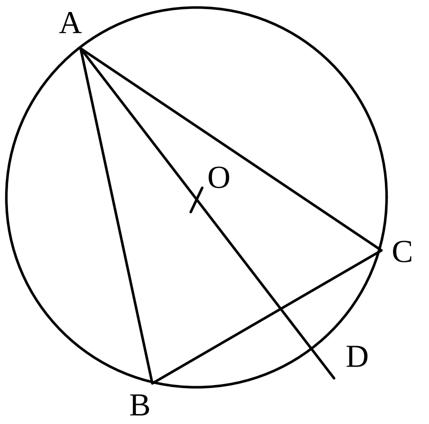
Brevet : Bordeaux 94
troisième partie

A, B, C sont trois points distincts d'un cercle de centre O et [AD] un diamètre de ce cercle. On complètera la figure fournie au fur et à mesure de la résolution du problème.



1. Quelle est la nature des triangles ABD et ACD ?
2. La parallèle à (BD) passant par C coupe (AB) en E. Démontrer que (CE) est une hauteur du triangle ABC.
3. La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe le cercle en A et J, la droite (CE) en H et la droite (BC) en 1.
   - Que représente H pour le triangle ABC ?
   - En déduire que (BH) est perpendiculaire à (AC).
   - Montrer que (BH) est parallèle à (CD).
4. Démontrer que BHCD est un parallélogramme. On appelle K le point d'intersection de ses diagonales.
   - Que représente K pour le segment [HD]
5. a) Quelle est la nature du triangle ADJ ? En déduire que (CI) et (DJ) sont parallèles.
   b) Montrer que 1 est le milieu de [HJ] (on pourra utiliser le triangle HDJ, après avoir précisé la position de K sur le segment [HD].

Données	Conclusion
A, B, C $\in$ C(O ; r) [AD] diamètre de C (CE) parallèle à (BD) (AI) perpendiculaire à (BC) K intersection des diagonales	1)ABD et ACD restangle 2) (CE) hauteur de ABC 3)H orthocentre de ABC (BH) perpendiculaire à (AC) (BH) et (CD) sont parallèles. 4)BHCD parallélogramme. K milieu de [HD] 5) ADJ rectangle (CI) et (DJ) parallèles I milieu de [HJ]

1) Les deux triangles ABD et ACD sont inscrit dans le cercle de diamètre [AD]. Donc ABD est rectangle en B et ACD est rectangle en C

2) (BD) et (CE) sont parallèles et (AB) et (BD) sont perpendiculaires :
Si deux droites sont parallèles toute perpendiculaires à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc (CE) et (AB) sont perpendiculaires.
Dans le triangle ABC : (CE) est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaires au côté opposé : donc (CE) est une hauteur de ABC

3) Dans le triangle ABC (CE) est une hauteur de ABC et (AI) est une hauteur de ABC ; donc le point d'intersection de ces deux hauteurs est l'orthocentre de ABC. H est l'orthocentre de ABC.
Dans le triangle ABC, (BH) est une droite qui passe par un sommet et par l'orthocentre donc (BH) est la troisième hauteur de ABC. donc (BH) et (AC) sont perpendiculaires.
D'après le 1) (AC) et (CD) sont perpendiculaires. De plus (BH) et (AC) sont perpendiculaires.
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles. Donc (BH) et (CD) sont parallèles.

4) (BD) et (CH) sont parallèles
(BH) et (CD) sont parallèles d'après 4)
Lorsque un quadrilatère a ses côtés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.
Donc BHCD est un parallélogramme.
Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu : donc K est le milieu de [HD].

5) Le triangle ADJ est inscrit dans le cercle de diamètre [AD] il est donc rectangle en J.
(IC) et (JA) sont perpendiculaires. De plus (DJ) et (AJ) sont perpendiculaires.
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles. Donc (IC) et (DJ) sont parallèles.
Dans le triangle HDJ : (IK) et (DJ) sont parallèles et K est le milieu de [HJ] :
Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle au deuxième côté, passe par le milieu du troisième côté ; donc I est le milieu de [HJ].