TRANSLATIONS ET VECTEURS

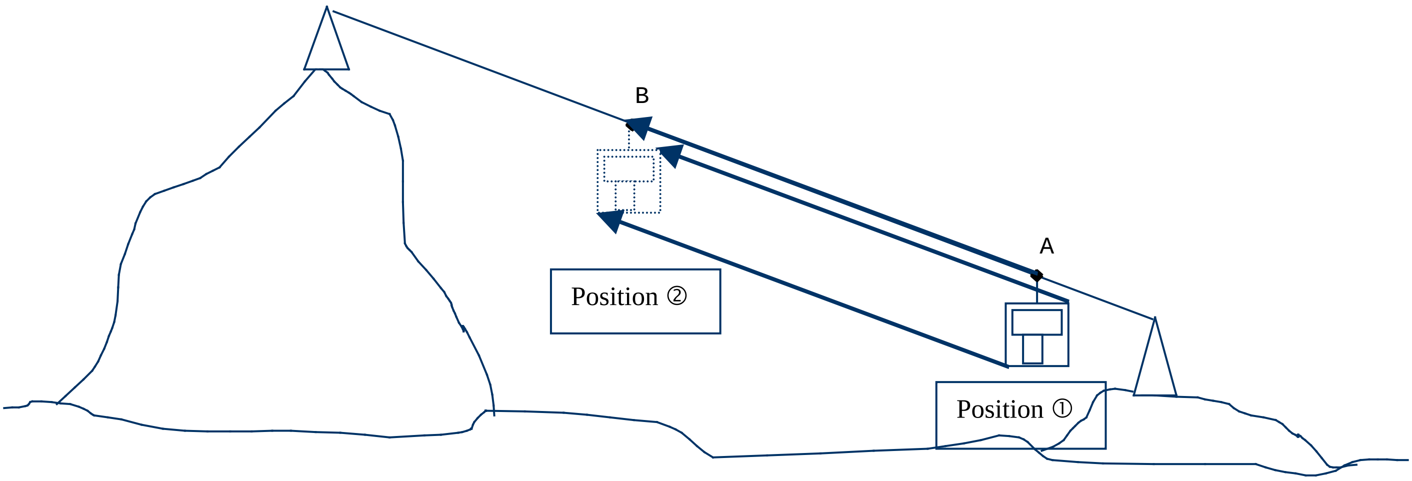
I. TRANLATIONS

1/ VOCABULAIRE

- Lorsque deux droites sont parallèles, on dit qu'elles ont la même direction (on peut nommer indifféremment (AB) ou (BA) une droite passant par les points A et B)
- Il y a deux sens de parcours sur une droite : de A vers B ou bien de B vers A

Sur le dessin ci-dessous, on peut observer un téléphérique en pleine ascension. Il va ainsi passer de la position ① à la position ②, en se déplaçant dans la direction du câble qui le soutient, dans le sens qui le fera monter et de la distance qui sépare les deux positions. On peut donc considérer que la position ② constitue ***une image*** de la position ① après un certain temps…

En fait, c'est comme si nous avions fait « glisser » la cabine…



Le glissement a été effectué :

- dans la direction de la droite (AB)
- dans le sens A vers B, que l'on indique par la flèche
- d'une longueur égale à AB.

On dit que le dessin en position ② est ***l'image*** du dessin en position ① par **la translation qui transforme A en B ou, autrement dit, par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.**

2/ PROPRIETE DES TRANSLATIONS

Construire l'image d'une figure par une translation revient à faire glisser cette figure dans une direction, un sens et avec une longueur donnée. Un tel glissement n'entraîne pas de déformation ni de changement de disposition, donc :

Propriété :

Dans une translation, les longueurs, le parallélisme, la perpendicularité et plus généralement les angles sont conservés.

Une translation transforme une droite en une droite parallèle.

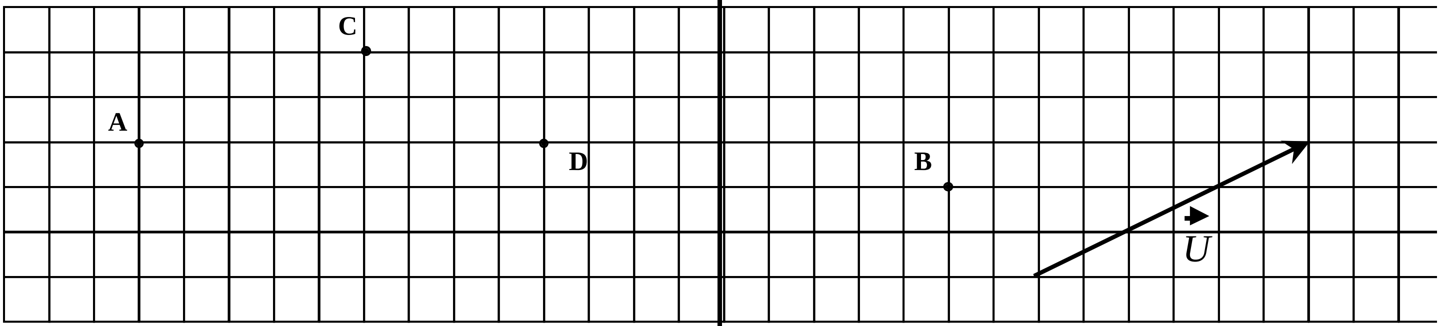
Par une translation, une figure géométrique est transformée en une figure géométrique semblable.

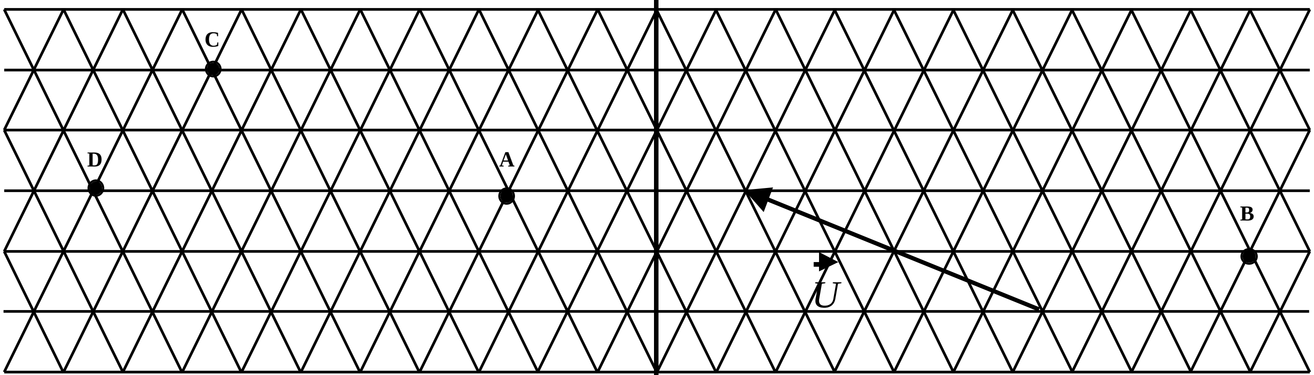
Pour **construire l'image** d'une **figure** géométrique, **on ne construit donc que l'image de ses points caractéristiques** : pour un segment, ses ………………………, pour un triangle, ses trois ……………………, pour un cercle, son …………………et son …………………, etc … .

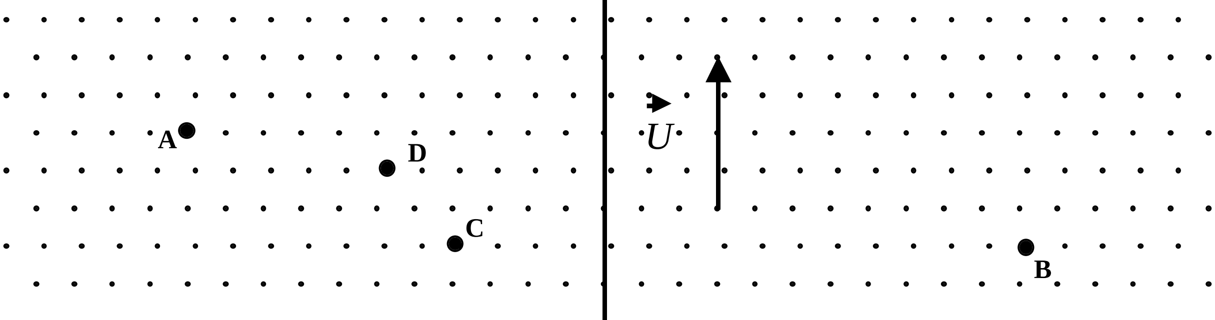
3/ CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN POINT PAR UNE TRANSLATION

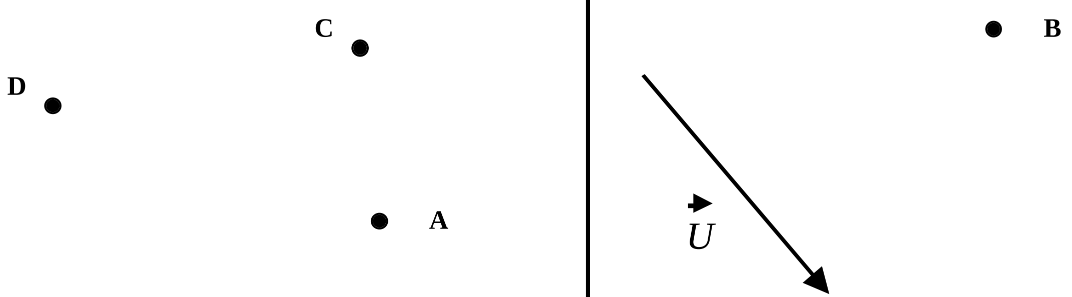
Construire l'image A'du point A par la translation qui transforme C en D (ou de vecteur $\overrightarrow{CD}$).

Construire l'image B' du point B par la translation de vecteur $\vec{U}$ (ou qui transforme l'origine de la flèche représentée en son extrémité).









Conclusion : dans tous les cas, pour construire l'image d'un point par une translation, on est amené à construire le quatrième ……………………………..…………………………….

La construction est facilitée par la présence d'une trame, sur papier blanc on utilise la règle et le compas (en laissant les traits de construction).

II. Vecteurs

1/ Definition et vocabulaire

Un **vecteur** $\vec{U}$ est un objet mathématique défini par une **direction**, un **sens** et une **longueur**. On le représente par une flèche et il caractérise une translation.
Si on représente cette flèche à partir d'un point A et qu'on note B son extrémité, alors :

- La direction du vecteur $\vec{U}$ est celle de la droite (AB),
- Le sens du vecteur $\vec{U}$ est le sens de l'origine A vers l'extrémité B,
- La longueur du vecteur $\vec{U}$ est la longueur AB du segment [AB].

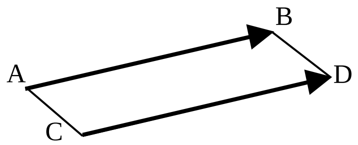
Vecteurs particuliers :
Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est **l'opposé du vecteur** $\overrightarrow{AB}$.
$\vec{U} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \ldots$ est appelé **le vecteur nul** et est noté $\vec{0}$.

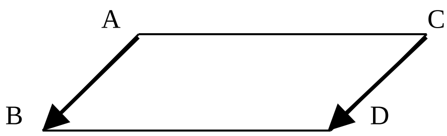
2/ Egalite de deux vecteurs

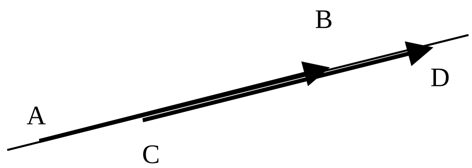
Propriété :

Dire que deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux signifie que l'une des trois propositions suivantes est vérifiée :

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même ………………, même ……… et même ………………….
b. La translation qui transforme A en B transforme aussi …… en …… ;
c. Le quadrilatère ………………, est un …………………………….(éventuellement aplati) ;



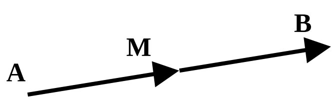




Conséquence :

- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors les segments [AD] et [BC] ont le même …………………..
- Réciproquement, si les segments [AD] et [BC] ont le même …………………., alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ (et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$).

3/ Milieu d'un segment



Propriété :

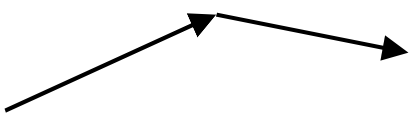
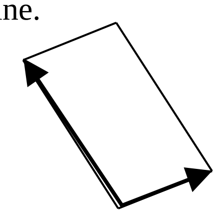
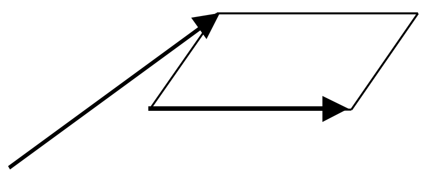
A et B désignent deux points distincts.
- **Si M est le milieu de [AB], alors …………………..**
- **Réciproquement, si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, alors M est ……………………..………………….**

III. Composee de deux translations et somme de deux vecteurs :

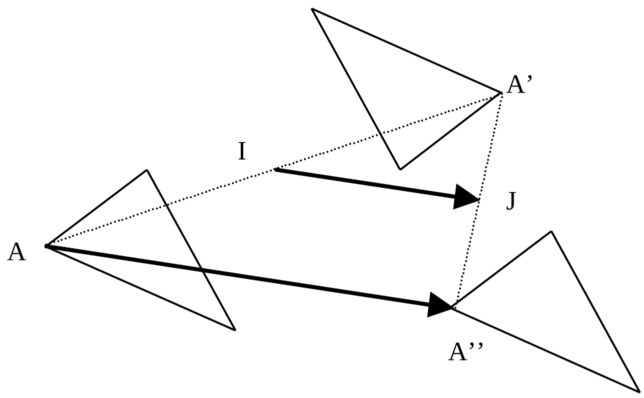
Propriété :

A, B et C étant trois points du plan, la composée de la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
On dit que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
On note : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (cette relation est appelée « relation de Chasles »)

Construction de la somme de deux vecteurs :

L'extrémité de l'un est aussi l'origine de l'autre (ce qui correspond à la propriété).	Les deux vecteurs ont même origine.	Cas général.
		

IV. COMPOSEE DE DEUX SYMETRIES CENTRALES :



Propriété :

I et J étant deux points du plan, la composée de la symétrie de centre I suivie de la symétrie de centre J est la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IJ}$, que l'on note $2\overrightarrow{IJ}$.

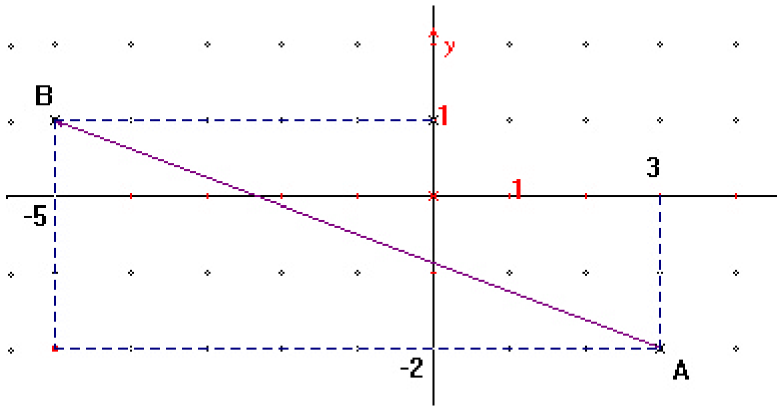
V. DANS UN REPERE :

1/ COORDONNEES D'UN VECTEUR

Propriété :

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J),
si deux points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$.
Ces coordonnées correspondent au déplacement horizontal puis vertical pour aller de A à B (affectés de signes).

Exemple :
Dans un repère (O, I, J) du plan, on donne A(3 ; -2) et B(-5 ; 1) :
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :
$$\begin{cases} x_B - x_A = -5 - 3 = -8 \\ y_B - y_A = 1 - (-2) = 3 \end{cases}$$
d'où : les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ **sont (-8 ; 3).**

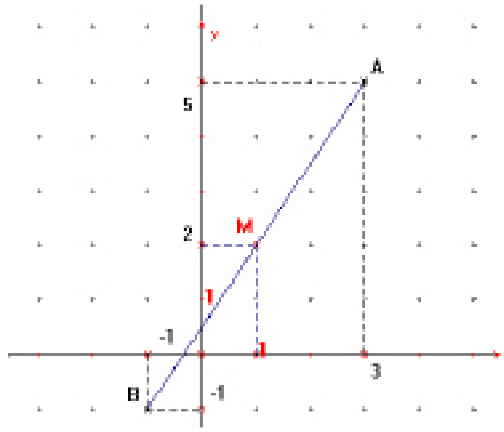


2/ COORDONNEES DU MILIEU D'UN SEGMENT

Propriété :

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J),
si deux points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$, alors le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{x_B+x_A}{2} ; \frac{y_B+y_A}{2}\right)$

Exemple :
Dans un repère (O, I, J), on donne A(3 ; 5) et B(-1 ; -1) :
Les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$ sont :
$$\begin{cases} \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{3 + (-1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \\ \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5 + (-1)}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \end{cases}$$
d 'où **M à pour coordonnées (1 ; 2)**



3/ DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

Propriété :

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J),
si deux points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$, alors la distance entre les deux points A et B se calcule en utilisant la formule :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ **soit** $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (attention, aucune simplification n'est possible dans cette formule entre la racine et les carrés ...)

Exemple :
Dans un repère (O, I, J) du plan (voir figure du 1/), on donne A(3 ; -2) et B(-5 ; 1) :
$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{((-5) - 3)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{(-8)^2 + 3^2} = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73}$