Académies et années	Calculs, repérage					Démonstrations					
* somme vecteurs	distan	Coord vect	milieu	Coord transl	Coord symét	triang isocel	triang rectan	parall èlogra	rectan gle	losang	carré
Bordeaux 00	x			x		x				x	
Espagne 00	x	x	x			x	x				x
Bordeaux 01	x	x	x								
Grenoble 01	x	x						x	x		
Lyon 01*	x						x	x	x		

Remarque : les exercices synthétisant les transformations et faisant parfois intervenir les translations et/ou les vecteurs se trouvent dans le chapitre rotations polygones et angle inscrit.

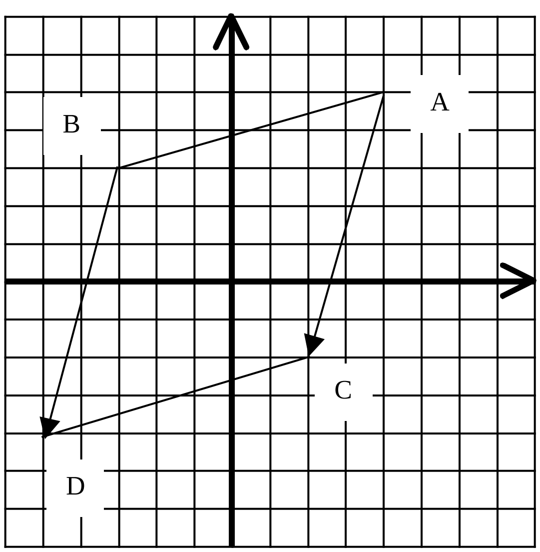
Exercice : Bordeaux 00 tableau thématique

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O,I,J); l'unité graphique est le centimètre.
La figure sera réalisée sur papier quadrillé.

1. a) Placer les points A(4 ; 5) B(– 3 ; 3) et C(2 ; – 2).
   b) Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Soit D l'image de B par la translation de vecteur $\vec{AC}$.
   Calculer les coordonnées du point D.
3. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

Corrigé :

1/ a/



b/ On applique la formule :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Donc $AB = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}$.

De même on trouve $BC = \sqrt{50}$ et $AC = \sqrt{50}$ (= $2\sqrt{5}$).

$AC = BC$ (= $\sqrt{50}$) donc le triangle ABC est isocèle en C.

2/ Calcul des coordonnées du point D : On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$,

donc $\begin{cases} x_C - x_A = x_D - x_B \\ y_C - y_A = y_D - y_B \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2 - 4 = x_D - (-3) \\ -2 - 5 = y_D - 3 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_D = -2 - 3 = -5 \\ y_D = -7 + 3 = -4 \end{cases}$

Les coordonnées du point D sont (- 5 ; - 4).

3/ On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, donc ABDC est un parallélogramme. D’après 1/b/, il possède deux côtés consécutifs de même longueur, c’est donc un losange.

Exercice : Espagne 00 tableau thématique

Le plan est muni d’un repère orthonormal (O ; I, J). L’unité de longueur est le centimètre.
On donne les points A(1 ;-3) ; B (-3 ;-5) et C (3 ; 3).

1/ Construire sur la feuille de papier millimétré que vous joindrez à votre copie le repère orthonormal (O ; I, J) et placer les trois points A, B , C , dans ce repère.
On veillera à placer le point O au centre de la feuille.

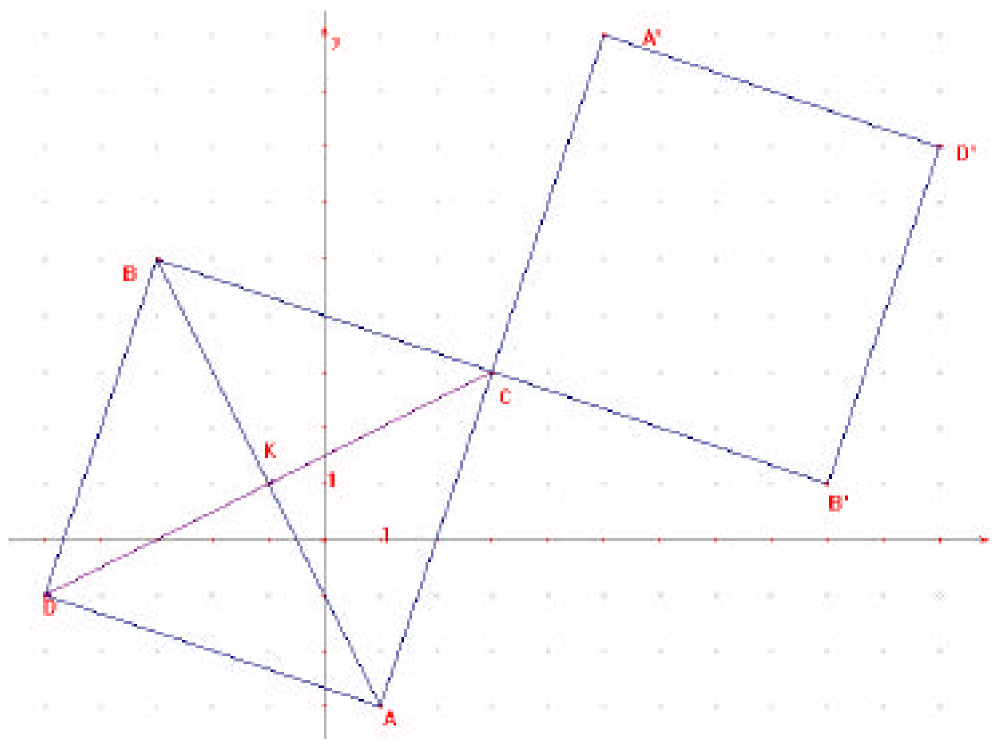
3/ Montrer que le milieu K du segment [AB] a pour coordonnées (-1 ; 1).
Calculer les coordonnées du vecteur CK.

4/ Construire le point D tel que $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{CK}$
Montrer que le point D est le symétrique du point C par rapport au point K.
Montrer que le quadrilatère ADBC est un carré.

5/ Construire les points A’,B’ et D’ , symétriques respectifs des points A, B et D dans la symétrie de centre C.
Quelle est la nature su quadrilatère A’D’B’C ? Quels résultats de cours permettent d’arriver à cette conclusion ?

Corrigé :

1/



2/ Le repère étant orthonormal, on a
$AC=\sqrt{(x_c-x_a)^2+(y_c-y_a)^2} = \sqrt{2^2+6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
de même, on a $BC= 2\sqrt{10}$ et $AB=\sqrt{16+64}=4\sqrt{5}$

- comme AC=BC, le triangle ABC est isocèle en C.
- $\begin{cases} AC^2+BC^2=40+40=80 \\ AB^2=80 \end{cases}$ donc $AB^2=AC^2+BC^2$

ainsi par la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C ;
Finalement ABC est un triangle rectangle isocèle en C.

3/ K $\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$ soit K (-1 ;1)

CK (-1-3 ; 1-3) soit CK (-4 ;-2)

4/ Comme $\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{CK}$, on a K milieu de [CD] , ainsi le symétrique de C par rapport à K est D.
K est le milieu de [AB] et de [CD], ainsi ADBC est un parallèlogramme,
$\widehat{BCA}$ est droit, ainsi ADBC devient un rectangle,
et enfin CB=CA donc ADBC est un carré.

la symétrie centrale conserve les angles et les longueurs !

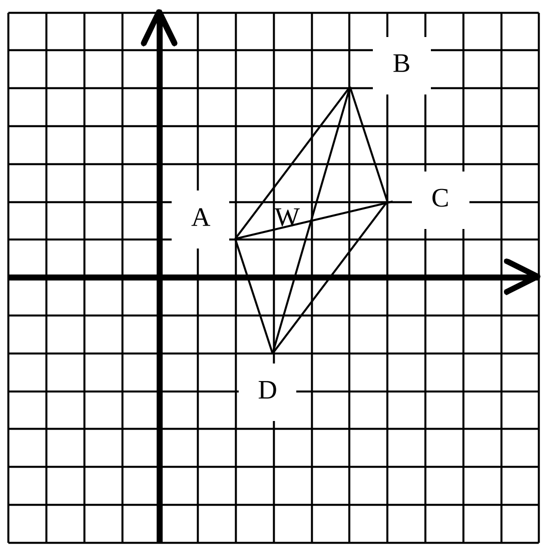
<u>Exercice   </u>: Bordeaux 01 [tableau thématique]

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O; I; J).
L'unité de longueur est le centimètre.

1/ Placer les points A (2; 1), B (5 ; 5) et C (6; 2).
2/ Donner les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$.
3/ Calculer la distance AB.
4/ Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
5/ Donner sans justifier les coordonnées du point D.
6/ Calculer les coordonnées du centre de symétrie W du parallélogramme ABCD.

Corrigé :

1/



2/ Calcul des coordonnées du vecteur $\vec{AB}$:

$\begin{cases} x_B - x_A = 5 - 2 = 3 \\ y_B - y_A = 5 - 1 = 4 \end{cases}$

Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont : (3 ; 4).

3/ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm.

4/ D(3 ; -2)

5/ W est le point de concours des diagonales du parallélogramme donc en particulier le milieu de la diagonale [AC].

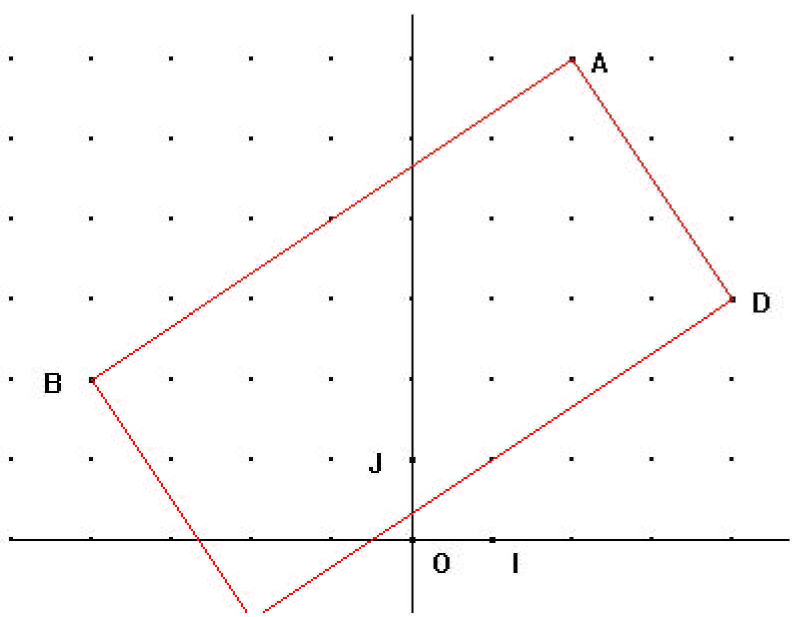
Les coordonnées (x_W ; y_W) de W sont :

$x_W = \dfrac{x_C + x_A}{2} = \dfrac{6 + 2}{2} = 4$ et $y_W = \dfrac{y_C + y_A}{2} = \dfrac{1 + 2}{2} = 1,5$

W a pour coordonnées (4 ; 1,5)

<u>Exercice   </u>: Grenoble 01 [tableau thématique]

Dans le repère orthonormal (O, I, J) ci-dessous, on considère les points suivants :
A (2 ; 6) ; B (− 4 ; 2) ; C (− 2 ; − 1) ; D (4 ; 3)



1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

2. Calculer les distances AC et BD, en valeurs exactes.
   Montrer que ABCD est un rectangle.

Corrigé :

1/ $\overrightarrow{AB}$ **(− 6 ; − 4)** $\overrightarrow{DC}$ **(− 6 ; − 4)**

Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors **ABCD** est un parallélogramme.

2/ **AC =** $\sqrt{(-2-2)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$

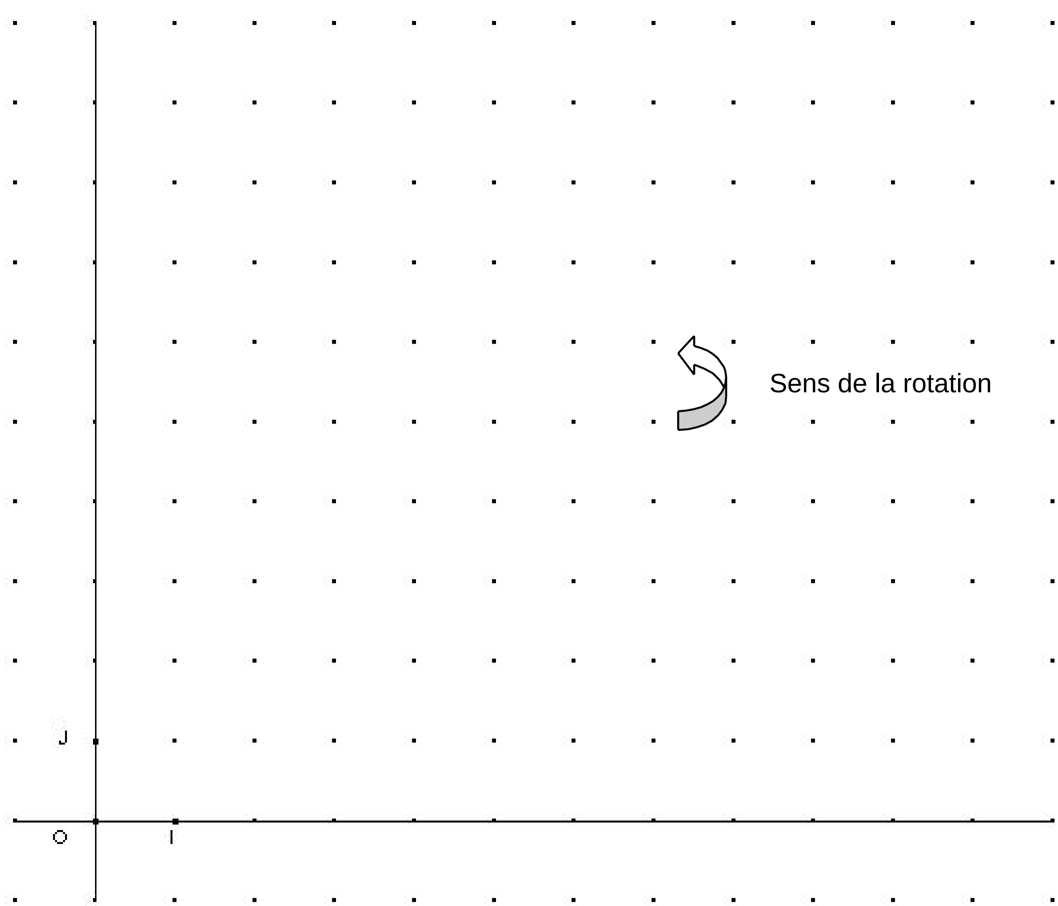
BD = $\sqrt{(4-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

On a donc **AC = BD**.

Le parallélogramme **ABCD** ayant ses diagonales **[AC]** et **[BD]** de même longueur est un rectangle.

Exercice : Lyon 01 tableau thématique

Les tracés demandés dans cet exercice sont à réaliser sur la figure ci-dessous.



1) Dans le repère orthonormé (O, I, J) représenté sur la feuille annexe n° 1, placer les points suivants :

A (2 ; 3), B (5 ; 6) et C (7 ; 4).

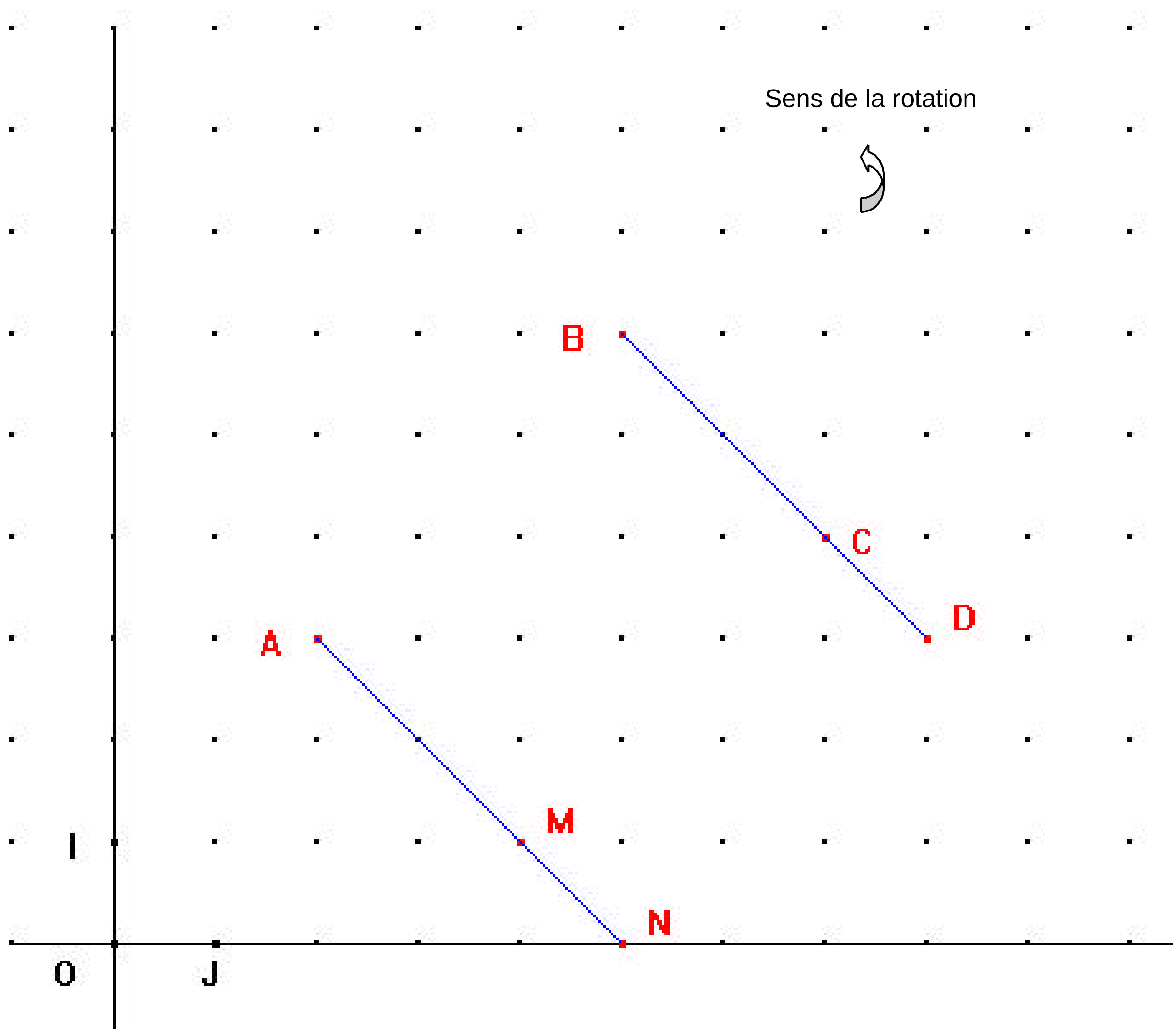
2) On admettra que $AB = 3\sqrt{2}$ et que $BC = 2\sqrt{2}$.
Calculer la distance AC et prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

3) Représenter le point D, image du point A par la rotation de centre B et d'angle 90 °
(dans le sens qui est indiqué sur la feuille annexe et qui est le sens contraire des aiguilles d'une montre).

4) Représenter le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
Quelle est la nature du quadrilatère BCMA?

5) a) Représenter le point N image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
b) Expliquer pourquoi les points B, C et D sont alignés.
c) Démontrer que les points A, M et N sont alignés.

Corrigé :



2/ $\mathbf{AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}}$

$\mathbf{AC = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}}$

On vérifie que : $\mathbf{AB^2 + BC^2 = AC^2}$
d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle **ABC** est rectangle en **B**.

4/ Puisque $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, le quadrilatère **BCMA** est un parallélogramme.

De plus, il est rectangle en **B**.

C'est donc un rectangle.

5/b/ On a $\widehat{ABC} = 90°$ car le triangle **ABC** est rectangle en **B** et $\widehat{ABD} = 90°$ car **D** est l'image de **A** dans la rotation de centre **B** et d'angle **90 °**.

Les points **B**, **C** et **D** sont donc alignés :
ils se trouvent sur la perpendiculaire à **(AB)** issue du point **B**.

5/c/ On a $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$, car **BCMA** est un rectangle et $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{BA}$ par construction.

A, **M** et **N** sont donc les images respectives de **B**, **C** et **D** dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

La translation conservant l'alignement, on en déduit que **A**, **M** et **N** sont alignés.