TRIANGLES ET DROITES PARALLELES

I) TRIANGLES ET MILIEUX

a) Avec deux milieux

Conjecturer …

Tracer un triangle ABC. Placer le point I milieu de [AB] et le point J milieu de [AC].
Tracer la droite (IJ). Que semble-t-il se passer ?
Recommencer avec d'autres triangles.

Prouver…

Pour les classes d'un niveau convenable … construire avec eux la démo page 173

PROPRIETE 1

Si on joint les milieux de deux côtés d'un triangle alors on obtient un segment parallèle au troisième côté, dont la longueur est la moitié de ce côté.

Dessin :

Dans un triangle ABC, si je sais que : I est le milieu de [AB]
J est le milieu de [AC]
Alors, je peux affirmer que : (IJ) est parallèle à (BC)
Et $IJ = \frac{1}{2} BC$

EXERCICES UTISANT CETTE PROPRIETE.

b) Avec un milieu et une parallèle

Conjecturer…

Tracer un triangle ABC. Placer le milieu I de [AB].
Tracer la droite (d) passant par I et parallèle à la droite (BC). Elle coupe [AC] en M.
Marie s'exclame, en terminant sa figure :
« Mais c'est exactement pareil que la première activité du chapitre ! »
Pierre réagit du tac au tac :
« Mais non ! Les données ne sont pas les mêmes. On a placé un milieu, puis tracé la parallèle à la droite (BC). Alors que l'autre fois, on avait placé… »

Terminer la phrase de Pierre.

Prouver…

Dessin à main levé… ATTENTION ! On ne sait pas que M est le milieu de [AC], il faut le prouver… Le raisonnement est délicat .
Appelons J le milieu de [AC].
D'une part, d'après la prop 1, (IJ) est parallèle à (BC).
D'autre part, (IM) est parallèle à (BC) d'après les données.
Or, il n'existe qu'une seule droite parallèle à (BC) et passant par I.
On en déduit que M=J. Par conséquent (d) coupe [AC] en son milieu.

PROPRIETE 2

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Dessin :

<u>Dans un triangle ABC, si je sais que</u> : I est le milieu de [AB]
M est sur [AC]
(IM) est parallèle à (BC)
<u>Alors, je peux affirmer que :</u> M est le milieu de [AC]

EXERCICES UTISANT LES DEUX PROPRIETES.

II) PROPORTIONNALITE DANS UN TRIANGLE

Petites intros :

1) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc . Démo en mettant les deux fractions au même dénominateur.

2) fractions de longueurs : Act 1 p 172 ensemble puis 25 et 28 p 183

On utilise le même triangle ABC dans les trois activités.
ABC est un triangle tel que : AB = 9 cm, AC = 6 cm et BC = 12 cm.

ACTIVITE 1

I est le milieu de [AB]. Par I, on trace la parallèle à (BC). Elle coupe [AC] en J.
Que peut-on dire de J ?
Sans faire de mesures, exprimer les rapports suivants : $\frac{AI}{AB}$, $\frac{AJ}{AC}$ et $\frac{IJ}{BC}$.

ACTIVITE 2

Placer K sur [AB] tel que AK = 6 cm.
Par K, tracer la parallèle à (BC). Elle coupe [AC] en L.
Exprimer le rapport $\frac{AK}{AB}$

Mesurer AL et KL.
Calculer les rapports suivants : $\frac{AL}{AC}$ et $\frac{KL}{BC}$.

ACTIVITE 3

Placer M sur [AB] tel que AM = 1.5 cm.
Par M, tracer la parallèle à (BC). Elle coupe [AC] en N.
Exprimer le rapport $\frac{AM}{AB}$

Mesurer AN et MN.
Calculer les rapports suivants $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$.

ACTIVITE 1

Le fait de placer I à 1/2 de [AB], puis de tracer (IJ) parallèle à (BC), nous donne J situé à 1/2 de [AC] et IJ = 1/2 BC. Ce sont des propriétés vues au début du chapitre.
On peut exprimer ainsi ces propriétés :
THEOREME DES MILIEUX :

Dans un triangle ABC, si je sais que : I est le milieu de [AB]
J est sur [AC]
(IJ) est parallèle à (BC)

Alors, je peux affirmer que : AI / AB = AJ /AC = IJ / BC = **1/2**

Les côtés du triangle AIJ sont TOUS deux fois plus petits que ceux du triangle ABC.
AIJ est une réduction de ABC.

ACTIVITE 2

AK/AB = 6/9 = 2/3
AL/AC = 4/6 = 2/3
KL/BC =8/12 = 2/3
Il semble y avoir égalité des trois rapports.
Le fait de placer K aux 2/3 de [AB], puis de tracer (KL) parallèle à (BC), nous donne L situé aux 2/3 de [AC] et KL = 2/3 BC.

Le triangle AKL est une réduction du triangle ABC dans le rapport 2/3

ACTIVITE 3

AM/AB = 1,5/9 = 3/18 = 1/6
AN/AC = 1/6
MN/BC = 2/12 = 1/6
Il semble y avoir égalité des trois rapports.

Le fait de placer M à 1/6 de [AB], puis de tracer (MN) parallèle à (BC), nous donne N situé à 1/6 de [AC] et MN = 1/6 BC.

Le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dans le rapport 1/6

L’activité 1 rappelle un résultat connu .
Les activités 2 et 3 ne sont que des expériences, les mesures sont imprécises. Seule une démonstration permettrait de conclure.
Nous admettrons que le théorème des milieux se généralise à tout point du segment [AB]. C’est le (petit) Théorème de THALES .

PETIT THEOREME DE THALES :

SI JE SAIS QUE :

B’ appartient à [AB]
C’ appartient à [AC]
(B’C’) est parallèle à (BC)

ALORS JE PEUX DIRE QUE :

AB’ / AB = AC’ / AC = B’C’ / BC

Côtés du petit triangle sur Côtés du grand triangle

On peut inverser les fractions.

EXERCICES :

Et en particulier mesure de la hauteur de la pyramide de Kheops.