Activité : **LA DROITE DES MILIEUX**

Soit ABC un triangle et soient I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC].

I - CONJECTURE :

1. Faire la figure.
2. Quelle remarque peut-on faire à propos de la droite (IJ) ?

II - UNE DÉMONSTRATION :

1. Compléter la figure et la démonstration suivante.

Soit K le symétrique de J par rapport à I.

Le milieu de [KJ] est donc . . . . .

Par hypothèse, le milieu de [AB] est . . . . .

Par suite, les segments [KJ] et [AB] ont . . . .

Le quadrilatère AJBK a donc . . . .

Par conséquent le quadrilatère AJBK est . . . .

Donc BK = AJ et (BK) // (AJ) ; ou encore $\boxed{\text{(BK) // (JC)}}$

Comme J est, par hypothèse, le milieu de [. . .], AJ = JC.

Donc $\boxed{\text{BK = ...}}$

D'où . . . . est un parallélogramme.

Et donc (KJ), c'est-à-dire (IJ), est parallèle à . . . . .

2. En utilisant la même figure et le fait que KJCB est un parallélogramme, démontrer que :

$$IJ = \frac{BC}{2}$$

III - PROPRIÉTÉ :

Compléter les deux énoncés suivants :

Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés du triangle est . . . .
. . . .

Soient I et J les milieux des côtés [AB] et [AC] d'un triangle ABC.

Alors : (IJ) // . . . et IJ = . . .

Activité : DROITE DES MILIEUX : LA RÉCIPROQUE

Soit ABC un triangle et soient I le milieu de [AB].
La parallèle à [BC] passant par I coupe [AC] en J.

I - CONJECTURE :

1. Faire la figure.
2. Le point J semble avoir une position particulière. Laquelle ?

II - UNE DÉMONSTRATION :

Soit K le milieu de [BC].

1. Pourquoi (IK) // (JC) et pourquoi (IJ) // (KC) ?
2. Que peut-on en déduire pour IJCK ?
3. Pourquoi $IK = \frac{AC}{2}$ et pourquoi IK = JC ?
4. Exprimer JC en fonction de AC.
5. Conclure.

III - PROPRIÉTÉ :

Compléter les deux énoncés suivants :

Dans un triangle, la droite passant par le . . . . d'un côté et . . . . à un deuxième côté coupe le troisième côté en son . . . .

Autrement dit :

Soit ABC un triangle.

Soit I le milieu de [AB] et soit J un point de [AC].

Si (IJ) // . . . , alors J est . . . .

IV - EXERCICE D'APPLICATION :

Soit ABC un triangle et I le milieu de [AB].
La parallèle à (BC) passant par I coupe [AC] en J.
La parallèle à (AB) passant par J coupe [BC] en K.
La parallèle à (AC) passant par K coupe [AB] en L.

1. Faire une figure.
2. Que peut-on dire du point L ? Justifier.