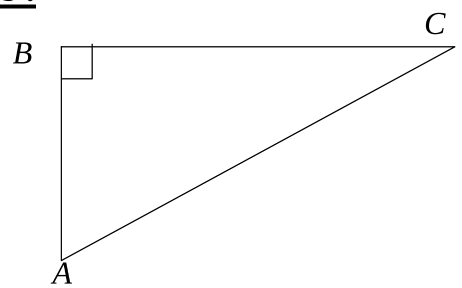
S O H	C A H	T O A
$\sin = \dfrac{\textit{opposé}}{\textit{hypoténuse}}$	$\cos = \dfrac{\textit{adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$	$\tan = \dfrac{\textit{opposé}}{\textit{adjacent}}$

2) Exemples (on donnera des valeurs approchées à 0,1 près) :

a) Soit IJK rectangle en K tel que IJ = 8 cm et Î = 50°. Calculer KJ.
b) Soit LMN rectangle en N tel que LN = 6,5 cm et NM = 3 cm.
   Calculer $\hat{M}$ puis $\hat{L}$.
c) Soit OPQ rectangle en O tel que OP = 5 cm et QP = 7 cm. Calculer $\hat{Q}$.

III - **Formules et valeurs remarquables :**

1) $(\cos \hat{A})^2 =$



$(\sin \hat{A})^2 =$

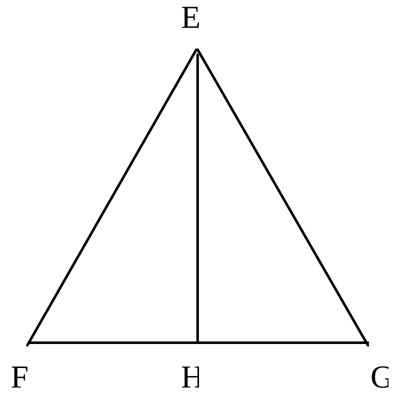
$(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 =$

Conclusion, quel que soit le nombre x :
$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

2) Valeurs remarquables :

a) Soit STU un triangle rectangle isocèle en S tel que ST = a.
Quelle est la mesure de l'angle $T\hat{U}S$?
En utilisant le théorème de Pythagore, calculer TU en fonction de a.
En déduire les valeurs exactes de cos 45° et sin 45°.

b) Soit EFG un triangle équilatéral de côté a et H le pied de la hauteur issue de E.
Quelles sont les mesures des angles $E\hat{F}H$ et $F\hat{E}H$?
Exprime en fonction de a les longueurs FH et EH.
Trouve les valeurs exactes de cos 30° ; cos 60° ; sin 30° et sin 60°.



Bilan :

Angle	30°	45°	60°
Cosinus			
Sinus			