

# Février 1997 : Devoir commun de quatrième

**Consignes** : les deux parties doivent être rédigées sur des copies doubles différentes. A la fin des deux heures, vous les glisserez l'une dans l'autre et les rendrez au professeur. Sur ces copies, vous ne mettrez pas vos noms mais votre numéro.

L'usage du blanco est interdit ainsi que le prêt du matériel en particulier de la machine à calculer.

Toute tentative de fraude sera sévèrement sanctionnée.

La présentation, l'orthographe, ainsi que la rigueur de l'écriture mathématique (droites, segments, longueurs ...) seront notées.

Chaque élève est tenu de rester au minimum une heure dans la salle.

## Première partie : Calcul numérique

**I. Calculer On donnera les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.**

$$A = 2 + \frac{3}{5} - \frac{3}{2} ; B = 3 \div \frac{6}{5} ; C = 4 \times \frac{3}{8} ; D = -\frac{4}{7} - \left(-\frac{3}{4}\right) ; E = -\frac{14}{3} \times \left(-\frac{3}{7}\right)$$

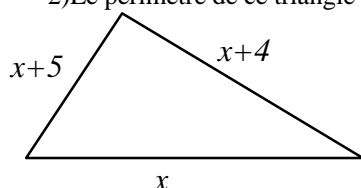
$$F = \frac{-1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{2}}{1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{2}} ; H = \frac{-49}{16} \times \frac{24}{-21} \times \frac{12}{-56} ; I = 2 + 3 \times \frac{2}{9}$$

**II. Julie part au marché avec 450 F. Elle en dépense les  $\frac{5}{9}$  pour l'alimentation et les  $\frac{3}{5}$  de ce qui reste pour s'acheter une jupe.**

- 1) Calculer la dépense faite pour l'alimentation.
- 2) Quel est le prix de la jupe ?
- 3) Combien lui reste-t-il après les deux achats ?

**III. Les trois problèmes suivants sont à résoudre uniquement par équation.**

- 1) J'ai pensé un nombre, je le multiplie par 3, j'enlève 8 au résultat et j'ai trouvé -2 :  
Quel est ce nombre ?
- 2) Le périmètre de ce triangle vaut 108. : trouver x



- 3) Un rectangle a une longueur qui dépasse de 2 cm sa largeur. Le périmètre de ce rectangle est 30 cm. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

## Deuxième partie : Géométrie

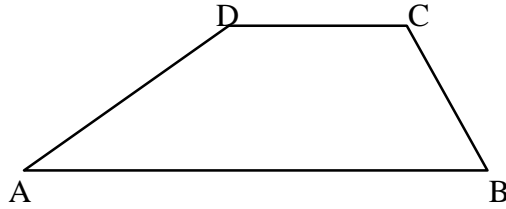
**Exercice N°1.** On considère un triangle ABC rectangle en A tel que  $\hat{ABC} = 35^\circ$  AB = 4 cm

- 1) Faire la figure
- 2) Calculer la valeur approchée arrondie au dixième de BC.
- 3) On désigne par D le symétrique de B par rapport à A, et par E le symétrique de C par rapport à A. Quelle est la nature du quadrilatère BCDE ? Pourquoi ?

**N° de l'élève :** .....

Cette feuille sera jointe à la copie. L'exercice 2 sera fait directement sur la feuille.

**Exercice N°2 :** Un trapèze ABCD a pour bases [AB] et [CD].



Compléter en regardant la figure :

Dans la projection sur (AD) parallèlement à (AB) :

Le projeté de A est .....

Le projeté de B est .....

Le projeté de C est .....

Le projeté de D est .....

Dans la projection sur (BC) parallèlement à (CD) :

Le projeté de A est .....

Le projeté de B est .....

Le projeté de C est .....

Le projeté de D est .....

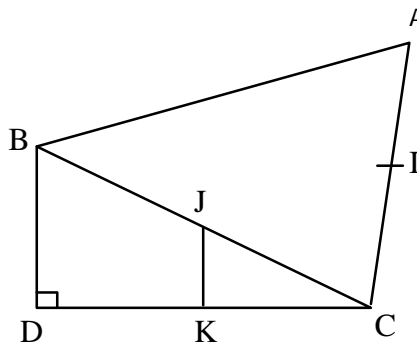
Construire sur la figure ci-dessus le point E, projeté de B sur (AD) parallèlement à (BC)

Construire le point F, projeté orthogonal de A sur (CD)

**Exercice N°3 :** ABC est un triangle rectangle en A tel que  $BC = 15$  cm et  $\hat{B} = 32^\circ$

Calculez la valeur approchée de AB arrondie au dixième.

**Exercice n°4 :** Sur la figure, I est le milieu de [AC], J est le milieu de [BC] et (JK) et (BD) sont parallèles.



- 1) Montrez que K est le milieu de [CD]
- 2) Montrez que (KJ) est la médiatrice de [CD]  
En déduire la nature du triangle JDC
- 3) Montrez que (IK) est parallèle à (AD)

**Première partie : Calcul numérique**

**I. Calculer On donnera les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.**

$$A = 2 + \frac{3}{5} - \frac{3}{2} = \frac{20}{10} + \frac{6}{10} - \frac{15}{10} = \frac{26}{10} - \frac{15}{10} = \frac{11}{10} \text{ (1pt)}$$

$$B = 3 \div \frac{6}{5} = 3 \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{2} \text{ (1pt)} \quad C = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{2} \text{ (1pt)}$$

$$D = -\frac{4}{7} - \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{16}{28} + \frac{21}{28} = \frac{5}{28} \text{ (1pt)} \quad E = -\frac{14}{3} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = +\frac{2 \times 7 \times 3}{3 \times 7} = 2 \text{ (1pt)}$$

$$F = \frac{-1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{2}}{1 + \frac{2}{5} + \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{10}{10} - \frac{4}{10} + \frac{15}{10}}{\frac{10}{10} + \frac{4}{10} + \frac{15}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{29}{10}} = \frac{1}{10} \times \frac{10}{29} = \frac{1}{29} \text{ (2 pt)}$$

$$H = \frac{-49}{16} \times \frac{24}{-21} \times \frac{12}{-56} = -\frac{7 \times 7 \times 6 \times 4 \times 4 \times 3}{4 \times 4 \times 7 \times 3 \times 8 \times 7} = -\frac{3}{4} \text{ (1, 5 pt)}$$

$$I = 2 + 3 \times \frac{2}{9} = 2 + \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ (1 pt)}$$

**II. Julie part au marché avec 450 F. Elle en dépense les  $\frac{5}{9}$  pour l'alimentation et les  $\frac{3}{5}$  de ce qui reste pour s'acheter une jupe. 1) Calculer la dépense faite pour l'alimentation.**

2) Quel est le prix de la jupe ? 3) Combien lui reste-t-il après les deux achats ?

1)  $450 \times \frac{5}{9} = \frac{9 \times 50 \times 5}{9} = 250$  **La dépense pour l'alimentation est de 250F (1 pt)**

2)  $450 - 250 = 200$ . Il lui reste 200 F.

3)  $200 - 120 = 80$

$200 \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 40 \times 3}{5} = 120$  La jupe a coûté

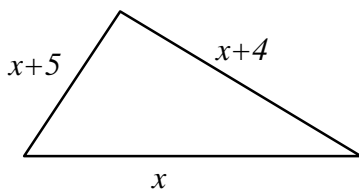
Il lui reste 80 F

120F(1,5 pt)

III. 1) J'ai pensé un nombre, je le multiplie par 3, j'enlève 8 au résultat et j'ai trouvé -2 : Quel est ce nombre ?

|                    |                       |                        |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| Soit $x$ ce nombre | $3x = 6$              | <u>Ce nombre est 2</u> |
| $3x - 8 = -2$      | $x = \frac{6}{3} = 2$ |                        |
| $3x = -2 + 8$      |                       |                        |

2) Le périmètre de ce triangle vaut 108. : trouver  $x$



|                           |                    |
|---------------------------|--------------------|
| $x + 5 + x + 4 + x = 108$ | $x = \frac{99}{3}$ |
| $3x + 9 = 108$            |                    |
| $3x = 108 - 9$            |                    |
| $3x = 99$                 |                    |

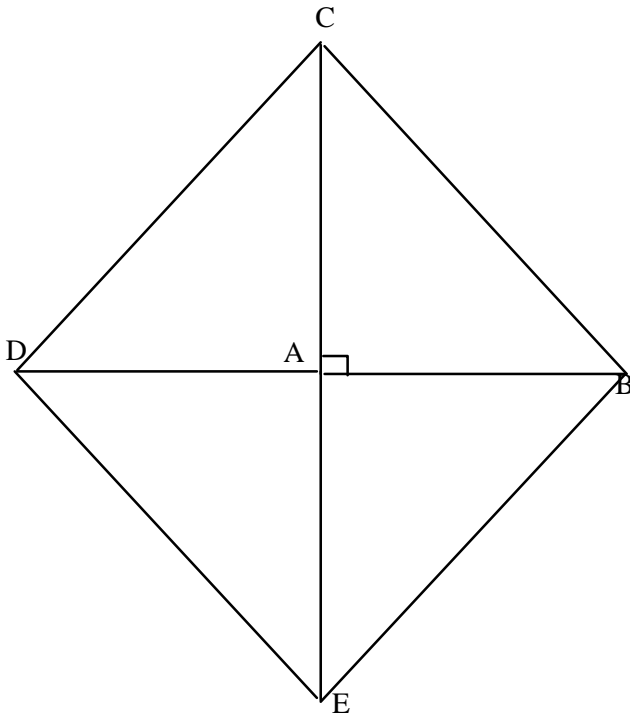
3) Un rectangle a une longueur qui dépasse de 2 cm sa largeur. Le périmètre de ce rectangle est 30 cm.

Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

|                       |                              |                          |                                                               |
|-----------------------|------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------|
| Soit $x$ la largeur   | $x + x + 2 + x + x + 2 = 30$ | $4x = 26$                | La largeur est égale à 6,5 cm et la longueur e égale à 8,5 cm |
| la longueur est $x+2$ | $4x + 4 = 30$                | $x = \frac{26}{4} = 6,5$ |                                                               |
|                       | $4x = 30 - 4$                |                          |                                                               |
|                       |                              |                          |                                                               |



**Deuxième partie : Géométrie Exercice N°1.** On considère un triangle ABC rectangle en A tel que  $\hat{ABC} = 35^\circ$  AB = 4 cm 1) Faire la figure 2) Calculer la valeur approchée arrondie au dixième de BC. 3) On désigne par D le symétrique de B par rapport à A, et par E le symétrique de C par rapport à A. Quelle est la nature du quadrilatère BCDE? Pourquoi ?



Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos 35^\circ = \frac{4}{BC} \quad (1,5 \text{ pt})$$

$$BC \times (\cos 35^\circ) = 4$$

$$BC = \frac{4}{\cos 35^\circ} \approx 4,9 \text{ cm}$$

2) D est le symétrique de B par rapport à A donc A est le milieu de [DB]

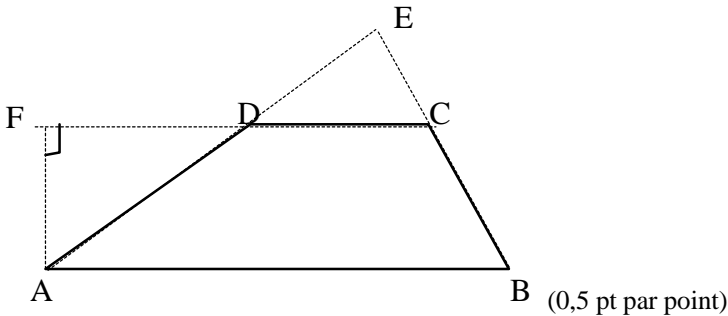
E est le symétrique de C par rapport à A donc A est le milieu de [EC]

De plus (DB) et (EC) sont perpendiculaires car ABC est un triangle rectangle en A

Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu et perpendiculaires alors c'est un losange.

**Donc BCDE est un losange. (2 pt)**

**Exercice N°2 : Un trapèze ABCD a pour base [AB] et [CD]. Compléter en regardant la figure :**



Dans la projection sur (AD) parallèlement à (AB) :

- Le projeté de A est A
- Le projeté de B est A
- Le projeté de C est D
- Le projeté de D est D

Dans la projection sur (BC) parallèlement à (CD) :

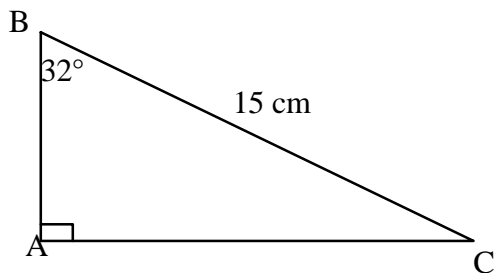
- Le projeté de A est B
- Le projeté de B est B
- Le projeté de C est C
- le projeté de D est C...

**Construire sur la figure ci-dessus le point E, projeté de B sur (AD) parallèlement à (BC)**

Construire le point F, projeté orthogonal de A sur (CD)

**Exercice N°3** : ABC est un triangle rectangle en A tel que  $BC = 15 \text{ cm}$  et  $\hat{B} = 32^\circ$

Calculez la valeur approchée de AB arrondie au millimètre.



Dans le triangle ABC rectangle en A (2 pt)

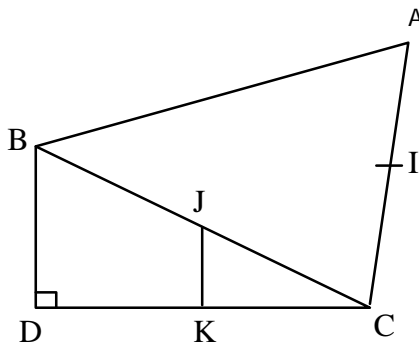
$$\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos 32^\circ = \frac{AB}{15}$$

$$AB = 15 \times \cos 32^\circ \approx 12,7 \text{ cm}$$

**Exercice n°4** : Sur la figure, I est le milieu de [AC], J est le milieu de [BC] et (JK) et (BD) sont parallèles.



- 1) Montrez que K est le milieu de [CD] (2 pt)
- 2) Montrez que (KJ) est la médiatrice de [CD] (2pt)  
En déduire la nature du triangle JDC (1 pt)
- 3) Montrez (IK) est parallèles à (AD) (2 pt)
  - 1) Dans le triangle DBC, J est le milieu de [DC] et (JK) et (BD) sont parallèles.  
Rappel du théorème : Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au deuxième côté, passe par le milieu du troisième côté.  
Donc K est le milieu de [CD]
  - 2) Le triangle BDC est rectangle en D, donc (BD) et (DC) sont perpendiculaires.  
(DB) et (KJ) sont parallèles.  
Lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.  
Donc (KJ) et (DC) sont perpendiculaires.  
K est le milieu de [DC].  
La droite perpendiculaire à un segment qui le coupe en son milieu, est la médiatrice de ce segment.  
Donc (JK) est la médiatrice de [DC]  
La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.  
J appartient à la médiatrice de [DC], donc  $JD = JC$ .  
Le triangle DJC est un triangle isocèle en J.
  - 3) Dans le triangle ADC, I est le milieu de [AC] et K est le milieu de [DC]  
Dans un triangle, la droite qui joint les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.  
Donc (AD) et (IK) sont parallèles.