

# 1) Préliminaires

## 1) A propos des médianes d'un triangle...

La définition de la médiane d'un triangle : .....

Définition 5 :

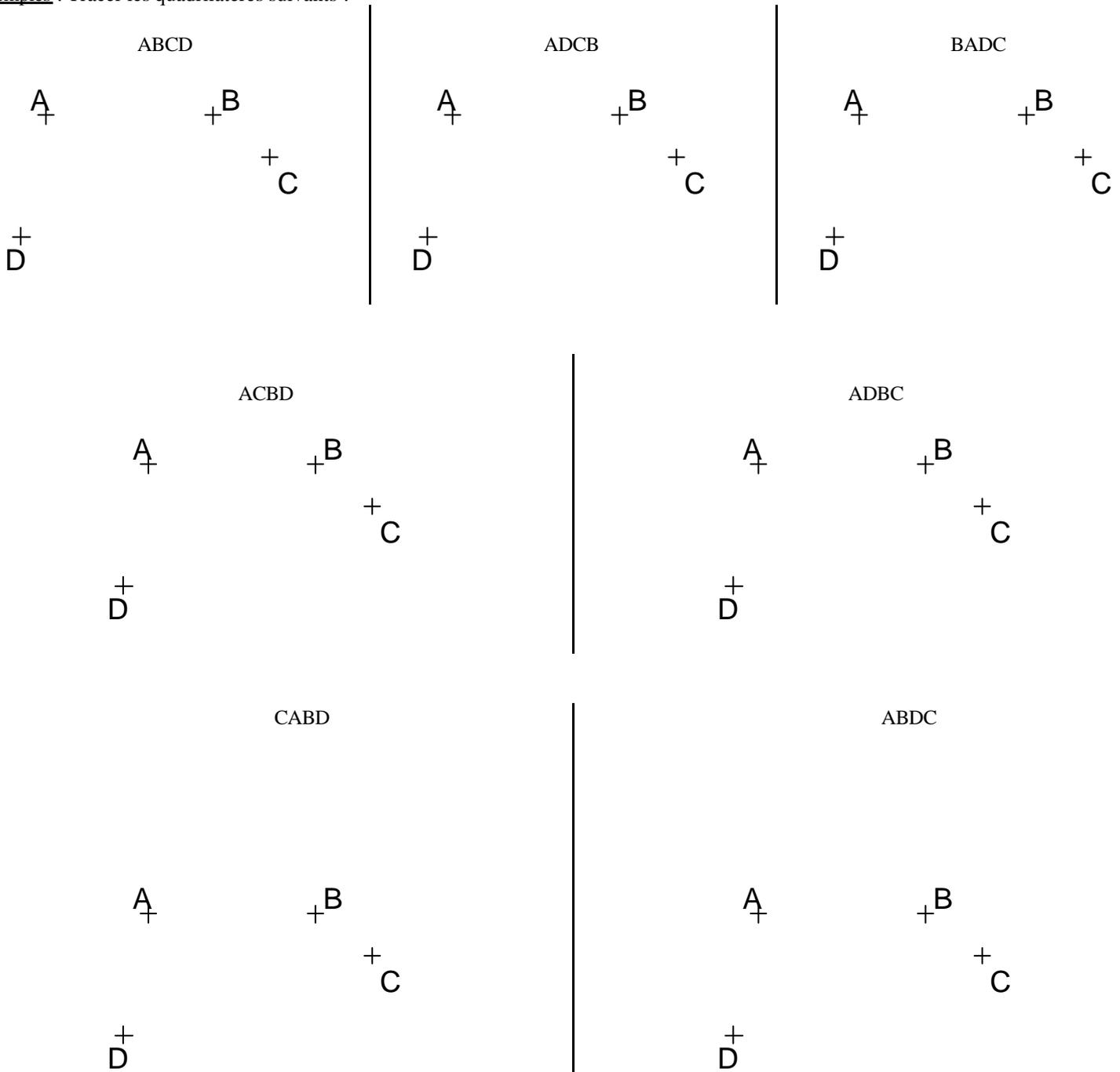
Dans un triangle, on appelle ..... toute droite joignant un ..... et le milieu du côté ..... à ce .....

## 2) A propos des quadrilatères...

Définition 6 :

On appelle quadrilatère un ensemble ordonné de quatre points du plan. On le note ABCD, où A, B, C et D sont quatre points du plan. [AB], [BC], [CD] et [DA] sont les ..... du quadrilatère. (AC) et (BD) sont les ..... du quadrilatères. [AB] et [CD] ainsi que [BC] et [AD] sont des côtés ..... du quadrilatère.

Exemples : Tracer les quadrilatères suivants .



Remarque : ACBD, ADBC, CABD et ABDC sont des quadrilatères croisés.

quadrilatère	ABCD	ADCB	BADC	ACBD	ADBC	CABD	ABDC
diagonales							

Tracer les diagonales de ces sept quadrilatères sur la page précédente.

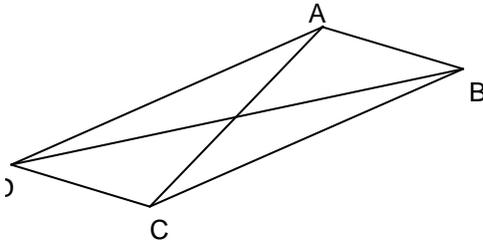
### 2) A propos des parallélogrammes...

Définition 7 :

On appelle parallélogramme un quadrilatère dont les ..... ont le même milieu.

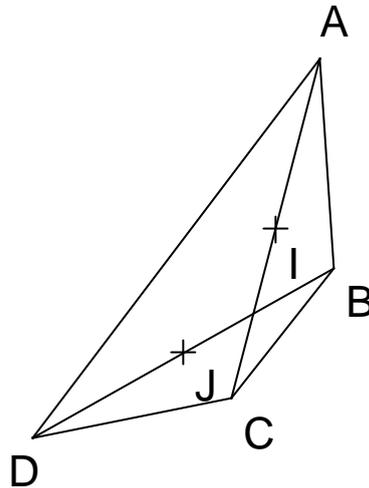
Exemple :

ABCD (diagonales : [.....] et [.....])



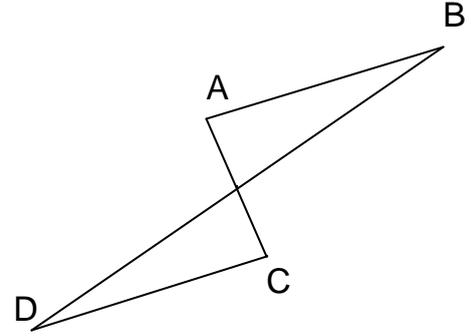
Contre-exemple :

ABCD (diagonales : [.....] et [.....])



Contre-exemple :

ABDC (diagonales : [.....] et [.....])



Propriété 12 : Un quadrilatère ..... ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

### 3) A propos des triangles...

Propriété 13 : Dans un triangle, toute droite passant par les ..... de deux côtés est ..... au ..... côté.

Propriété 14 : Dans un triangle, tout segment ayant pour extrémités les ..... de deux côtés a pour ..... la ..... de la ..... du ..... côté.

### 4) A propos des droites...

Propriété 15 : Deux droites parallèles à une même droite sont .....

## 2) Entrons dans le vif du sujet

### 1) Observations :

1) Tracer un triangle ABC non-aplati et ses trois médianes. On note A' le pied de la médiane issue de A, B' le pied de la médiane issue de B et C' le pied de la médiane issue de C.

3) On note G le point de concours ..... des trois médianes de ABC. Compléter (en utilisant la règle graduée) :

AG = ..... cm ;	AA' = ..... cm ;	$\frac{AG}{AA'} \approx \dots\dots\dots$ (arrondi au centième)
BG = ..... cm ;	BB' = ..... cm ;	$\frac{BG}{BB'} \approx \dots\dots\dots$ (arrondi au centième)
CG = ..... cm ;	CC' = ..... cm ;	$\frac{CG}{CC'} \approx \dots\dots\dots$ (arrondi au centième)

ainsi, il semble que :  $\frac{AG}{AA'} \dots\dots\dots \frac{BG}{BB'} \dots\dots\dots \frac{CG}{CC'} \dots\dots\dots \frac{2}{3}$ .

4) Quelle seconde conjecture peut-on alors émettre ?

.....  
 .....

Nous allons montrer que ces deux observations sont bien vraies.

**Démonstration :**

Tracer ci-dessous un triangle ABC ainsi que ses médianes [AA'] et [BB'].

Sur le tracé, on voit qu'elles sont sécantes. (nous ne le démontrerons pas ici). On note G le point ..... de ces deux segments.

**) Montrons que G est situé : - sur [AA'] aux deux tiers de AA' à partir de A.  
 - sur [BB'] aux deux tiers de BB' à partir de B.**

Sur ton tracé ci-dessus, place le milieu M de [AG] et le milieu N de [BG].

Nous allons déjà prouver que MNA'B' est un .....

1<sup>ère</sup> étape : Travail dans le triangle ABG.

N est le milieu de [BG], M est le milieu de [AG] donc la propriété ..... nous permet d'affirmer que (MN) et (AB) sont .....

(R1) et la propriété ..... nous permet d'affirmer que  $MN = \frac{AB}{2}$ . (R2)

2<sup>ème</sup> étape : Travail dans le triangle ABC.

..... est le milieu de [.....], ..... est le milieu de [.....] donc la propriété ..... nous permet d'affirmer que (.....) et (.....) sont parallèles (R3) et la propriété ..... nous permet d'affirmer que ..... = ..... (R4)

3<sup>ème</sup> étape :

(R1), (R3) et la propriété ..... nous permettent d'affirmer que (MN) et (A'B') sont parallèles. (R2) et (R4) nous permettent d'affirmer que ..... = ..... Le quadrilatère MNA'B' n'étant pas un quadrilatère croisé, la propriété ..... nous permet alors d'affirmer qu'il s'agit d'un .....

♣♠ **Conséquence :**

En utilisant la définition ....., on en déduit que G est le milieu de [.....] et de [.....].

On peut donc écrire :  $GM = \dots\dots\dots$  et  $GN = \dots\dots\dots$ . Or M est le milieu de [AG], donc ..... = MG et N est le milieu de [BG] donc ..... = NG.

Finalement  $AM = MG = GA'$  et  $BM = MG = GB'$ .

On en déduit :  $AG = \frac{2}{3} AA'$  et  $BG = \frac{2}{3} BB'$ .

---

2) **De la même façon, en notant K le point de rencontre de [AA'] et de [CC'], on peut montrer que :**

**K est situé :** - sur [AA'] aux deux tiers de AA' à partir de A.

- sur [CC'] aux deux tiers de CC' à partir de C.

---

3) **On en déduit que G = K.**

En effet, ces deux points sont situés sur [AA'] aux deux tiers de AA' à partir de A.

---

4) **Ci-dessous, déterminer les positions relatives possibles des trois médianes à ce stade du raisonnement. (deux possibilités)**

---

5) **Quel argument doit-on utiliser, bien qu'il ne soit pas démontré ici, pour conclure ?**

.....  
.....

---

6) **Une dernière observation :**

Découpe une grande plaque triangulaire dans du carton rigide et marque le point qui te permet de la maintenir en équilibre sur la pointe d'un tylo. Trace ensuite deux médianes de cette plaque triangulaire. Qu'observe t-on ?

.....  
.....

---

7) **Théorème 4 :**

Les trois ..... d'un triangle non-aplati sont ..... en un point G que l'on appelle son centre de ..... Ce point est situé sur chaque médiane aux deux tiers de sa ..... à partir du ..... dont elle est .....

---