

Angles

Exercice : (Lyon 96)

- 1) Construire un triangle IJK tel que :
 $JK = 8 \text{ cm}$; $IJ = 4,8 \text{ cm}$; $KI = 6,4 \text{ cm}$.
- 2) Démontrer que le triangle IJK est un triangle rectangle.
- 3) Calculer la mesure en degrés de l'angle $\hat{I}JK$.
Donner la valeur arrondie au degré le plus proche.

Correction :

- 1) $[JK]$ est le plus grand côté.

$$JK^2 = 8^2 = 64$$

$$IJ^2 + IK^2 = 4,8^2 + 6,4^2 = 23,04 + 40,96 = 64$$

Donc $JK^2 = IJ^2 + IK^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle IJK est rectangle en I.

- 2) Comme on connaît les 3 longueurs, les 3 formules de trigonométrie peuvent être utilisées.

Choisissons par exemple la tangente.

Dans le triangle IJK rectangle en K :

$$\tan \hat{I}JK = \frac{\text{côté opposé à } \hat{I}JK}{\text{côté adjacent à } \hat{I}JK}$$

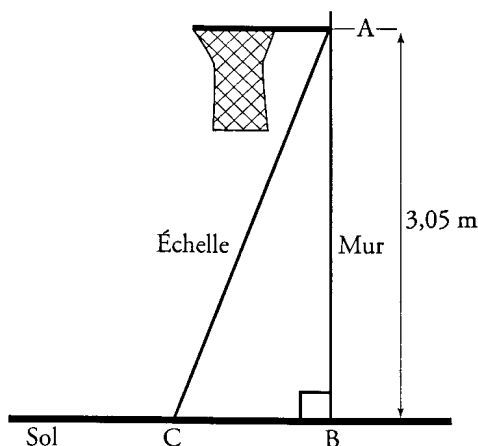
$$\tan \hat{I}JK = \frac{IK}{IJ}$$

$$\tan \hat{I}JK = \frac{6,4}{4,8}$$

$$\hat{I}JK = \tan^{-1}\left(\frac{6,4}{4,8}\right)$$

$$\hat{I}JK \approx 53^\circ$$

Exercice : (Rennes 99)



1. Paul veut installer chez lui un panier de basket. Il doit le fixer à 3,05 m du sol. L'échelle dont il se sert mesure 3,20 m de long.

À quelle distance du pied du mur doit-il placer l'échelle pour que son sommet soit juste au niveau du panier ? (Donner une valeur approchée au cm près.)

2. Calculer l'angle formé par l'échelle et le sol. (Donner une valeur approchée au degré près.)

Correction :

1) Dans le triangle ABC rectangle en B, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$3,2^2 = 3,05^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 3,2^2 - 3,05^2 = 0,9375$$

$$BC = \sqrt{0,9375} \approx 0,97m$$

Il doit placer l'échelle à 0,97 m du mur environ.

2) Dans le triangle ABC rectangle en B :

L'angle formé par l'échelle et le sol est l'angle \hat{C}

$$\sin \hat{C} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C}}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{3,05}{3,2}$$

$$\hat{C} = \sin^{-1}\left(\frac{3,05}{3,2}\right)$$

$$\hat{C} \approx 72^\circ$$

Exercice : (Antilles 96)

Soit ABC un triangle isocèle de base [BC], [AH] la hauteur issue du sommet A.

On a : BC = 8 cm et AH = 7 cm.

1) Construire le triangle ABC en justifiant la construction.

2) Calculer $\tan \hat{B}$.

3) En déduire la valeur de l'angle \hat{B} arrondie au degré près.

Correction :

1) Voir correction animée.

2) Puisque ABC est isocèle en A, la hauteur issue de A est aussi médiane donc H est le milieu de [BC] et $BH = \frac{BC}{2} = 4$

Dans le triangle ABH rectangle en H

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{7}{4} = 1,75$$

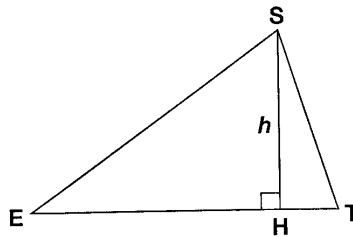
3) On utilise la touche "inverse tangente" de la calculatrice en mode degré :

$$\hat{B} \approx 60^\circ$$

Exercice : (Afrique1 95) (3 points)

La figure ci-contre représente un triangle SET isocèle en E, et la hauteur [SH] issue de S. On ne demande pas de refaire la figure.

On sait que les segments [ES] et [ET] mesurent 12 cm et que l'aire du triangle SET est 42 cm^2 .



- 1) Démontrer que la mesure h du segment [SH] est égale à 7 cm.
- 2) Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur EH.
- 3) Calculer la mesure arrondie au degré près de l'angle \widehat{SET} .

Correction

$$\begin{aligned} 1) \quad A(\text{SET}) &= (\text{base} \times \text{hauteur}) : 2 \\ &= (\text{ET} \times h) : 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or } A(\text{SET}) &= 42 \text{ donc on a l'égalité suivante : } 42 = (12 \times h) : 2 \\ 12 \times h &= 42 \times 2 \\ h &= 84 : 12 \\ h &= 7 \text{ cm} \end{aligned}$$

2) Le triangle SHE est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$$ES^2 = EH^2 + HS^2$$

$$12^2 = EH^2 + h^2$$

$$144 = EH^2 + 49$$

$$EH^2 = 144 - 49$$

$$EH^2 = 95$$

$$EH = \sqrt{95} \approx 9,7 \text{ cm}$$

3) Dans le triangle EHS rectangle en H

$$\sin \widehat{SET} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{SET}}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{SH}{SE}$$

$$\sin \widehat{SET} = \frac{7}{12}$$

$$\widehat{SET} = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right)$$

$$\widehat{SET} \approx 36^\circ$$

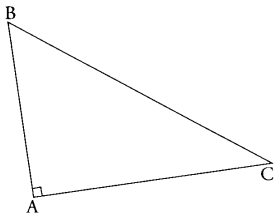
Exercice : (Grenoble 97)

L'unité de longueur est le centimètre ; l'unité d'aire est le centimètre carré.

On considère la figure ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A ;
- $AB = 3,6$;

- $BC = 6$.



- 1) Calculer la mesure de l'angle $\hat{A}CB$ (on donnera l'arrondi au degré).
- 2) Calculer AC .
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC .
- 4) Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) .
Exprimer l'aire du triangle ABC en fonction de AH .
- 5) En déduire AH .

Correction :

- 1) Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\sin \hat{A}CB = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}CB}{\text{hypoténuse}}$$

$$= \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{3,6}{6}$$

$$\hat{A}CB = \sin^{-1}\left(\frac{3,6}{6}\right)$$

$$\hat{A}CB \approx 37^\circ$$

- 2) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$6^2 = 3,6^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 6^2 - 3,6^2 = 23,04$$

$$AC = \sqrt{23,04} = 4,8$$

- 3) Puisque ABC est rectangle en A :

$$\text{Aire}(ABC) = (AB \times AC) : 2 = 8,64 \text{ cm}^2$$

$$4) \text{ Aire}(ABC) = (BC \times AH) : 2 = (6 \times AH) : 2 = 3 \times AH$$

$$5) 3 \times AH = 8,64$$

$$\text{D'où } AH = 8,64 : 3 = 2,88 \text{ cm}$$

Exercice : (Poitiers 97)

$ABCD$ désigne un rectangle tel que $AB = 7,2 \text{ cm}$ et $BC = 5,4 \text{ cm}$.

- 1) Dessiner en grandeur réelle ce rectangle et sa diagonale $[AC]$.
- 2) Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\hat{A}CD$.
- 3) Démontrer que les angles $\hat{A}CD$ et $\hat{C}AB$ sont égaux.
- 4) La médiatrice du segment $[AC]$ coupe la droite (AB) en E . Placer le point E et montrer que le triangle ACE est isocèle.
- 5) En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle $\hat{D}CE$.

Correction :

1)

2) Dans le triangle ACD rectangle en D.

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACD}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ACD}}$$

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{AD}{DC}$$

$$\tan \widehat{ACD} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75$$

$$\widehat{ACD} = \tan^{-1}(0,75)$$

$$\widehat{ACD} \approx 37^\circ$$

3) la sécante (AC) détermine 2 angles alternes-internes \widehat{ACD} et \widehat{CAB}

Comme (AB) et (CD) sont parallèles (côtés opposés d'un rectangle) alors $\widehat{ACD} = \widehat{CAB}$

4) E est sur la médiatrice de [AC] donc EA=EC et le triangle ACE est isocèle en E.

5)

$$\widehat{DCE} = \widehat{DCA} + \widehat{ACE}$$

$$= \widehat{DCA} + \widehat{CAB}$$

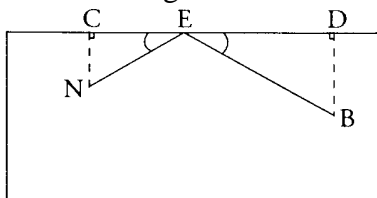
car les angles à la base du triangle isocèle ACE sont égaux.

$$\widehat{DCE} = \widehat{DCA} + \widehat{CAB}$$

$$\approx 37 + 37 \approx 74^\circ$$

Exercice : (Dijon 97)

L'unité de longueur est le centimètre.



Le rectangle ci-contre représente une table de billard.

Deux boules de billard N et B sont placées telles que :

$$CD = 90 ; NC = 25 ; BD = 35.$$

(Les angles \widehat{ECN} et \widehat{EDB} sont droits.)

Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et

D, et tel que : $\widehat{CEN} = \widehat{DEB}$.

On pose $ED = x$.

1) a) Donner un encadrement de x.

b) Exprimer CE en fonction de x.

2) Dans le triangle BED, exprimer $\tan \widehat{DEB}$ en fonction de x.

3) Dans le triangle NEC, exprimer $\tan \widehat{CEN}$ en fonction de x.

4) a) En égalant les deux quotients trouvés aux questions 2) et 3), on trouve l'équation :

$$35(90 - x) = 25x.$$

On ne demande pas de le justifier.

Résoudre cette équation.

b) En déduire la valeur commune des angles \widehat{CEN} et \widehat{DEB} arrondie au degré.

Correction

1) a) E est entre C et D donc $0 \leq x \leq 90$

b) $CE = 90 - x$

2) Dans le triangle BED rectangle en D :

$$\tan \hat{D}EB = \frac{\text{côté opposé à } \hat{D}EB}{\text{côté adjacent à } \hat{D}EB}$$

$$\tan \hat{D}EB = \frac{DB}{DE}$$

$$\tan \hat{D}EB = \frac{35}{x}$$

3) Dans le triangle NEC rectangle en C :

$$\tan \hat{C}EN = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C}EN}{\text{côté adjacent à } \hat{C}EN}$$

$$\tan \hat{C}EN = \frac{CN}{CE}$$

$$\tan \hat{C}EN = \frac{25}{90 - x}$$

4) a)

$\hat{C}EN = \hat{D}EB$ d'où

$$\tan \hat{C}EN = \tan \hat{D}EB$$

$$\frac{35}{x} = \frac{25}{90 - x}$$

en faisant le produit en croix :

$$35(90 - x) = 25x$$

$$3150 - 35x = 25x$$

$$3150 - 35x + 35x = 25x + 35x$$

$$3150 = 60x$$

$$x = \frac{3150}{60} = 52,5$$

b)

$$\tan \hat{D}EB = \frac{35}{x} = \frac{35}{52,5}$$

d'où

$$\hat{D}EB = \tan^{-1}\left(\frac{35}{52,5}\right)$$

$$= \hat{C}EN \approx 34^\circ$$