Travaux géométriques dirigés en classe de 4ème ( Révision générale)

**Le problème des deux équerres**

Deux équerres identiques, ABC et CED sont disposés comme sur la figure ci-dessous.
Refaire la figure en prenant AB = 5 cm et AC = 9 cm , sachant que la figure, une fois complétée, occupera un rectangle de 22 cm, dans la direction de (AB), sur 18 cm, dans la direction de (BC).

1° a) Ecrire les égalités de longueurs et d'angles relatives aux deux triangles ABC et CED
b) Justifier le parallélisme des droites (AB) et (CD) ;
c) Calculer BC , puis donner son arrondi au mm près ;
d) Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$.

2°Le point F est le point d'intersection des droites (AB) et (DE) :
a) En utilisant le résultat du 1°d), calculer AF ;
b) En déduire BF et calculer CF.

3°Le point G est un point de (AB) et le triangle ACG est rectangle en C :
Trouver trois façons de calculer FG.

4°Le point H est un point de [CF] et la droite (EH) est parallèle à la droite (AF) :
a) Calculer EH et en déduire la nature du triangle AEH ;
b) Montrer que la droite (AH) est la bissectrice de l'angle CAF.

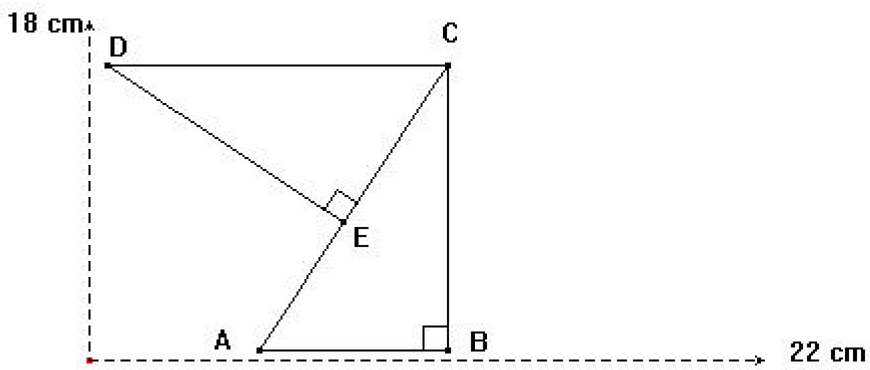
5°Le point I est le point d'intersection des droites (DC) et (AH) :
a) Calculer CI ;
b) En déduire que le triangle IAD est rectangle en A ;
c) Préciser la nature du quadrilatère CIGF.

6°Les points J,K et L sont les points d'intersection de la droite (EH) respectivement avec [AD], [CG] et [IG] . Calculer EJ, HK et KL.

7°Le point M est le point d'intersection des droites (AC) et (GI) :
Calculer les longueurs des côtés du triangle AGM.

8°Les point O et P sont les points d'intersection de la droite (AH) respectivement avec [EF] et [CG] :
Utiliser le *théorème* cité ci-dessous pour caractériser les droites (CO) et (MP) respectivement dans les triangles ACF et AMG.

Théorème : *Dans un trapèze, la droite qui passe par le point d'intersection des diagonales et le point d'intersection des côtés non parallèles, passe par les milieux des deux bases.*



<u>Commentaire pour le problème des deux équerres</u> : Le centre du problème est en fait le triangle ACF. Dans ce triangle, la bissectrice de l'angle de sommet A, la médiane issue du sommet C et la hauteur issue du sommet F sont concourantes. Le triangle AMG, qui est homothétique du triangle ACF, possède la même propriété.
Pour un triangle ACF quelconque, mais d'angle aigu en A, la propriété est vérifiée si et seulement si les projetés orthogonaux de [AC] sur (AF), et de [CF] sur (AC) ont des mesures égales : AB = CE ;ou encore, si et seulement si $\cos \widehat{CAF} = \frac{AC}{AC+AF}$
Références : « OUVERT n° 63 » et « LE PETIT ARCHIMEDE n° 90 ».