Vecteurs et Addition de vecteurs

Contrôle 3C

4 Mars 1997

Construire un triangle BCD rectangle en B tel que BD = 2 et BC = 6. L'unité est le centimètre.

1) Placer sur la figure le point A symétrique du point D par rapport au point B, puis le point E symétrique du pointC par rapport au point B. Quelle est la nature du quadrilatère ACDE ? Pourquoi ?

2) a) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ .Quelle est la nature du quadrilatère AFCD ?

b) Démontrez que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$: Que représente le point A pour le segment [EF] ?

3) Soit I le point d'intersection des droites (CF) et (DE)

Montrez que C est le milieu du segment [IF]

II. B’ et C’ sont respectivement les milieux des côtés [AC] et [AB] d’un triangle ABC.

1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'C'}$

2) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'C}$

3) Démontrez que N est le milieu de [CB]

4) Démontrez que : $\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \vec{0}$

Vecteurs et Addition de vecteurs

Contrôle 3C

4 Mars 1997

Construire un triangle BCD rectangle en B tel que BD = 2 et BC = 6. L'unité est le centimètre.

1) Placer sur la figure le point A symétrique du point D par rapport au point B, puis le point E symétrique du pointC par rapport au point B. Quelle est la nature du quadrilatère ACDE ? Pourquoi ?

2) a) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ .Quelle est la nature du quadrilatère AFCD ?

b) Démontrez que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$: Que représente le point A pour le segment [EF] ?

3) Soit I le point d'intersection des droites (CF) et (DE)

Montrez que C est le milieu du segment [IF]

II. B’ et C’ sont respectivement les milieux des côtés [AC] et [AB] d’un triangle ABC.

1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'C'}$

2) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'C}$

3) Démontrez que N est le milieu de [CB]

4) Démontrez que : $\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \vec{0}$

Vecteurs et Addition de vecteurs (Correction)

Contrôle 3C 4 Mars 1997

Construire un triangle BCD rectangle en B tel que BD = 2 et BC = 6. L'unité est le centimètre.

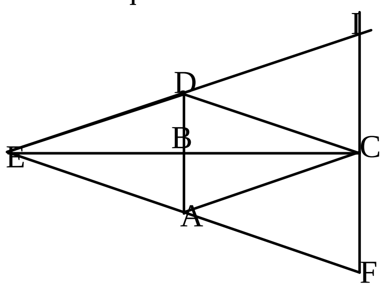
1) Placer sur la figure le point A symétrique du point D par rapport au point B, puis le point E symétrique du pointC par rapport au point B. Quelle est la nature du quadrilatère ACDE ? Pourquoi ?

2) a) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ .Quelle est la nature du quadrilatère AFCD ?

b) Démontrez que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$: Que représente le point A pour le segment [EF] ?

3) Soit I le point d'intersection des droites (CF) et (DE)

Montrez que C est le milieu du segment [IF]



1) A symétrique du point D par rapport au point B donc B est le milieu de [AD]

E symétrique du point C par rapport au point B donc B est le milieu de [EC]

Le quadrilatère ACDE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu : c'est un parallélogramme.

De plus DBC est un triangle rectangle en B donc (DA) et (EC) sont perpendiculaires.

Un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires est un losange donc ACDE est un losange.

2) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ donc AFCD est un parallélogramme

3) ACDE est un paralélogramme donc $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{DC}$ de plus $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$

Lorsque $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$ alors A est le milieu de [EF]

4) ADCF est un parallélogramme donc (DA) et (CF) sont parallèles

Dans le triangle EIF, A est le milieu de [EF] et (AD) est parallèles à (CF) donc à (FI)

Dans un triangle la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèles au deuxième côté passe par le milieu du troisième côté donc D est le milieu de [EI]

D est le milieu de [EI] donc $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DI}$

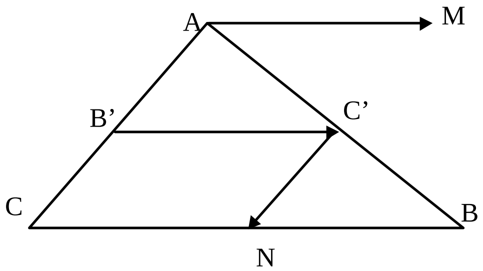
EDCA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AC}$ Donc $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{AC}$ et DICA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{IC}$

Or DCFA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CF}$ D'après les deux dernières égalités $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{CF}$ et C est le milieu de [IF]

II. B’ et C’ sont respectivement les milieux des côtés [AC] et [AB] d’un triangle ABC.

1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'C'}$ 2) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'C}$ 3) Démontrez que N est le milieu de [CB]

4) Démontrez que : $\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \vec{0}$



3) D’après l’égalité de la question 2) CB’C’N est un parallélogramme donc (C’N) est parallèle à (AC). Dans le triangle ABC C’ est la milieu de [AB] et (C’N) est parallèle à (AC). Dans un triangle la droite qui paqqe par le milieu d’un côté et qui est parallèle au deuxième côté passe par le milieu du troisième côté. Donc N est le milieu de [CB]

4) En appliquant la relation de Chasles $\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BN}$

Or N est le milieu de [CB] donc $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NB}$ donc

$\overrightarrow{CB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'N} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NN} = \vec{0}$