Equations en 4ème.

4EquaCours00

Connaissances nécessaires : *Le développement,…*

Programmes :

Résolution de problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue.
Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

Commentaires :
Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. On dégagera chaque fois sur des problèmes particuliers les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type (x - 2) (2x - 3) = 0, sont hors programme.

OBJECTIFS :

- ✍✍Savoir résoudre une équation du type ax+b = cx+d, voire avec des développements qui conduisent à ce type d'équation
- ✍✍Savoir mettre en équation un problème puis le résoudre, puis interpréter le résultat

On a deux images à faire passer :

- ✍✍image de la devinette d'un nombre.
- ✍✍image de la balance.

L'image de la balance a l'avantage de faire passer l'idée :

- ✍✍on ne mélange pas les oranges et les poids
- ✍✍on fait la même chose des deux côtés sous peine de déséquilibre

Mais elle a aussi l'inconvénient :

- ✍✍des poids négatifs, ce n'est pas réaliste sauf si les élèves arrives à abstraitiser dans une 4ème dimension
- ✍✍les élèves savent-ils ce que c'est qu'un équilibre sur une balance ?

UN OUTIL NECESSAIRE SERAIT UNE VRAIE BALANCE

Il faut « parler » les équations !

Pour résoudre des problèmes, il faut comme aux 5ème introduire la méthode suivante :

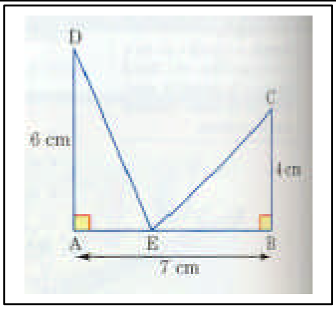
Méthode :

- ✍✍**Choix de l'Inconnue :** Qu'est-ce que c'est . + choix de la Lettre
- ✍✍**Mise en Equation :** qui traduit le problème.
- ✍✍**Résolution de l'équation**
- ✍✍**Vérification**
- ✍✍**Phrase de conclusion** .

✍ Qu’est-ce qu’une équation ? Vocabulaire.

<u>**Exercice :**</u>

Sur la figure ci-contre, dessinée à l'échelle ½
E est un point du segment [AB].
AED et BEC sont deux triangles rectangles.
On voudrait construire la figure avec les dimensions réelles, de telle façon que les triangles AED et BEC aient la même aire.

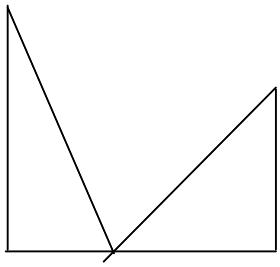


a. ***Calculer les aires de ces triangles pour AE = 2 cm ; Comparer les aires des triangles .***

(A_{AED} = 6? 2/2 = 2 et A_{BEC} = 4? 5/2 = 10 donc A_{AED} < A_{BEC})

b. ***De même avec pour AE = 3 cm.***

(A_{AED} = 6? 3/2 = 9 et A_{BEC} = 4? 4/2 = 8 donc A_{AED} > A_{BEC})



Pour que les aires soient égales, x est entre 2 et 3.

b. On pose AE = ***x*** cm.

• ***Exprimer en fonction de x les aires des triangles AED et BEC.***

A_{AED} = 3 ***x*** *et A_{BEC} = 14 - 2* ***x***

• ***Quelle égalité doit vérifier x pour que ces aires soient égales ?***

A_{AED} = A_{BEC} <u>donc</u> 3 ***x*** *= 14 - 2* ***x***

Comment appelle-t-on une telle égalité ? *une équation !*

3 ***x*** *= 14 - 2* ***x*** ***est une équation :***

✍ ***une égalité avec une inconnue x que l’on cherche***

Le membre de gauche de cette équation est : *3* ***x***
Le membre de gauche de cette équation est : *14 - 2* ***x***
L’inconnue s’appelle x.

On cherche à <u>résoudre cette équation</u> :

✍ ***on cherche la valeur de x pour que l’égalité soit vraie***

• Le nombre 2 vérifie-t-il cette égalité ? non
le nombre 3 ? non
le nombre 2,8 ? oui .Que peut-on dire du nombre 2,8 ? solution

<u>Le nombre 2 vérifie-t-il cette égalité ? non</u>

3 ***x*** *= 14 - 2* ***x***

Membre de droite : *3* ***x*** *= 3? 2 = 6*

Membre de gauche : *14 - 2* ***x*** ***=*** *14 - 2?* ***2*** *= 14 – 4 = 10*

Les deux membres de l’égalité ne sont pas égaux

Donc : 2 ne vérifie pas l’équation : **…**

Donc : 2 n’est pas solution de l’équation

De même pour x = 3

<u>Le nombre 2,8 vérifie-t-il cette égalité ? oui</u>

3 ***x*** *= 14 - 2* ***x***

Membre de droite : *3* ***x*** *= 3? 2,8 = 8,4*

Membre de gauche : *14 - 2* ***x =*** *14 - 2?* ***2,8*** *= 14 – 5,6 = 8,4*

Les deux membres de l'égalité sont égaux

Donc : 2,8 vérifie l'équation : **…**

Donc : 2 est solution de l'équation

<u>**Méthode :**</u> ***Comment savoir qu'un nombre est solution d'une équation ?***

On calcule le membre de droite en substituant une valeur à x.
On calcule le membre de gauche en substituant la même valeur à x.

Si les deux membres donnent le même résultat
Alors cette valeur de x vérifie l'équation
On dit que cette valeur de x **est une solution** de l'équation

Si les deux membres ne donnent pas le même résultat
Alors cette valeur de x ne vérifie pas l'équation
On dit que cette valeur de x **n'est pas une solution** de cette équation

Un nombre est solution d'une équation lorsqu'il vérifie l'équation :
Un nombre n'est pas solution d'une équation lorsqu'il ne vérifie pas l'équation :

✍ Savoir résoudre une équation du type : ax + b = c

Rappels de 5ème :

- L'équation a + x = b a une seule solution : x = b – a
- L'équation a?x = b (avec a<>0) a une seule solution : x = b/a

On passera ensuite au cas général : Résoudre ax + b = c

Exercice :

A la boulangerie, Paul achète un gâteau au chocolat et une baguette de campagne à 5,20F. Il paye 19,15F .

- ***Traduire le problème en équation.***
- ***Quel est le prix du gâteau au chocolat ?***

Choix de l'inconnue :

Soit p : le prix du gâteau au chocolat

Mise en équation du problème

P + 5,20 = 19,15

Résolution de l'équation :

P + 5,20 = 19,15
P = 19,15 – 5,20
P = 13,90

Phrase :

Le prix du gâteau au chocolat est 13,90F

Vérification :

Si 13,90 + 5,20 est égal à 19,15 alors 13,90 est la bonne solution
Si 13,90 + 5,20 n'est pas égal à 19,15 alors 13,90 n'est pas la bonne solution

Calculons : 13,90 + 5,20 , on trouve 19,15 donc 13,90 est la bonne solution.

Rappel de 5ème :

Si a + ***x*** = b (avec a et b deux nombres)
Alors ***x*** = b **-** a

En fait, on a soustrait a de chaque côté.

Exercice : *(Sur les rappels de 5ème)*

Je choisis un nombre : x (inconnu) , j'ajoute 22 et je trouve : 7
Quel est ce nombre ?

Quelle est l'équation ? ***X + 22 = 7***

Résoudre cette équation : X + 22 = 7 (ce qui signifie trouver un nombre qui vérifie l'équation)
(Quel est le membre de droite ? de gauche ?)
X + 22 = 7
X = 7 – 22
X = **-** *15*
Le nombre cherché est : -15
Faire la vérification !!

De même avec :

X – 8,9 = 7,3 ✍ X = 16.2

<u>Exercice :</u> Un triangle équilatéral a pour périmètre 243,9 cm.
Traduire le problème en équation.
Quelle est la longueur de ses côtés ?

<u>Choix de l'inconnue :</u>
Soit L : la longueur des côtés du triangle

<u>Mise en équation du problème</u>
3L = 243,9

<u>Résolution de l'équation :</u>
3L = 243,9
L = 243,9/3
L = 81,3

<u>Phrase :</u>
La longueur des côtés du triangle est : 81,3cm

<u>Vérification :</u>
<u>Calculons :</u> 3?81,3 on trouve 243,9 donc 81,3 est la bonne solution.

<u>Rappel de 5ème :</u>
Si a ? ***x*** = b (avec a : non nul)
Alors ***x*** = b / a

En fait, on a divisé a de chaque côté.

<u>Exercice :</u> ***Résoudre les équations suivantes*** :
0,8x = 14 ✍ x = 17,5

9x = 1,2 ✍ x = 1,2/9 = 2/15
✍ *(si le résultat n'est pas décimal donner le résultat sous forme de fraction irréductible)*
7x = 0 ✍ x = 0

<u>Traduire chaque équation par une phrase</u> :
Je choisis un nombre (inconnu) , je multiplie par … et je trouve ….. Quel est ce nombre ?
Demander <u>: quel est le membre de droite, de gauche ?</u>

On mélange :

(Facultatif) (Niveau 5ème)
Exercice : Résoudre ces équations <u>en dessinant **les balances**</u> !
x + 5 = 12 ✍ x = 7g
8x = 11 ✍ x = 1,375g
Le but est de trouver x, équation car c'est une égalité .
Il faut isoler les objets tous seuls !

On passe au cas ax + b = c

Exercice : Faire une balance avec
Plateau 1 = 3 boules identiques et un poids de 20
Plateau 2 = un poids de 500g au total

Quel est la masse d'une boule ?

Solution : Faire pour chaque étape la balance et à côté son interprétation en équation :
balance ✍ 3x +20 = 500
balance ✍ 3x = 500 -20 On enlève de chaque côté un poids de 20g , on ne touche pas aux boules,
balance ✍ 3x = 480 Pour le poids de 500g, on fait la « monnaie », 400g+50g+20g+20g+10g
x = 480?3 Là, c'est une question de logique !
x = 160g
Interprétation du résultat : Chaque orange pèse 160g
Vérification du résultat : (elle se fait par rapport au ***début*** du problème) 3?160+20 = 500 : OK

Autres exos du même genre : (des boîtes mystérieuses)
5x + 90 = 200 ✍ x = 22g
2x + 13 = 31 ✍ x = 9g

<u>Exercice :</u> Voici deux programmes de calcul :

Programme A	Programme B :
Je choisis un nombre x Je <u>multiplie</u> par …. J'<u>enlève</u> …. Et je trouve ….. **<u>Quel est ce nombre ?</u>**	Je choisis un nombre x Je <u>divise</u> par …. J'<u>ajoute</u> …. Et je trouve ….. **<u>Quel est ce nombre ?</u>**

<u>Remarques sur les programmes de calcul :</u>
- *L'idée est que pour trouver le résultat, il faut faire le contraire, revenir en arrière.*
+✍- et - ✍ + et ? ✍ ? et ? ✍ ?
- *Cela permet aussi de calculer des expressions.*
- *L'idée d'un programme de calcul ne permet de résoudre que des équations du type : a**x** + b = c avec a <>0*
- *Mais de bien comprendre le mécanisme (c - b) ? a*
- *De plus on peut introduire un b et un c : négatif : ce qui est très intéressant !*

<u>Résoudre les équations suivantes :</u>
5x – 3 = 6 x = 1,8
9 + x/4 = 2 x = -28
6 - 3x = 1 x = 5/3
8 - x/3 = 12 x = -12

<u>A retenir :</u>
Une équation a <u>les mêmes solutions</u> que toutes les équations suivantes lorsqu'on applique ces deux règles suivantes :

<u>Règle n°1 :</u>
On peut <u>ajouter ou soustraire</u> un même nombre aux deux membres de l'équation.

<u>Règle n°2 :</u>

On peut multiplier ou diviser un même nombre (non nul) aux deux membres de l’équation.

On peut généraliser : Inutile :

a***x*** + b = c   avec a <>0
a***x*** = c - b
x = (c - b) ? a

Exercice : *On ne note rien !*
*Faire faire aux élèves selon leur choix des équation du type a**x** + b = c   avec a <>0*
Et faire la réponse à l’oral ! ! !

(Introduire l’idée : change de côté ✍ change de signe !)

Résoudre 2***x*** + 5 = 9 donc ***x*** =1,5
Résoudre 3***x*** - 6 = 7 donc ***x*** = 13/3 ? 4,33... *(Poser la question à 0,1 ou 0,01 ou 10^{-1}...)*
Mettre des fractions. !

Exercice : x/2+5=11 ✍ x = 12
La moitié d’un nombre auquel on ajoute 5 fait 11 .
Quel est ce nombre ?

Programmes de calcul à simplifier

<u>Développer ou simplifier</u> et se ramener au cas ax + b = c (Pas de x dans le membre de droite)

Avec un développement à faire :

Programme A

Choisir un décimal (relatif)
?5, puis ajouter 1,25
multiplier le tout par 0,4
Annoncer le résultat

a. ***Appliquer le programme A en prenant 6,5 puis -2*** .

b. ***Pour ceux qui sont en avance, qu'ils fassent un tableau avec un nombre de leur choix*** :

Départ	Arrivée

c. ***Comment passer rapidement de la case départ à la case Arrivée*** ?

On peut faire une course de résultat avec eux !

d. ***Trouver l'expression du programme en utilisant le x . et donner l'expression réduite :*** 2***x*** + 0,5

On révise ainsi le développement et la priorité des opérations. On justifie ainsi le résultat du c.

On donne ici une utilité au développement !

Maintenant on ne travaille qu'avec l'expression : 2***x*** + 0,5

e. ***Résoudre l'équation*** 2***x*** + 0,5 = 16,5 : Interpréter cette phrase, faire des bulles !, arrivée✍ départ

f. ***Quel est le nombre de départ sachant que le résultat annoncé est 16,5 ? -5.5 ? 26.9 ?***

Programme B : idem

Choisir un décimal (relatif)
?-11, puis ajouter 5
? la tout par -9
Ajouter le nombre de départ
Retrancher 55
Annoncer le résultat

Donner une expression réduite du programme

Quel est le nombre de départ sachant que le résultat annoncé est 400 ? -1600 ? -70 ?

Réponse 100x-100

Programme C : idem

Choisir un entier relatif
ajouter son suivant
? le tout par 3
Retrancher 3, puis diviser le tout par 6
Annoncer le résultat

Calculer le programme C en prenant 8, puis 13 puis -5 comme nombre de départ

Expliquer les curieux résultats du 1° en prenant x comme nombre de départ

Réponse [3?(x+x+1)-3] ? 6 = x ! !

On met des x de chaque côté de l'égalité.

Exercice : Faire une balance avec

Plateau 1 = 2 pamplemousses et poids de 200 et 500

Plateau 2 = 5 pamplemousses et poids de 20g et 20g

Quel est la masse d'un pamplemousse ?

On suppose que toutes les pamplemousses ont la même masse ! !

L'idée de cet exercice, c'est qu'il pose la difficulté supplémentaire, d'avoir des pamplemousses des deux côtes de la balance, ***le 1er objectif revient à enlever des pamplemousses pour qu'il n'en reste que sur un seul plateau*** !

Solution : Faire pour chaque étape la balance et à côté son interprétation en équation :

balance ✍ 2x +700 = 5x+40

balance ✍ 700 = 3x+40 On enlève de chaque côté 2 pamplemousses , on ne touche pas aux poids,

balance ✍ 700-40 = 3x C'est comme tout à l'heure...

660 = 3x Là, c'est une question de logique !

x = 660?3

x = 220g

Interprétation du résultat : Chaque pamplemousse pèse 220g

Vérification du résultat : (elle se fait par rapport au ***début*** du problème)

2?220 + 700 = 1140

5?220+40 = 1140 :OK

Autres exos du même genre : (boîtes mystérieuses)

5x + 4 = 2x + 22 ✍ x = 6g

4x+12 = 9x+7 ✍ x = 1g

11x + 6 = 3x + 23 ✍ x = 2,125g

Les solutions sont seulement décimales, il n'y a pas de valeurs négatives dans ces équations

Exercice : Proposer et en inventer .

Résoudre : $2\boldsymbol{x} + 3 = 4\boldsymbol{x} - 5$

et $8\boldsymbol{x} - 9 = 4 - 7\boldsymbol{x}$

Cas particuliers : (*facultatif)*

$6\boldsymbol{x} + 8 = 6\boldsymbol{x} - 8$ *(Tout nombre est solution)*

$5 - 3\boldsymbol{x} = 2 - 3\boldsymbol{x}$ *(Pas de solution à l'équation)*

Cas du développement ……….

Exercice : *Histoire d'âge...*
Un père de 40 ans a une fille de 12 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de sa fille ?

	actuellement	dans x ans
âge du père	40	40+x
âge de fille	12	12+x

40+x = 2?(12+x)
x = 16

Problèmes à résoudre avec double inconnue ………

Exercice : *(x+y = 65) (2x + 4?(65-x) = 180)(x = et y =)*
Des Spectateurs assistent à un motocross.
Ils ont garé leur véhicules, auto et moto sur un parking.
Il y a en tout 65 véhicules et on dénombre 180 roues.
Quel est le nombre de motos ?

Exercice :
Un triangle a un périmètre de 231 cm. Sachant que les mesures de ses côtés sont trois entiers consécutifs (en cm), calculer ces mesures.

Faire la feuille d'exo de géométrie (et numérique)
L'exo 6 peut être fait en travail en groupe ! ?