

8. Règles de transformation des équations

Propriété 1 (Règle d'addition)

On peut ajouter un même nombre aux deux membres d'une équation.

Si $x + a = b$, alors $x + a - a = b - a$, d'où $x = b - a$.

Si $x - a = b$, alors $x - a + a = b + a$, d'où $x = b + a$.

Propriété 2 : (Règle de multiplication)

On peut multiplier les deux membres d'une équation par un même nombre non nul.

Si $ax = b$, alors $\frac{1}{a} \times ax = \frac{1}{a} \times b$, d'où : $x = \frac{b}{a}$

Si $\frac{x}{a} = b$, alors $a \times \frac{x}{a} = a \times b$, d'où $x = ab$.

Propriété 3 (Règle du produit en croix) :

Si a, b, c , et d sont quatre nombres non nuls, alors toutes les égalités suivantes sont équivalentes :

(1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	(2) $ad = bc$	(3) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	(4) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
(5) $a = \frac{bc}{d}$	(6) $b = \frac{ad}{c}$	(7) $c = \frac{ad}{b}$	(8) $d = \frac{bc}{a}$

9. Modèles de résolutions d'équations

La seule obligation en ce qui concerne la résolution des équations est d'utiliser correctement les règles que l'on vient d'énoncer, que l'on combine avec les règles de calcul algébrique.

Chacun a le droit de traiter ces résolutions à sa manière. Néanmoins, il est toujours souhaitable de rechercher les méthodes les plus simples et les plus rapides.

Voici donc quelques cas classiques de méthodes que l'on peut adopter.

a) Équation sans fraction :

Soit à résoudre l'équation :

$$33 - 17x = 6x - 13.$$

On cherche à rassembler les termes variables ensemble et les termes constants ensemble.

Pour cela, on peut ajouter la même expression $17x + 13$ aux deux membres.

$$33 - 17x + 17x + 13 = 6x - 13 + 17x + 13$$

L'équation devient donc :

On réduit les écritures dans chacun des membres. L'équation devient :

$$46 = 23x \text{ que l'on peut écrire : } 23x = 46$$

On divise les deux membres par 23, et on obtient :

$$x = 2$$

La solution de l'équation est 2

b) Équation avec fraction :

Pour éviter des difficultés de calcul, il est souvent préférable de multiplier les deux membres par un nombre qui permettra de faire "disparaître" les dénominateurs:

Par exemple, pour résoudre l'équation : $\frac{4x-1}{9} - \frac{x-2}{18} = \frac{7}{6}$, en multipliant les deux membres par 18, on obtient : $2(4x - 1) - (x - 2) = 21$, car le nombre 18 est un multiple commun aux trois dénominateurs, et ainsi toutes les fractions se simplifient . Et l'équation est maintenant du même type que celle résolue précédemment.

On développe et réduit le premier membre, et on obtient : $7x = 21$, d'où $x = 3$.