Académies et années	Trigonométrie : calcul		Thèmes abordés				
	Angle	Longueur	Pythagore	Cercle	Thalès	Angle insc.	espace
Bordeaux 00		x		x			
Espagne 00		x	x		x		
Grenoble 00	x		x				x
Nancy 00	x			x		x	
Paris 00		x					
Grenoble 01	x				x	x	
Paris 01	x				x		
Nice 01	x		x				x

Exercice : Bordeaux 00 (première partie du problème) tableau thématique

$\boxed{\text{I}}$ 1- Tracer un segment [AB] tel que AB = 12.
Placer le point H du segment [AB] tel que AH = 1.
Tracer un demi-cercle de diamètre [AB] et la perpendiculaire en H à la droite (AB).
On désigne par C leur point d'intersection.

2- Quelle est la nature du triangle ABC ?

3- Exprimer de deux façons le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$; en déduire que AC = $2\sqrt{3}$.
Donner la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

Corrigé :

$\boxed{\text{I}}$

1/ Voir figure à la fin du corrigé.

2/ ABC est un triangle dont un des côté [AB] est un diamètre du cercle dans lequel il est inscrit, c'est donc un triangle rectangle.

3/ Dans le triangle ABC rectangle en C, cos $\widehat{BAC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AC}{12}$.

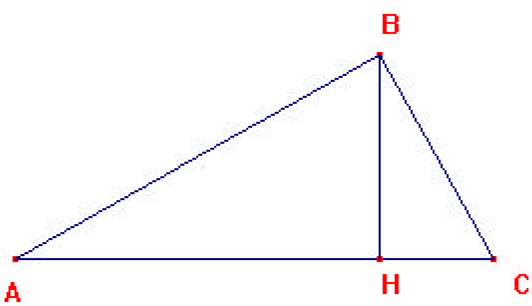
Dans le triangle AHC rectangle en H, cos $\widehat{BAC} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{1}{AC}$ ②.

Donc $\dfrac{AC}{12} = \dfrac{1}{AC}$ et AC×AC = 12×1 et AC^2 = 12. Finalement AC = $\sqrt{12} = \sqrt{4\times3} = 2\sqrt{3}$

De ②, on tire $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\dfrac{1}{2\sqrt{3}} \approx 73°$.

Exercice : Espagne 00 tableau thématique

La figure ci-dessous, donnée à titre indicatif, n'est pas en vraie grandeur.



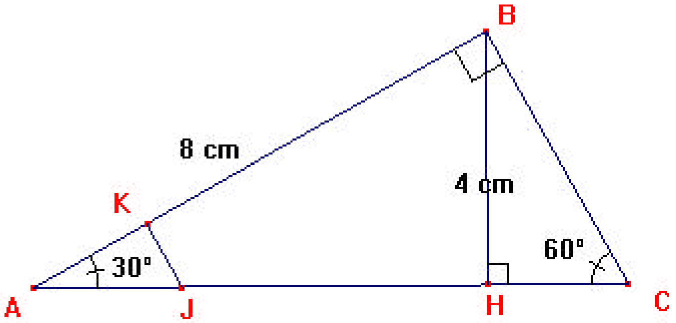
ABC est un triangle rectangle en B.
H est le pied de la hauteur issue de B.

On donne : AB= 8 cm
BH= 4 cm
$\widehat{BCA}$= 60°

1. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [AH], arrondie au mm.
2. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [HC], approchée à 0,1 prés par défaut.

Corrigé :

La figure ci-dessous, donnée à titre indicatif, n'est pas en vraie grandeur.



ABC est un triangle rectangle en B.
H est le pied de la hauteur issue de B.

On donne AB= 8 cm
BH= 4 cm
$\widehat{BCA} = 60°$

1. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [AH], arrondie au mm.
   Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABH rectangle en H donne :
   $AH^2=AB^2-BH^2$
   $AH^2= 64-16 =48$
   $AH = \sqrt{48}$ 6,9 cm à 1 mm prés
2. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [HC], approchée à 0,1 prés par défaut.
   Dans le triangle HBC rectangle en H, on a :
   $\text{Tan } \widehat{BCH} = \frac{BH}{CH}$
   $\text{Tan } 60° = \frac{4}{CH}$
   $CH = \frac{4}{\sqrt{3}} = 4\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2,3 cm à 0,1 cm prés par défaut.

1. Soit J le point du segment [AC] tel que $\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{4}$. La parallèle à la droite (BC) passant par J coupe le segment [AB] en K. Expliquer pourquoi AK=2 cm.
   - Les points A,K et B sont alignés, ainsi que les points A, J et C
   - (BC) // (KJ)

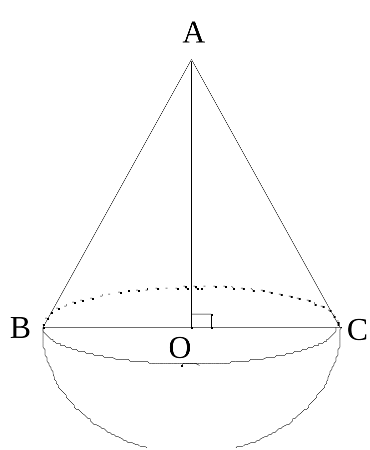
   le théorème de Thalès donne : $\frac{AK}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ or $\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{4}$ donc $\frac{AK}{AB}=\frac{1}{4}$

   ainsi $AK=\frac{1}{4}AB = \frac{1}{4}*8 = 2$ cm

<u>Exercice   :</u> Grenoble 00 tableau thématique

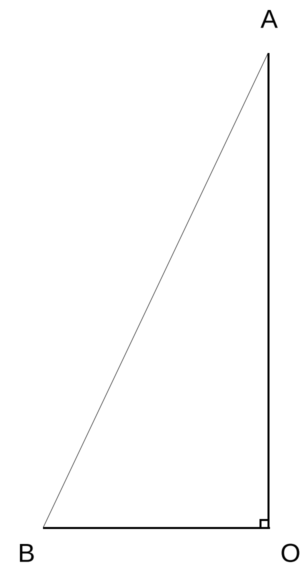
L'unité est le centimètre.

Un jouet a la forme d'une demi–boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure ci–contre.



1. a) Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.
   b) Calculer la valeur exacte de AO.
   c) Calcule la valeur exacte du sinus de l'angle $\widehat{BAO}$.
   En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAO}$ (on donnera le résultat arrondi au degré près).
2. Calculer le volume de ce jouet, cône et demi–boule réunis (on donnera le résultat arrondi au cm^3 près).

Corrigé :



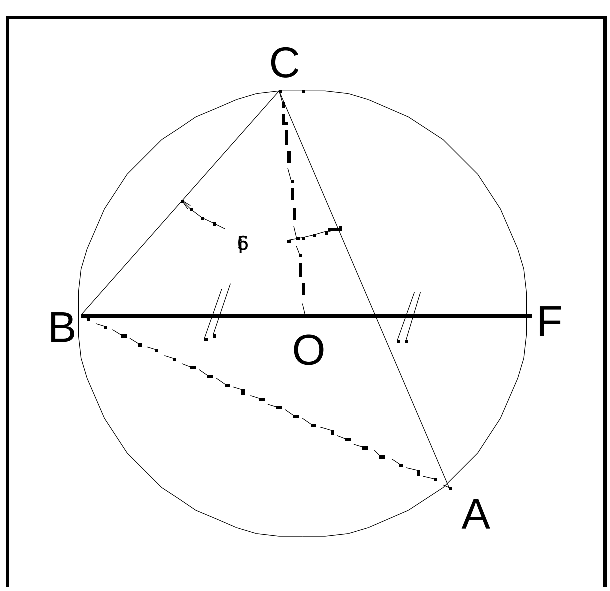
1/ a) Voir ci-contre.
b) Le triangle AOB est rectangle en O, et O est le milieu de [BC].
Donc $AO^2 = BA^2 - BO^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$ donc $AO = \sqrt{40}$.
c) $\sin \widehat{BAO} = \frac{BO}{BA} = \frac{3}{7}$ donc $\widehat{BAO} \approx 25°$

2/ $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi 3^3\right) + \frac{\pi \times 3^2 \times \sqrt{40}}{3} \approx 116$
Le volume de ce jouet est environ 116 cm^3.

<u>Exercice</u> : Nancy 00 [tableau thématique]

1. Construire un cercle de centre O et de rayon 3cm.
   Placer sur ce cercle trois points A, B, C de telle façon que BC = 4 cm et $\widehat{BCA} = 65$Y.
   Construire le point F diamétralement opposé au point B sur ce cercle.
2. Démontrer que le triangle BFC est un triangle rectangle.
3. Calculer le sinus de l'angle $\widehat{BFC}$ et en déduire la mesure de cet angle arrondie à un degré près.
4. Déterminer, au degré près, les mesures des angles du triangle BOC.

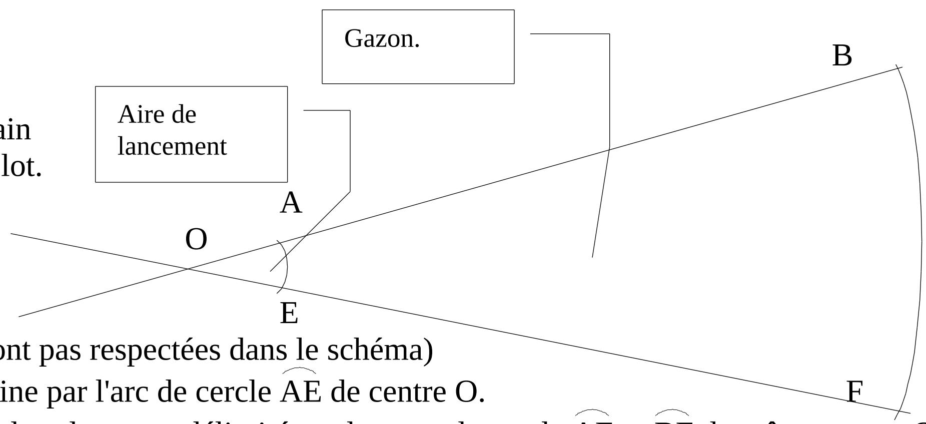
Corrigé :



2)	Un des côtés du triangle est un diamètre du cercle. Le troisième sommet, C, appartient au cercle : le triangle BCF est un triangle rectangle en C.
3)	Dans le triangle rectangle BCF, $\sin\left(B\hat{F}C\right)=\dfrac{BC}{BF}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$. A un degré près : $B\hat{F}C = 42°$.
4)	Pour le cercle dessiné, l'angle $B\hat{O}C$ est l'angle au centre correspondant de l'angle inscrit $B\hat{F}C$: sa mesure est donc le double. A un degré près : $B\hat{O}C = 84°$. Dans le triangle BOC, isocèle de sommet O, (OB=OC), les deux angles à la base sont égaux à la moitié de 180°-84°. A un degré près, $O\hat{B}C = O\hat{C}B = 48°$.

<u>Exercice   :</u> Paris 00 tableau thématique

Voici le plan d'un terrain d'entraînement de javelot.



(Les dimensions ne sont pas respectées dans le schéma)

La piste d'élan se termine par l'arc de cercle $\overset{\frown}{AE}$ de centre O.

Le javelot doit atterrir dans le gazon délimité par les arcs de cercle $\overset{\frown}{AE}$ et $\overset{\frown}{BF}$ de même centre O et par les segments [AB] et [EF].

On donne OA = 8 m, OB = 90 m et $\widehat{AOE}$ = 30°.

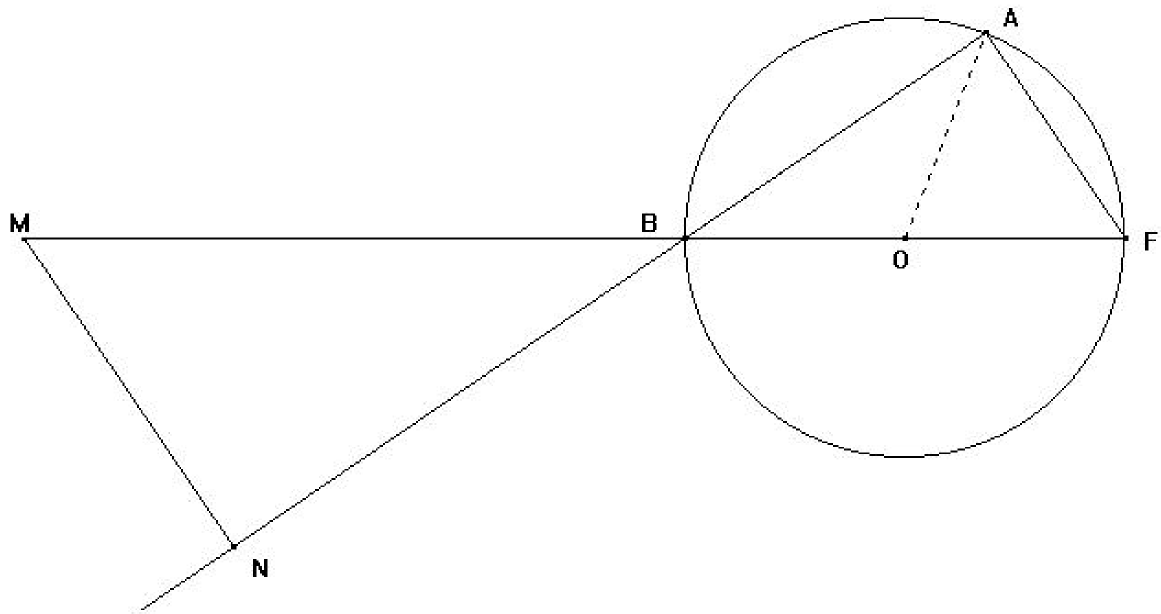
1) On remarque que l'aire de la portion de disque OAE est une fraction de l'aire du disque de centre O et de rayon OA.
   a) Déterminer cette fraction et déduire que l'aire de la portion OAE est égale à $\dfrac{16}{3}\pi\,m^2$.
   b) Montrer que l'aire de la zone en gazon est égale à $\dfrac{2009}{3}\pi\,m^2$.

2)I est le milieu du segment [AE].
   a) Donner sans explication la valeur de $\widehat{AOI}$.
   b) Calculer AI à 1 cm près. En déduire AE.

<u>Exercice   :</u> Grenoble 01 tableau thématique

Dans cet exercice, toutes les longueurs données sont en centimètres.

1. Placer trois points M, B, F alignés dans cet ordre tels que MB = 9 et BF = 6.
   Construire le cercle C de diamètre [BF]. On note O son centre.
   Sur ce cercle C, placer un point A tel que BA = 5.
   Tracer la parallèle à (AF) passant par M ; elle coupe la droite (AB) en N.
2. Calculer BN.
3. a) Quelle est la nature du triangle ABF ? Justifier la réponse.
   b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BFA}$ (on donnera la valeur arrondie au degré près).



2/ D'après la propriété de Thalès on a :

$\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BF}$ $\frac{BN}{5} = \frac{9}{6}$ $BN = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$ cm

3/a/ Le triangle **ABF** est rectangle car il est inscrit dans le demi-cercle de diamètre **[BF]**.

b/ sin $\widehat{BFA} = \frac{AB}{BF} = \frac{5}{6}$

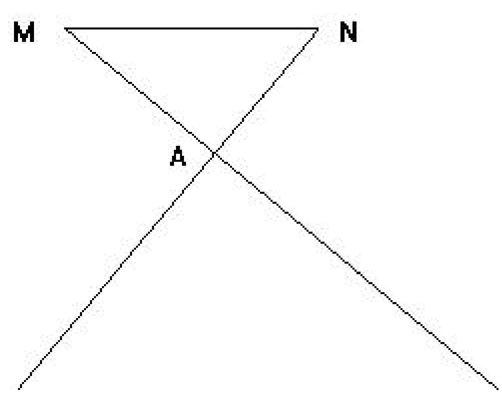
La mesure de l'angle $\widehat{BFA}$ est de **56 °** à un degré prés par défaut.

4/ La mesure de l'angle $\widehat{BOA}$ est le double de celle de l'angle $\widehat{BFA}$ soit **112 °**

car $\widehat{BOA}$ est un angle au centre interceptant le même arc **AB** que l'angle inscrit $\widehat{BFA}$.

Exercice : Paris 01 tableau thématique

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 5 cm et BC = 7, 5 cm.



1) Calculer l'angle $\widehat{ACB}$ au degré près.

2) Le point M est sur la droite (AB), à l'extérieur du segment [AB] tel que AM = 2 cm.
La parallèle à (BC) passant par M coupe la droite (AC) en N.

Calculer MN.

Corrigé :

1/ Le triangle CAB est rectangle en A. Donc :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3} = 0,67 \text{ à } 10^{-2} \text{ près}$$

On obtient $\widehat{ABC} = 42°$ (arrondi au degré, par excès)

2/ D'après la propriété de Thalès appliquée à ABC et AMN, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

et donc $MN = BC \times \frac{AM}{AB}$

$$MN = 7,5 \times \frac{2}{5} = 3 \text{ cm}$$

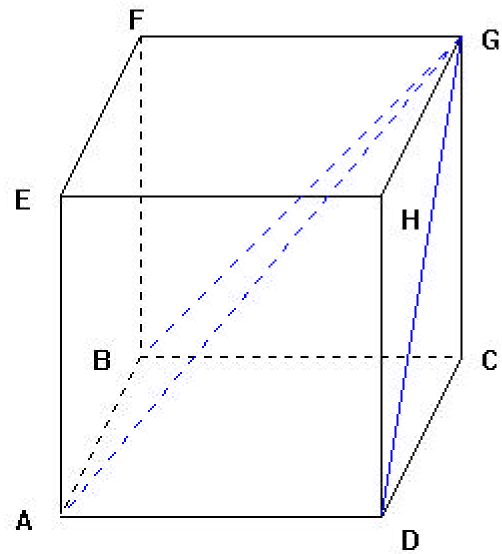
<u>Exercice :</u> Nice 01 tableau thématique
ABCDEFGH est un pavé droit à base carrée.
On donne AD = 3 cm, CG = 4 cm.

1. Calculer le volume en cm^3 de la pyramide de sommet G et de base ABCD.

2. Calculer DG.

3. On admet que le triangle ADG est rectangle en D.

   Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AGD}$.
   Calculer la valeur exacte de la longueur AG, puis en donner la valeur arrondie au millimètre.



corrigé :

1/ $V = \frac{1}{3} B\, h = \frac{1}{3} (3 \times 3) \times 4 = 12 \text{ cm}^3$

2/ Appliquons la propriété de Pythagore au triangle rectangle DCG :

On a : $DG^2 = DC^2 + CG^2$
$DG^2 = 3^2 + 4^2$
$DG^2 = 25$

soit DG = 5 cm.

3/ $\tan \widehat{AGD} = \frac{AD}{DG} = \frac{3}{5} = 0,6$

donc $\widehat{AGD} = 31°$ à un degré près.

Appliquons la propriété de Pythagore au triangle rectangle ADG.

$AG^2 = AD^2 + DG^2$ $\quad AG^2 = 3^2 + 5^2$ $\quad AG^2 = 34$

d'où $AG = \sqrt{34}$ soit AG = 5, 8 cm au millimètre près