Classe de 4ème - DM 23 mars

1. Calculs

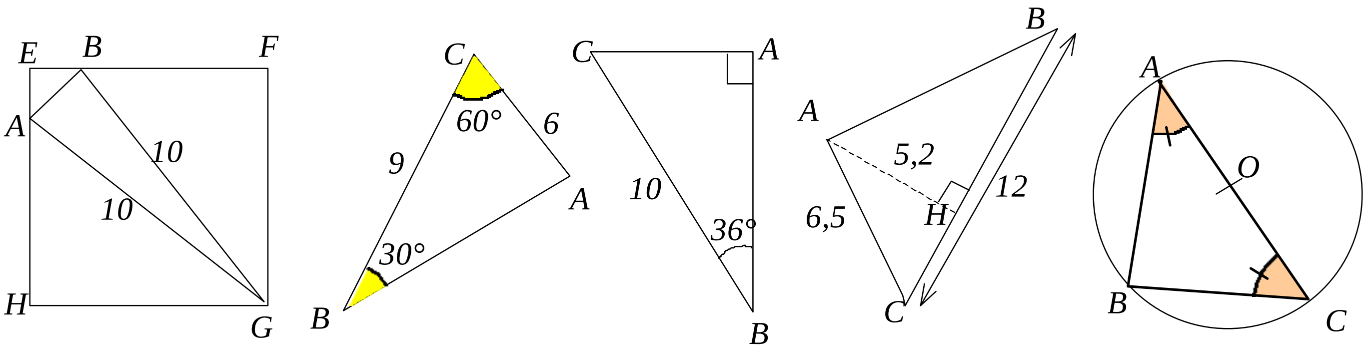
$A = 3 ´ 5 - 7^2$ $\qquad$ $B = 3 ´ (5 - 7)^2$ $\qquad$ $C = (3 ´ 5 - 7)^2$

$E = 1{,}35 \,.\, 10^7 ´ 2{,}8 \,.\, 10^{-4}$ $\qquad$ $F = \dfrac{6{,}3.10^3}{1{,}26 \,.\, 10^8} + \dfrac{4{,}2 \,.\, 10^{13}}{3{,}5 \,.\, 10^{17}}$

Pour E et F on montrera des calculs qui n'utilisent pas d'écriture décimale.

2. Le triangle rectangle

*Dans chaque cas, montrer que **l'on peut** calculer la longueur AB, puis montrer ce calcul.*



Cas n° 1
EFGH est un carré de 8 cm de côté

Cas n° 2

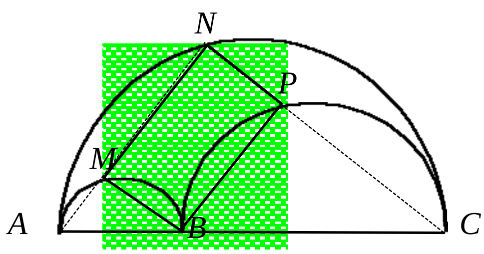
Cas n° 3

Cas n° 4

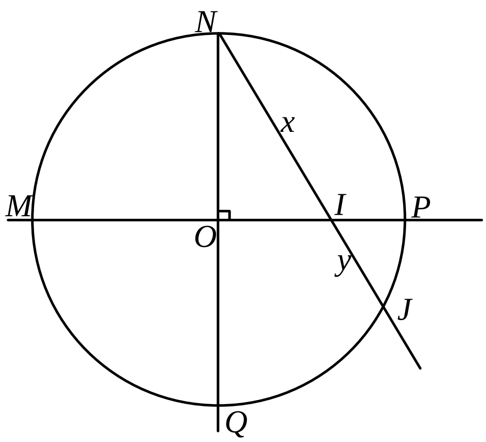
Cas n° 5
O est le centre du cercle de rayon 5 cm.
B est sur le cercle.

3. Construction

1. *Rédiger la construction de la figure ci-contre.*
2. *Quelle est la nature du quadrilatère BMNP ?*



4. Problème



[MP] et [NQ] sont deux diamètres perpendiculaires du cercle de centre O.
x désigne la longueur NI et y la longueur IJ.
Que peut – on dire de QI?
Calculer :
QJ^2 $\quad$ NQ^2 $\quad$ NO
*puis A (l'aire du disque **en fonction de p***) dans chacun des cas suivants :*

1. *Lorsque x = 5 et y = 2*
2. *Lorsque x = 7 et y = 3*
3. *Lorsque x est le triple de y.*

** : ne pas remplacer p par une valeur approchée.*

Classe de 4ème - DM 23 mars

Note sur 20	Barème	Note
Calculs : 3 points		
Calculs de A, B C et E : 0,5 chaque	***2***	
Calcul de F	***1***	
Le triangle rectangle : 7,5 points		
Montrer dans chaque que les conditions permettent de calculer AB.	***2,5***	
Calcul de AB : méthode et résultat 0,5 + 0,5	***5***	
Construction 3 points		
Programme de construction	***2***	
Justification de la nature du quadrilatère	***1***	
Problème à rédiger : 6,5 points		
Calculs détaillés pour le premier cas	***2,5***	
Calculs plus rapides pour le cas 2	***2***	
Cas n°3	***2***	

Note sur 20	Barème	Note
Calculs : 3 points		
Calculs de A, B C et E : 0,5 chaque	***2***	
Calcul de F	***1***	
Le triangle rectangle : 7,5 points		
Montrer dans chaque que les conditions permettent de calculer AB.	***2,5***	
Calcul de AB : méthode et résultat 0,5 + 0,5	***5***	
Construction 3 points		
Programme de construction	***2***	
Justification de la nature du quadrilatère	***1***	
Problème à rédiger : 6,5 points		
Calculs détaillés pour le premier cas	***2,5***	
Calculs plus rapides pour le cas 2	***2***	
Cas n°3	***2***	

Note sur 20	Barème	Note
Calculs : 3 points		
Calculs de A, B C et E : 0,5 chaque	***2***	
Calcul de F	***1***	
Le triangle rectangle : 7,5 points		
Montrer dans chaque que les conditions permettent de calculer AB.	***2,5***	
Calcul de AB : méthode et résultat 0,5 + 0,5	***5***	
Construction 3 points		
Programme de construction	***2***	
Justification de la nature du quadrilatère	***1***	
Problème à rédiger : 6,5 points		
Calculs détaillés pour le premier cas	***2,5***	
Calculs plus rapides pour le cas 2	***2***	
Cas n°3	***2***	

Classe de 4ème – Corrigé du DM 23 mars

Calculs

$A = 3 \times 5 - 7^2 = 15 - 49 = \mathbf{-34}$ $\qquad$ $B = 3 \times (5-7)^2 = 3 \times (-2)^2 = 3 \times 4 = \mathbf{12}$

$C = (3 \times 5 - 7)^2 = (15-7)^2 = 8^2 = \mathbf{64}$

$E = 1{,}35 \,.\, 10^{7} \times 2{,}8 \,.\, 10^{-4} = (1{,}35 \times 2{,}8) \times (10^{7} \times 10^{-4}) = \mathbf{3{,}78 \,.\, 10^{3}}$

$F = \dfrac{6{,}3.10^{3}}{1{,}26 \,.\, 10^{8}} + \dfrac{4{,}2 \,.\, 10^{13}}{3{,}5 \,.\, 10^{17}} = 5 \,.\, 10^{-5} + 1{,}2 \,.\, 10^{-4} = 5 \,.\, 10^{-5} + 12 \,.\, 10^{-5} = \mathbf{17.\ 10^{-5}}$

Le triangle rectangle

Cas n° 1 :

Dans BFG, rectangle en F : $BF^2 = BG^2 - FG^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$. Donc $BF = 6$.
$EB = EF - BF = 8 - 6 = 2$. De la même manière, $EA = 2$.
Dans AEB, rectangle en E : $AB^2 = EB^2 + EA^2 = 4 + 4 = 8$. ***D'où $AB = \sqrt{8}$***

Cas n° 2 :

$\widehat{A} = 180 - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180 - (30 + 60) = 180 - 90 = 90°$. Dans le triangle ABC, rectangle en A, $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45$. ***D'où : $AB = \sqrt{45}$***

Cas n° 3 :

Dans le triangle ABC, rectangle en A, $AB = BC \times \cos\widehat{CBA} = 10 \times \cos 36 \approx$ ***8,1***

Cas n° 4 :

Dans AHC, rectangle en H, $HC^2 = AC^2 - HA^2 = 6{,}5^2 - 5{,}2^2 = 15{,}21$. $HC = \sqrt{15{,}21} = 3{,}9$.
$HB = BC - HC = 12 - 3{,}9 = 8{,}1$.
Dans HAB, rectangle en H : $AB^2 = HA^2 + HB^2 = 5{,}2^2 + 8{,}1^2 = 92{,}65$. ***D'où : $AB = \sqrt{92{,}65}$***

Cas n° 5 :

ABC est rectangle en B car B est sur le cercle de diamètre [AC] .
ABC est isocèle car $\widehat{BAC} = \widehat{BCA}$, d'où : $AB = BC$.
Donc : $2 \times AB^2 = AC^2 = 10^2 = 100$; d'où $AB^2 = 50$ et ***$AB = \sqrt{50}$***

Construction

- *Tracer [AC]*
- *Tracer un demi cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AC] .*
- *Placer B sur [AC]*
- *Tracer les demi cercles $\mathcal{C}_1$ de diamètre [AB] et $\mathcal{C}_2$ de diamètre [BC]*
- *Tracer une demi droite [Ax) qui coupe $\mathcal{C}_1$ en M et $\mathcal{C}$ en N.*
- *Tracer [CN] qui coupe $\mathcal{C}_2$ en P.*
- *Tracer BMNP.*

AMB est rectangle en M car M est sur le cercle de diamètre [AB]
BPC est rectangle en P car P est sur le cercle de diamètre [BC]
ANC est rectangle en N car N est sur le cercle de diamètre [AC]
BMNP.est donc un rectangle car il a trois angles droits.

Problème

(MP) est la médiatrice de [NQ] . $I \in (MP)$ donc $QI = NI = x$
QJN est rectangle en J car J est sur le cercle de diamètre [NQ]. Donc QJI est rectangle en J.
$QJ^2 = QI^2 - IJ^2 = x^2 - y^2$.
Dans NQJ : $NQ^2 = NJ^2 + QJ^2 = (x + y)^2 + x^2 - y^2$.
$NO = \frac{NQ}{2}$, donc $NO^2 = \frac{NQ^2}{4}$
$\mathcal{A} = \pi \times NO^2$.

	Cas général	$x = 5$ et $y = 2$	$x = 7$ et $y = 3$	$x = 3y$
QJ^2	$x^2 - y^2$	$5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$	$7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$	$(3y)^2 - y^2 =$ $9y^2 - y^2 = 8y^2$
NQ^2	$(x + y)^2 + x^2 - y^2$	$(5 + 2)^2 + 21 =$ $7^2 + 21 = 49 + 21 = 70$	$(7 + 3)^2 + 40 =$ $10^2 + 40 = 140$	$(3y + y)^2 + 8y^2 =$ $(4y)^2 + 8y^2 =$ $16y^2 + 8y^2 = 24y^2$
NO^2	$\frac{NQ^2}{4}$	$\frac{70}{4} = 17,5$	$\frac{140}{4} = 35$	$\frac{24y^2}{4} = 6y^2$
$\mathcal{A}$	$\pi \times NO^2$.	$17,5 \times \pi$	35π	$6y^2\pi$