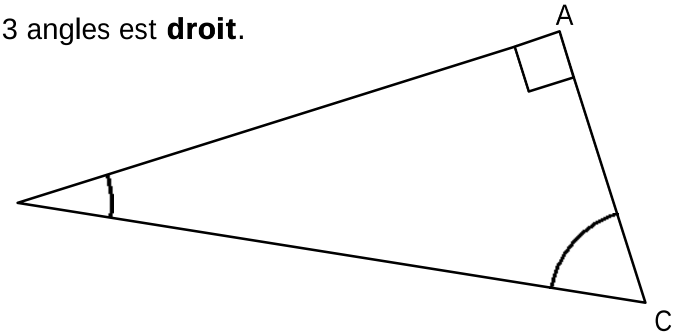
CONTENUS	COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Triangle rectangle et cercle		
Cercle circonscrit, théorème de Pythagore et sa réciproque.	Caractériser le triangle rectangle : - par son inscription dans un demi-cercle, - par la propriété de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, s'il y a lieu, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche ∂ d'une calculatrice, Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés. Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences exigibles, ne sont pas au programme.
Cosinus d'un angle.	Utiliser, pour un triangle rectangle, la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des deux côtés adjacents. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :du cosinus d'un angle aigu donné, de l'angle aigu dont on donne le cosinus.	La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueurs. On peut également le définir comme l'abscisse d'un point sur le quart de cercle trigonométrique situé dans le premier quadrant.

RAPPELS : TRIANGLE RECTANGLE.

On dit qu'un triangle est **rectangle** quand l'un de ses 3 angles est **droit**.



Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A.

$\widehat{BAC}$ est l'**angle droit**.

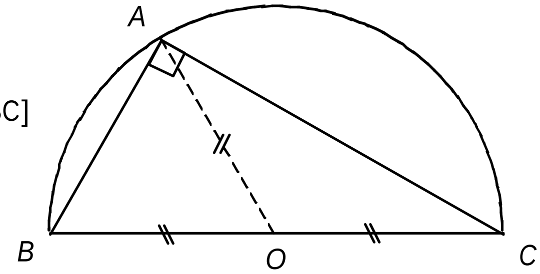
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont les deux **angles aigus** (ils sont **complémentaires**).

[AB] et [AC] sont les **cotés de l'angle droit**.
[BC] est l'**hypoténuse**.

I. CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE RECTANGLE.

On appelle **cercle circonscrit à un triangle** le cercle qui passe par les 3 sommets de ce triangle.
Son centre est le point de concours des **médiatrices** des 3 cotés de ce triangle.

a. Propriété « directe » :



SI un triangle ABC est rectangle en A,
ALORS ABC est inscrit dans un (demi) cercle de diamètre [BC] (l'hypoténuse).

Remarques :

➔ Le centre de ce demi-cercle est le point O, milieu de l'hypoténuse.
➔ On a : OA = OB = OC.

Conséquence (Caractérisation des points d'un cercle de diamètre donné):

SI un angle $\widehat{BMC}$ est droit
ALORS M appartient au cercle de diamètre [BC].

c. Caractérisation d'un triangle rectangle (Propriété « réciproque ») :

SI ABC est un triangle inscrit dans un (demi) cercle de diamètre [BC],
ALORS ABC est rectangle en A.

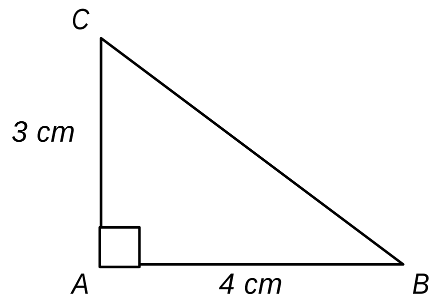
II. THEOREME DE PYTHAGORE.

a. Théorème direct :

SI un triangle ABC est rectangle en A,
ALORS $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
« Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des cotés de l'angle droit »

Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A avec AB = 3cm et AC = 4cm.
On a alors :
$BC^2 = 3^2 + 4^2$
$BC^2 = 9 + 16$
$BC^2 = 25$.
Donc BC = 5cm.



Remarque - Conséquence de la propriété :

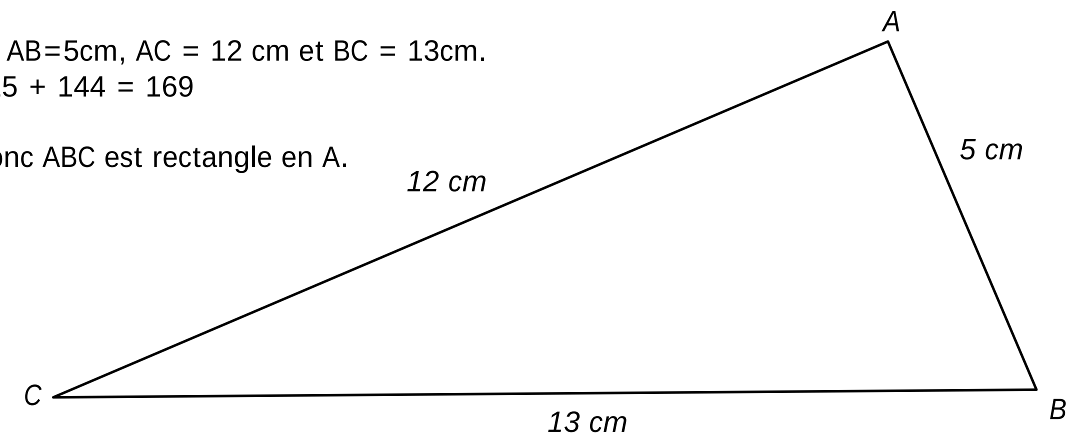
Si le carré du plus grand coté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres cotés, alors le triangle n'est pas rectangle.

b. Réciproque :

SI un triangle ABC est tel que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (c'est à dire « le carré du coté le plus long est égal à la somme des carrés des 2 autres cotés »),
ALORS il est rectangle en A.

Exemple :

ABC est un triangle tel que AB=5cm, AC = 12 cm et BC = 13cm.
$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$
$BC^2 = 13^2 = 169$
Donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc ABC est rectangle en A.



III. COSINUS D'UN ANGLE AIGU.

a. Définition :

SI OMN et OM'N' sont deux triangles rectangles en M et M' qui ont le même angle aigu $\widehat{MON}$.

ALORS $\dfrac{OM}{ON} = \dfrac{OM'}{ON'}$

La valeur commune de ces rapports est appelée le « **cosinus de l'angle Ô** » et est notée « cos Ô ».

b. Dans un triangle rectangle :

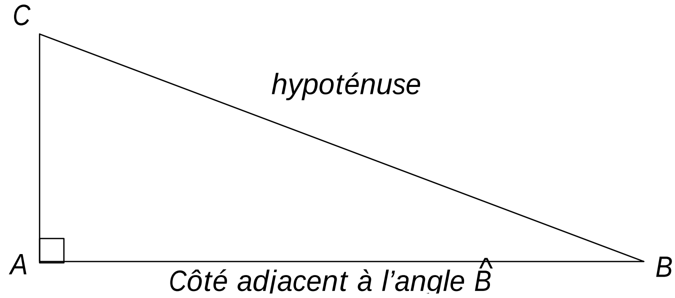
SI ABC est un triangle rectangle en A

ALORS $\cos \widehat{B} = \dfrac{BA}{BC}$

BC est la longueur de l'hypoténuse du triangle.

BA est la longueur du coté adjacent (à l'angle $\widehat{B}$)

On écrit souvent : $\cos \widehat{B} = \dfrac{\text{côté adjacent à B}}{\text{hypoténuse}}$



Remarques :

Dans le triangle ABC, on peut aussi écrire : $\cos \widehat{C} = \dfrac{CA}{BC}$

Le cosinus de n'importe quel angle aigu est TOUJOURS compris entre 0 et 1

c. Utilisation de la calculatrice :

ATTENTION :

Avant d'utiliser les touches cos ou $\cos^{-1}$ de la calculatrice, il faut mettre celle-ci en mode degré.

Exemples:

Calcul de cos 38°
Touches : 3 – 8 – cos
Affichage : 0,788010754
En arrondissant au millième : cos 38° ≈ 0,788

Calcul de la mesure Â sachant que cos Â = 0,6
Touches : 0 - , - 8 - $\cos^{-1}$ ou Acos
Affichage : 36,86989765
En arrondissant au dixième: $\widehat{A} \approx 36,9°$