Chapitre VIII : Les vecteurs

I. Activités: la translation

Activités 1. et 2.

II. Généralités sur les vecteurs

la translation qui transforme A en B est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Par quoi est caractérisé un vecteur? ou comment voit-on que deux vecteurs sont différents?

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

- sa direction (qui est celle de la droite (AB))
- son sens (de A vers B)
- sa longueur : la longueur du segment [AB]

Activité 3.

III. Egalités vectorielles

- Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

L'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est .....

L'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est .....

L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ est .....

L'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ est .....

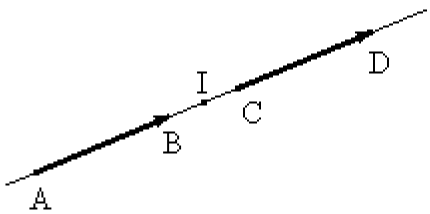
En déduire les égalités vectorielles: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{....}$ $\qquad$ $\overrightarrow{....} = \overrightarrow{....}$

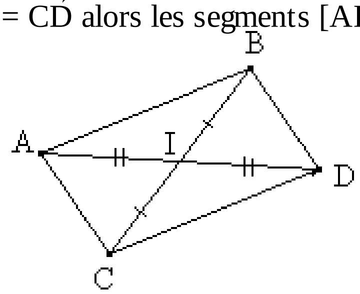
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{....}$ $\qquad$ $\overrightarrow{....} = \overrightarrow{....}$

- Si E, F, G, H sont quatre points non alignés tels que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$, alors quelle est la nature du quadrilatère EFHG?
  Que peut-on dire des segments [EH] et [FG]?
- Si E, F, G, H sont alignés et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$, que peut-on dire des segments [EH] et [FG]?

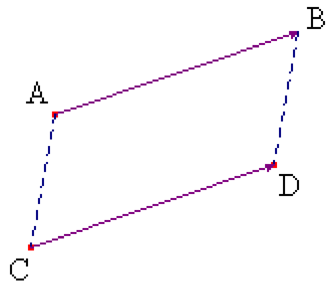
Propriétés:

- Si quatre points A, B, C et D sont tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.





Réciproquement, si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.



- Si quatre points non alignés A, B, C et D sont tels que
  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors le quadrilatère ABDC est un parallélogramme
  Réciproquement : si ABDC est un parallélogramme,
  alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

<u>milieu d'un segment:</u>

Si I est le milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$

Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu du segment [AB].

IV. Somme de deux vecteurs

a. activité

Activité 4.

b. propriété

Effectuer la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ revient à effectuer la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

<u>Relation de Chasles:</u> A, B et C étant trois points, on a:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

même point

c. vecteur nul et vecteur opposé

- le vecteur nul, noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$ (ou $\overrightarrow{BB}$, ou ...)
  D'après la relation de Chasles $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$
- D'après la relation de Chasles,
  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$. On dit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{BA}$ et on note
  $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

d. retour sur le parallélogramme

<u>Propriété:</u> Si ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

<u>démonstration:</u> si ABCD est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

on obtient alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ d'après la relation de Chasles.

<u>Réciproque:</u> A, B et C sont trois points non alignés

si $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, alors ABDC est un parallélogramme.