## 1)Préliminaires

### a)A propos des droites...

Propriété 1 : Par deux points distincts, il passe une unique ........................................................... .

Propriété 2 : Deux droites perpendiculaires à deux droites parallèles sont ................................................................................ .

Question : Quelles peuvent-être les positions relatives de deux droites ? (on distinguera trois cas)

Illustrer chaque cas par un tracé ci dessous :

Propriété 3 : Deux droites parallèles ayant un point en commun sont ................................................................................ .

Question : Que dit-on de trois droites (distinctes) ayant exactement un point en commun ? .........................................................................

Tracer ci-dessous trois telles droites :

### b)A propos des triangles...

Définition 1 : (triangle aplati)

On dit qu'un triangle est .............................. lorsque ses trois sommets sont .................................................. (placés sur une même droite).

Tracer ci-dessous un triangle MNP aplati :

### c)A propos de la médiatrice d'un segment...

Définition 2 : (médiatrice d'un segment)

..................................................................................................................................................................................................................

.................................................................................................................................................................

.................................................................................................................................................................................................

Propriété 4 : Tout point de la ........................................... d'un segment est ................................................. (situé à la même distance) de ses deux ....................................................... .

Propriété 5 : Réciproquement, tout point ................................................ des deux .................................................. d'un segment appartient à la ....................................................... de ce segment.

Remarque : La propriété 5 et la propriété 1 nous permettent de tracer la médiatrice d'un segment à l'aide du ............................................... et de la règle .................................................... .

Ci dessous, tracer un segment puis sa médiatrice en ayant recours à cette méthode :

### d)A propos des cercles...

Définition 3 : (définition du cercle de centre Ω et de rayon R )

........................................................................................................................................................................................

........………....................................................................................................................................................................

................………..........................................................................................................................................................

Propriété 6 : Deux cercles de même ...........………...................... et de même ......……................................ sont confondus.

## 2)Entrons dans le vif du sujet

### a)Observation :

Tracer ci-dessous un triangle ABC non aplati ainsi que ses trois médiatrices en utilisant le compas et la règle non-graduée. On notera Ma la médiatrice de [BC], Mb la médiatrice de [AC] et Mc la médiatrice de [AB].

Qu'observe t-on ? Quelle première conjecture peut-on alors émettre ?

...................................................................................................................................................................................................................

............................................................................................................................................................

...................................................................................................................................................................................................................

............................................................................................................................................................

Cette observation est bien vraie pour tous les triangles non-aplatis. Démontrons le :

**)Démonstration :**

ère étape : montrons que Ma et Mb sont sécantes.

)n raisonne par .................................. ; supposons donc qu'il n'en soit pas ainsi. Alors ces deux droites sont parallèles avec le ........... du réliminaire. Par suite (BC) et (AC) le sont avec la propriété ......... et le fait que la médiatrice d'un segment lui est .................................. . Or (BC) t (AC) ont le point .......... on commun, donc elles sont confondues avec la propriété ............ On en déduit que les points A,B et C sont alignés t que le triangle ABC est ............................................, ce qui est contraire à l'hypothèse de départ (ABC non-aplati).

Ainsi Ma et Mb sont sécantes. Notons O leur point ................................................................................ .

Remarque : On peut de la même façon montrer que Mb et Mc ainsi que Ma et Mc sont sécantes.

Ci-dessous, représenter alors les positions possibles des trois droites (deux possibilités) :

1ère possibilité : 2ème possibilité :

ème étape : Montrons que Mc passe par O.

Ma et Mb sont sécantes en O donc O .................................. à ces deux droites. Utilisons la propriété ............. : comme O appartient à Ma, on a OB=OC (♣). De même, comme O appartient à Mb, on a .................................. (♣♣). Avec (♣) et (♣♣), on a ................................ .

Utilisons alors la propriété ............. : Comme O est équidistant des extrémités de [AB], on peut affirmer que O appartient à ................ .

ème étape : Des deux premières étapes, on déduit que les trois médiatrices sont concourantes (voir le ......... du préliminaire).

Représenter ci-dessous la position relative des trois droites retenue :

**)Théorème 1 :** Les trois ............................................................ d'un triangle ........................................................................... sont ............................................................................... .

**)Une autre observation :**

Sur la figure du a), tracer le cercle de centre O passant par A.

Qu'observe t-on sur tous les tracés de la classe ? Quelle seconde conjecture peut-on alors émettre ?

.........................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

Cette observation est bien vraie pour tous les triangles non-aplatis. De plus, il y a unicité du ........................ . On l'appelle le ...................... ........................................................ au triangle ABC. Démontrons le :

**)Démonstration :**

On a ..........=...........=............ en utilisant (♣) et (♣♣). Ainsi en prenant R=OA, la définition ........ nous permet d'affirmer que A,B et C appartiennent au cercle de centre ....... et de rayon ......... .Ceci prouve bien que ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

Reste à prouver .......................................... (ce qui signifie qu'il en existe exactement un) d'un tel cercle. Là encore, on effectue un raisonnement par ..................................; supposons donc qu'il existe un autre cercle de centre O' et de rayon R' .................................... au triangle ABC. En utilisant la définition .............., on peut écrire : ................ = ................. = .................. =R'.

De ............. = ................, et en utilisant la propriété .............., on déduit que O' appartient à la médiatrice de [AB].

De ................ = ........................, et en utilisant la propriété ...................., on déduit que O' appartient à la médiatrice de [BC].

Or ces deux droites sont sécantes en O (elles n'ont que le point O en ......................................... ), donc .............. = ................ .

De O'=O, on déduit O'A=OA=R, donc R'=R. La propriété .......... nous permet alors d'affirmer que les deux cercles ne font qu'un.

**)Théorème 2 :** Il existe un ................................ cercle ..................………................. à un triangle ............................................., il a pour ..................................... le point de ......………..................................... de ses médiatrices.