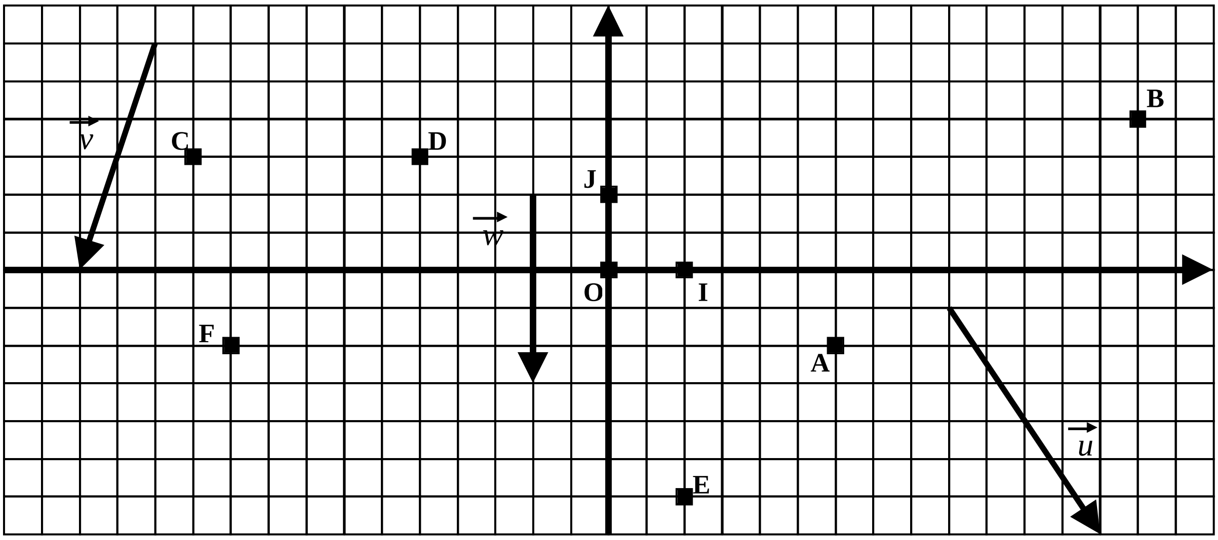
3° : EXERCICES VECTEURS, REPERAGE

EXERCICE 1 :



Déterminer graphiquement les coordonnées des vecteurs :

$\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{EF}$

$\vec{u}$ $\vec{v}$ $\vec{w}$

EXERCICE 2 :

Dans un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 1cm, on donne les points suivants :

A(– 2; 3) ; B(2; 4) ; C(5 ; – 1) ; D(3 ; – 2) ; E(– 1; 5) ; F(– 4; – 2).

1/ Calculer les coordonnées des vecteurs suivants : $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{EC}$; $\overrightarrow{FB}$; $\overrightarrow{DF}$.

2/ Calculer les coordonnées des milieux des segments : [AC] ; [AB] ; [EF] ; [DC].

3/ Calculer les valeurs exactes des distances AE, BD et FC.

(Il n'est pas demandé de faire de figure, mais il est conseillé d'en faire une pour vérifier la vraisemblance des résultats …)

EXERCICE 3 :

On se place dans un repère orthonormal (O, I, J) où l'unité graphique est le centimètre.

1/ Placer le point A(– 2 ; – 1) puis le point B image du point A par la translation de vecteur $\vec{U}(4;5)$.

2/ Calculer les coordonnées du point B.

3/ Placer le point C, symétrique du point B par la symétrie de centre A.

4/ Calculer les coordonnées du point C.

EXERCICE 4 :

Dans le plan rapporté au repère orthonormal (O, I, J) où l'unité graphique est le centimètre :

1/ Placer le point A(3 ; – 2) puis le point B(– 3 ; – 1).

2/ Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3/ Placer le point C(2 ; 1) puis le point D image du point C par la translation qui transforme A en B.

4/ Calculer les coordonnées du point D.

5/ Calculer les coordonnées du point E symétrique de B par rapport à A.

EXERCICE 5 : *(Bordeaux, juin 2000)*

Le plan rapporté au repère orthonormal (O, I, J) ; l'unité graphique est le centimètre.

1/ **a/** Placer les points A(4 ; 5) , B(– 3 ; 3) et C(2 ; – 2).

b/ Quelle est la nature du triangle ABC ?

2/ Soit D l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

Calculer les coordonnées du point D.

3/ Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

EXERCICE 6 : *(D'après Clermont-Ferrand, juin 2000)*

Dans le plan rapporté au repère orthonormal (O, I, J), placer les points : A(– 7 ; 1) , B(1 ; 7).

1/ **a/** Quelles sont les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{AB}$?
Démontrer que AOB est un triangle rectangle isocèle.
b/ Soit C le cercle circonscrit au triangle AOB.
Calculer les coordonnées de son centre S et son rayon.

2/ Placer C image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$.
Quelle est la nature du quadrilatère ACBO

EXERCICE 7 : *(Centres étrangers, juin 2000)*

1/ Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), placer les points : A(– 1 ; 3) , B(3 ; 2).

2/ Placer C image du point O par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

3/ Calculer la longueur AB.

4/ Placer le point D tel que $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}$.(Aucune explication n'est demandée)

EXERCICE 8 :

On se place dans le repère orthonormal (O, I, J) ci-dessous où l'unité graphique est le centimètre.

1/ **a/** Placer les points A(4 ; – 5) , B(– 6 ; 0) et C(– 2 ; 3).
b/ Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, AC et BC.
c/ En déduire que le triangle ABC est rectangle en précisant en quel point.

2/ **a/** .Construire le point D l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$.
b/ Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier.
c/ Calculer les coordonnées du point D.
d/ Calculer les coordonnées du centre du quadrilatère ACBD.

3/ **a/** Construire le point M, symétrique du point B dans la symétrie de centre C.
b/ Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$.
c/ Construire le point N tel que $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{DA}$ (aucune explication n'est demandée).

CORRECTION EXERCICE 8 :

1/b/ On applique la formule : $\mathbf{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

Donc AB = $\sqrt{((-6) - 4)^2 + (0 - (-5))^2}$

Donc AB = $\sqrt{(-10)^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125}$ (= $5\sqrt{5}$).

De même on trouve AC = $\sqrt{100}$ = 10 et BC = $\sqrt{25}$ = 5.

1/c/ Dans le triangle ABC, le **côté le plus long** est **[AB]**.

Or, $AB^2 = (\sqrt{125})^2 = 125$.
Et $AC^2 + BC^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$.

Donc $\mathbf{AB^2 = AC^2 + BC^2}$ et d'après la **réciproque** du théorème de **Pythagore**, le **triangle** ABC est **rectangle** en C.

2/b/ On a $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$**, donc ACBD est un parallélogramme**.
D'après 1/c/, il possède un angle droit, c'est donc un rectangle.

2/c/ Calcul des **coordonnées du point D : On a** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$,

donc $\begin{cases} \mathbf{x_A - x_C = x_D - x_B} \\ \mathbf{y_A - y_C = y_D - y_B} \end{cases}$,donc $\begin{cases} 4 - (-2) = x_D - (-6) \\ -5 - 3 = y_D - 0 \end{cases}$

donc $\begin{cases} 6 = x_D + 6 \\ -8 = y_D \end{cases}$,donc $\begin{cases} x_D = 6 - 6 = 0 \\ y_D = -8 \end{cases}$

Les coordonnées du point D sont (0 ; – 8).

2/d/ Soit I le centre du rectangle.

Calcul des **coordonnées du point I milieu de [AB]** :

$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{x_B + x_A}}{\mathbf{2}} = \dfrac{-6 + 4}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1 \\ \dfrac{\mathbf{y_B + y_A}}{\mathbf{2}} = \dfrac{0 + (-5)}{2} = -2{,}5 \end{cases}$

Les coordonnées du point I sont (– 1 ; – 2,5).

3/ b/ Calcul des **coordonnées du vecteur** $\overrightarrow{BA}$:

$\begin{cases} \mathbf{x_A - x_B} = 4 - (-6) = 4 + 6 = 10 \\ \mathbf{y_A - y_B} = -5 - 0 = -5 \end{cases}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BA}$ sont (10 ; – 5).