ACTIVITE 2 : LES HAUTEURS

1)Préliminaires

a)A propos des parallélogrammes...

Propriété 7 : Un quadrilatère dont les côtés .... sont .... est un parallélogramme.
Propriété 8 : Les côtés .... d'un parallélogramme ont la même ....

b)A propos des droites...

Propriété 9 : Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est .... à l'autre.

c)A propos des triangles...

Propriété 10 : Dans un triangle (non-aplati), toute droite passant par le .... d'un côté et .... à un second côté rencontre le .... côté en son ....
Propriété 11 : Si le cercle .... à un triangle (non-aplati) est centré au milieu de l'un de ses côtés alors ce triangle est ....(Si M appartient au cercle de diamètre [AB], alors .... est .... en M.)

d)A propos des hauteurs d'un triangle...

Ma définition d'une hauteur d'un triangle : ....
....

Définition 4 :
ABC est un triangle. On appelle hauteur de ABC .... de A, ou hauteur de ABC .... à [BC], la .... à .... passant par .... .On défini de la même façon la hauteur de ABC issue de .... ainsi que la hauteur de ABC issue de ....

e)Une méthode de construction des hauteurs d'un triangle...

♣Tracer ci-dessous un triangle ABC non-aplati, non rectangle et le cercle de diamètre [AB]. A noter que l'on peut déterminer le milieu de [AB] à l'aide du compas et de la règle non-graduée. On note H le point d'intersection de (BC) avec ce cercle, autre que B. On note K le point d'intersection de (AC) avec le cercle autre que A.

Que peut-on dire des droites (BC) et (AH), ainsi que des droites (AC) et (BK) ? Quelle propriété permet de l'affirmer ? Quel nom porte (HA) relativement au triangle ABC ? Quel nom porte (KB) relativement au triangle ABC ?

....
....

♣♣Trace un triangle MNP ci-dessous, puis ses hauteurs issues de N et de P.

♣♣♣Description d'une méthode de construction de la hauteur issue de l'un des sommets d'un triangle :
Soit MNP un triangle non-aplati, non- rectangle. Pour tracer la hauteur de ce triangle issue de M, il suffit de tracer le cercle de diamètre [MN]. On note H le point d'intersection de ce .... avec (NP), autre que N. .... est la hauteur de MNP issue de M.
A noter que pour tracer cette même hauteur, on peut tracer le cercle de diamètre .... On considère ensuite le point d'intersection de ce cercle avec ...., autre que ....

2)Entrons dans le vif du sujet

ı)Observation :

:racer un triangle ABC non-aplati ainsi que ses trois hauteurs.

Qu'observe t-on sur tous les tracés de la classe ? Quelle conjecture peut-on alors émettre ?

....

....

Cette observation est bien vraie. Nous allons le démontrer.

)Démonstration :

On va montrer que les trois hauteurs de ABC sont les trois médiatrices d'un autre triangle. Le théorème .... (voir l'activité 1) nous permettra ılors d'affirmer que ces trois droites sont ....

ère étape : Tracer un triangle ABC non-aplati puis tracer la parallèle Da à (BC) passant par A, la parallèle Db à (AC) passant par B, et la ıarallèle Dc à (AB) passant par C.

Qu'observe t-on sur tous les tracés de la classe ?

....

....

Nous admettrons que ces trois droites déterminent bien un triangle non-aplati. On note M le point d'intersection de Db et Dc, N le point l'intersection de Da et Dc, et P celui de Da et Db. Ce triangle se note alors MNP.

ème étape :

Tracer les hauteurs de ABC ainsi que les médiatrices de MNP.

Qu'observe t-on sur tous les tracés de la classe ? Quelle conjecture peut-on alors émettre ?

....

....

Nous allons la prouver.

Montrons que la hauteur de ABC issue de A et la médiatrice de [PN] sont confondues.

Comme (AP) et (BC) ainsi que .... et .... sont parallèles, on peut affirmer que ACBP est un .... en utilisan a propriété .... La propriété .... nous permet alors d'écrire .... = BC.(*)

Comme (AN) et (BC) ainsi que .... et .... sont parallèles, on peut affirmer que ANCB est un .... en utilisan a propriété .... La propriété .... nous permet alors d'écrire .... = BC.(**)

Avec (*) et (**), on peut écrire AP = AN. Comme A,P et N appartiennent à la même ...., on en déduit que A est le .... de [PN].

Suite de la deuxième étape de **b)démonstration :**

Ainsi la hauteur de ABC issue de .... passe par le .... de [PN]. Or cette droite est .... à (BC), (BC)

.... à (PN).
On a montré que la hauteur de ABC issue de A rencontre .... [PN] en son ...., il s'agit donc aussi de la .... de [PN].(voir la définition .... de l'activité 1)
On peut montrer de la même façon que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de ...., ainsi que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de .... sont .... (Sachant que A est le milieu de [PN], on peut également montrer rapidement que C et B sont les milieux respectifs de .... et .... en utilisant la propriété ....)

^{ème} étape :
En utilisant le théorème .... (voir l'activité 1), et en considérant les hauteurs de ABC comme les .... de MNP, on peut affirmer qu'elles sont ....

---

c)**Théorème 3 :** Les trois .... d'un triangle non-aplati sont .... On appelle leur point de concours .... du triangle.

Suite de la deuxième étape de **b)démonstration :**
Ainsi la hauteur de ABC issue de .... passe par le .... de [PN]. Or cette droite est .... à (BC), (BC) et (PN) étant ...., la propriété .... nous permet d'affirmer que la hauteur de ABC issue de A est .... à (PN).
On a montré que la hauteur de ABC issue de A rencontre .... [PN] en son ...., il s'agit donc aussi de la .... de [PN].(voir la définition .... de l'activité 1)
On peut montrer de la même façon que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de ...., ainsi que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de .... sont .... (Sachant que A est le milieu de [PN], on peut également montrer rapidement que C et B sont les milieux respectifs de .... et .... en utilisant la propriété ....)

^{ème} étape :
En utilisant le théorème .... (voir l'activité 1), et en considérant les hauteurs de ABC comme les .... de MNP, on peut affirmer qu'elles sont ....

---

c)**Théorème 3 :** Les trois .... d'un triangle non-aplati sont .... On appelle leur point de concours .... du triangle.

Suite de la deuxième étape de **b)démonstration :**
Ainsi la hauteur de ABC issue de .... passe par le .... de [PN]. Or cette droite est .... à (BC), (BC) et (PN) étant ...., la propriété .... nous permet d'affirmer que la hauteur de ABC issue de A est .... à (PN).
On a montré que la hauteur de ABC issue de A rencontre .... [PN] en son ...., il s'agit donc aussi de la .... de [PN].(voir la définition .... de l'activité 1)
On peut montrer de la même façon que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de ...., ainsi que la hauteur de ABC issue de .... et la médiatrice de .... sont .... (Sachant que A est le milieu de [PN], on peut également montrer rapidement que C et B sont les milieux respectifs de .... et .... en utilisant la propriété ....)

^{ème} étape :
En utilisant le théorème .... (voir l'activité 1), et en considérant les hauteurs de ABC comme les .... de MNP, on peut affirmer qu'elles sont ....

c)**Théorème 3 :** Les trois .... d'un triangle non-aplati sont .... On appelle leur point de concours .... du triangle.