

DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE

Histoire :

Euphorbe de Phrygie décrit les principales règles permettant de représenter un triangle et les propriétés des angles et des côtés.

Neveu de Dédale → compas

Théodore de Samos → niveau, équerre

Thalès, Ameriste, Anaximandre...

Applications :

Architecture, Structures en Physique et en Biologie, astronomie...

1. Médiatrices

- On appelle médiatrice d'un côté d'un triangle, la droite perpendiculaire à ce côté en son milieu.
- Les trois médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point O . Ce point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle.

2. Bissectrices

- On appelle bissectrice d'un angle \hat{A} , la droite qui passe par A et qui partage l'angle en 2 angles de même mesure, c'est un axe de symétrie.
- Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point I , c'est le centre du cercle inscrit.

3. Hauteurs

- On appelle hauteur d'un triangle, la droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.
- Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé orthocentre du triangle.

4. Médianes

➤ On appelle médiane d'un triangle, la droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.

➤ Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point G appelé centre de gravité du triangle.

✓ Preuve:

(CI) et (BJ) sont deux médianes du triangle ABC et se coupent en G, soit E symétrique de G par rapport à I et F symétrique de G par rapport à J.

$I = m[AB] = m[EG]$ donc EAGB est un parallélogramme

$J = m[AC] = m[FG]$ donc FAGC est un parallélogramme

$(AG) \parallel (FC)$ et $(AG) \parallel (EB)$ de plus $AG = FC = EB$ donc EFCB est un parallélogramme, [EC] et [BF] se coupent en G donc $G = m[BF]$.

Or $K = m[BC]$ et $G = m[BF]$ d'après le théorème de la droite des milieux on a $(GK) \parallel (FC)$

Donc A, G et K sont alignés et (AK) est la 3^e médiane passant par G.

De plus $GK = \frac{1}{2} FC$ et $FC = AG$ ■

➤ Le point G est au tiers de la médiane à partir de la base: $GK = \frac{1}{3} AK$ ou $AG = \frac{2}{3} AK$.

5. Triangles particuliers ABC

➤ Triangle isocèle en A: la médiatrice, la bissectrice, la hauteur et la médiane issues de A sont confondues.

➤ Triangle équilatéral: Toutes les droites remarquables sont confondues.

➤ Triangle rectangle en A: A est l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit est le milieu de [BC].