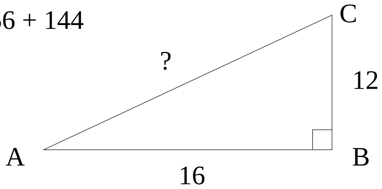
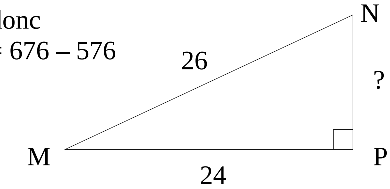
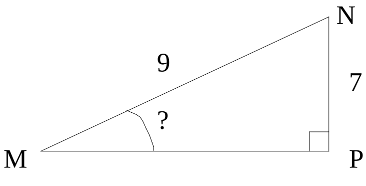
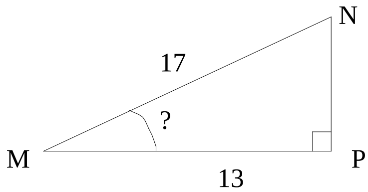
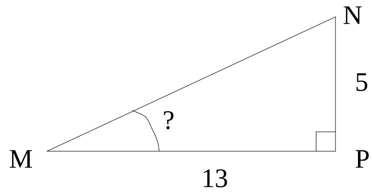
3° : MESURES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

A/ On donne un <u>triangle rectangle</u> et on demande de <u>calculer</u> des grandeurs (longueur de côté ou mesure d'angle).

1/ On donne la longueur de deux côtés et on demande de calculer la longueur du troisième : on utilise le théorème de Pythagore.

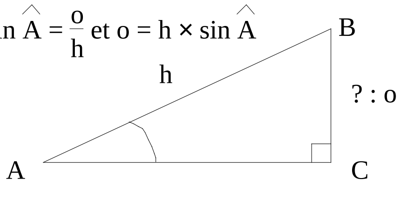
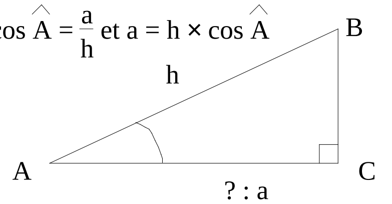
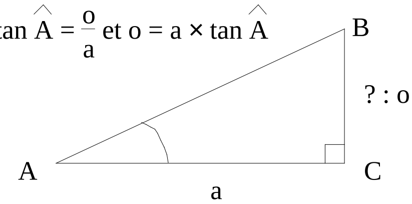
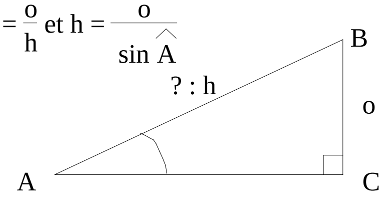
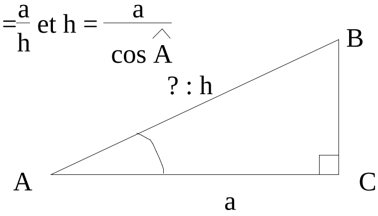
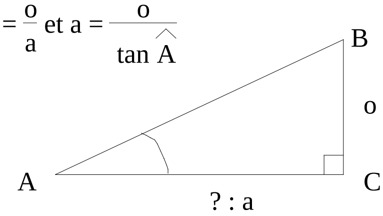
Dans le triangle rectangle ABC, l'hypoténuse est $[AC]$ et le théorème de Pythagore donne : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 256 + 144$ donc $AC = \sqrt{400} = 20$. 	Dans le triangle rectangle MNP, l'hypoténuse est $[MN]$ et le théorème de Pythagore donne : $MN^2 = MP^2 + NP^2$ donc $NP^2 = MN^2 - MP^2 = 676 - 576$ et $NP = \sqrt{100} = 10$. 

2/ On donne la longueur de deux côtés et on demande de calculer la mesure d'un angle aigu : on utilise la trigonométrie.

$\sin \widehat{PMN} = \frac{PN}{MN} = \frac{7}{9}$ et $\widehat{PMN} = \sin^{-1}\left(\frac{7}{9}\right)$. 	$\cos \widehat{PMN} = \frac{PM}{MN} = \frac{13}{17}$; $\widehat{PMN} = \cos^{-1}\left(\frac{13}{17}\right)$. 	$\tan \widehat{PMN} = \frac{PN}{PM} = \frac{5}{13}$; $\widehat{PMN} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$ 

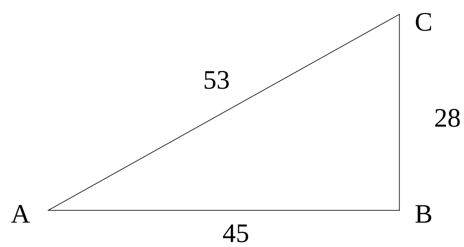
Application : réécrire ce qu'on obtient dans chacun des trois cas si on cherche l'angle en N (attention, côté opposé et adjacent changent).

3/ On donne la longueur d'un des côté et la mesure d'un des angle aigu et on demande de calculer la longueur d'un des deux autres côtés : on utilise la trigonométrie.

$\sin \widehat{A} = \frac{o}{h}$ et $o = h \times \sin \widehat{A}$ 	$\cos \widehat{A} = \frac{a}{h}$ et $a = h \times \cos \widehat{A}$ 	$\tan \widehat{A} = \frac{o}{a}$ et $o = a \times \tan \widehat{A}$ 
$\sin \widehat{A} = \frac{o}{h}$ et $h = \frac{o}{\sin \widehat{A}}$ 	$\cos \widehat{A} = \frac{a}{h}$ et $h = \frac{a}{\cos \widehat{A}}$ 	$\tan \widehat{A} = \frac{o}{a}$ et $a = \frac{o}{\tan \widehat{A}}$ 

Application : réécrire ce qu'on obtient dans chacun des six cas si on donne l'angle en N au lieu de l'angle en A (attention, côté opposé et adjacent changent).

B/ On donne la <u>longueur des trois côtés</u> d'un triangle et on demande de <u>prouver</u> que ce <u>triangle est rectangle</u> : on utilise la réciproque du théorème de Pythagore.



Le côté le plus long est $[AC]$ et $AC^2 = 53^2 = 2809$.
Or $AB^2 + BC^2 = 45^2 + 28^2 = 2025 + 784 = 2809$.
Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en B.
(Si l'égalité n'est pas vérifiée, c'est le théorème, et non plus la réciproque, qui prouve alors que le triangle n'est pas rectangle, d'où l'importance de la qualité de la rédaction).