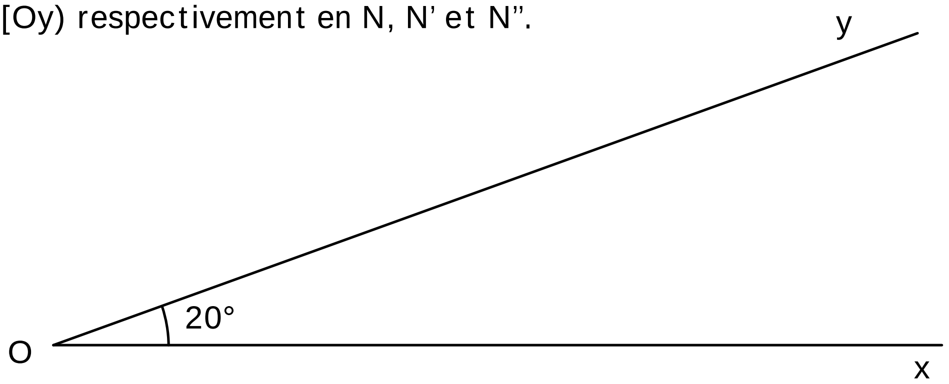
Chapitre GEO- 4 : COSINUS D'UN ANGLE AIGU

I DÉCOUVERTE DU COSINUS D'UN ANGLE AIGU

On a construit ci-dessous deux demi-droites [Ox) et [Oy) tel que $\widehat{xOy} = 20°$.

M, M' et M'' sont trois points de [Ox). Les perpendiculaires en M, M' et M'' à [Ox) coupent [Oy) respectivement en N, N' et N''.



OM =	OM' =	OM'' =
ON =	ON' =	ON'' =
$\frac{OM}{ON} \approx$	$\frac{OM'}{ON'} \approx$	$\frac{OM''}{ON''} \approx$

Conjecture : ....

Démonstration de $\frac{OM}{ON} = \frac{OM'}{ON'}$ quel que soit l'angle $\widehat{xOy}$:

Les droites (MN) et (M'N') sont parallèles car ....

....

Dans le triangle OM'N' on a ainsi : .... , ... et ....

donc d'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{\text{.............}}{\text{.............}} = \frac{\text{.............}}{\text{.............}}$

D'où .... × .... = ... × .... et donc $\boxed{\frac{\text{.............}}{\text{.............}} = \frac{\text{.............}}{\text{.............}}}$

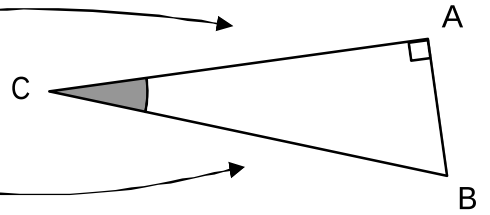
Propriété et Définition : OMN et OM'N' sont deux triangles rectangles en M et M' qui ont le même angle aigu $\widehat{O}$. On a alors : $\frac{OM}{ON} = \frac{OM'}{ON'}$

La valeur commune de ces rapports qui dépend de l'angle $\widehat{O}$ est appelée le **« cosinus de l'angle $\widehat{O}$ »** et est notée cos $\widehat{O}$.

II COSINUS ET TRIANGLE RECTANGLE

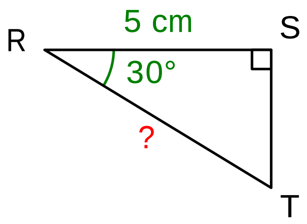
Définition : Dans un triangle ABC rectangle en A, le cosinus de l'angle $\widehat{C}$, noté cos $\widehat{C}$, est le nombre $\frac{CA}{CB}$. On a donc :

$$\boxed{\cos \widehat{C} = \frac{CA}{CB} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{C}}{\text{hypoténuse}}}.$$



Remarque : Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

Exemple ① : Calcul de la longueur d'un côté.



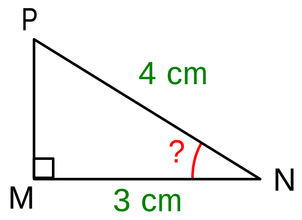
Dans le triangle RST rectangle en S on a :

$$\cos \widehat{R} = \frac{RS}{RT}$$

D'où $\cos \widehat{R} \times RT = RS$

et ainsi $RT = \frac{RS}{\cos \widehat{R}} = \frac{5}{\cos 30°} \approx 5{,}8$ cm (*touche* $\boxed{\cos}$)

Exemple ② : Calcul de la mesure d'un angle.



Dans le triangle MNP rectangle en M on a :

$$\cos \widehat{N} = \frac{NM}{NP} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

D'où $\widehat{N} \approx 41$ ° (*en utilisant la touche* $\boxed{\cos^{-1}}$)