

## Mise en équation 1

### TRANSPOSITION 3

## Inégalités 3

### Mise en équation

I Toto a trois fois plus de billes que Pomme, Pomme a deux fois plus de billes qu'Alain, ensemble ils ont 135 billes .

1° Appeler  $x$  le nombre de billes d'Alain, exprimer en fonction de  $x$  le nombre de billes possédées par chacun.

2° Ecrire une équation du problème et trouver le nombre de billes possédées par chacun.

II Un restaurateur possède des carafes de contenances différentes. Les grandes contiennent 25 cl de plus que les petites.

Avec 1 000 cl de vin, il peut remplir exactement 15 carafes: 5 petites et 10 grandes.

On appellera  $x$  la contenance des petites carafes, on exprimera la contenance des grandes carafes en fonction de  $x$ , et on déterminera une équation du problème pour calculer la contenance des carafes.

III Un chou vaut quatre fois le prix d'une salade.

Une douzaine d'œufs vaut deux fois le prix d'un chou.

Un pot de miel vaut la somme du prix d'un chou et d'une douzaine d'œufs.

1° Si la salade valait 3F, quel serait le prix des autres articles.

2° En appelant  $x$  le prix d'une salade, exprimer en fonction de  $x$  le prix de chacun des autres articles.

3° Une ménagère a payé 52,50F pour une salade, un chou, un pot de miel et une douzaine d'œufs.

Quel est alors le prix d'une salade et de chacun des autres articles?

IV Trois entiers consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent comme par exemple douze, treize et quatorze) ont pour somme 489.

Appeler  $x$  le deuxième, exprimer en fonction de  $x$  le premier et le troisième.

Exprimer en fonction de  $x$  la somme des trois nombres, écrire l'équation du problème et trouver  $x$  et les deux autres nombres.

Quelle condition la somme doit-elle remplir pour que le problème soit possible?

1° Comment choisir cinq nombres entiers consécutifs tels que leur somme soit 65? tels que leur somme soit 5? tels que leur somme soit 42?  
(On peut désigner par  $x$  le nombre central).

2° Comment choisir quatre entiers consécutifs tels que leur somme soit 26? tels qu'elle soit (-10)? tels qu'elle soit 16?

3° Un nombre de 6 chiffres commence à gauche par le chiffre 1. Si on transporte le 1 à droite, le nouveau nombre ainsi obtenu est le triple du premier. Quel est le nombre initial? (Désigne par  $x$  soit ce nombre soit le nombre formé par les 5 chiffres qui suivent le 1).

4° Détermine un nombre entier compris entre 400 et 500 sachant que « la somme de ses chiffres » est 9 et que le nombre formé par ces mêmes chiffres écrits dans l'ordre inverse est les  $\frac{36}{47}$  du nombre initial. (Appelle  $x$  le chiffre des unités. Quel est alors le chiffres des dizaines?).

5° Un homme a 23 ans de plus que son fils et 31 ans de moins que son père. La somme des âges des 3 personnes est 119 ans. Calcule ces âges.

6° Paul vend 90 « timbres antituberculeux », les plus petits à 3,50F et les plus grands à 5F. En fin de journée il a tout vendu pour 367,5F. Mais il ne sait plus combien il avait de timbres de chaque sorte. Aide-le! (Appelle  $x$  le nombre de timbres d'une sorte, exprime le nombre de timbres de l'autre sorte en fonction de  $x$ , écris l'équation du problème).

7° Au jeu de pile ou face Catherine doit donner 5F à Agnès si la pièce montre le côté pile et Agnès doit donner 3F à Catherine si la pièce montre le côté face. Au bout de 24 parties, Agnès et Catherine ont chacune la même somme d'argent qu'au début. Combien y a-t-il de côtés pile? (Appelle  $x$  le nombre de côtés pile et exprime en fonction de  $x$  le nombre de côtés face, ou le contraire!).

8° Un cultivateur possède un champ et un pré qui valent ensemble 210000F. Pour payer une dette, il lui faut ou bien vendre le champ et payer encore 37500F ou bien vendre le pré et avoir dans ce cas 7500F de trop. Quelle est la valeur de pré et celle du champ?

9° Un grossiste a des robes en stock, qu'il compte vendre 750F pièce et réaliser ainsi un bénéfice total de 24840F. Mais le modèle de la robe étant démodé, il ne peut les vendre que 585F pièce et perd ainsi 5520F. Combien y avait-il de robes en stock et quel était le prix d'achat de chacune? (Nombre de robes  $x$ )

10° Une somme de 1860F est partagée entre deux personnes. La première dépense les  $\frac{5}{8}$  de sa part. La deuxième dépense les  $\frac{3}{5}$  de la sienne. Il leur reste la même somme. Quelles étaient les deux parts?

11° J'emprunte une somme d'argent au taux de 12% et une somme double au taux de 9%. L'intérêt annuel est au total de 6000F. Quelles sont les deux sommes empruntées?

12° Une usine A de 300 personnes compte parmi elles 30% de cadres. Une usine B compte 15% de cadres. Ensemble elles comptent 20% de cadres. Quel est l'effectif de l'usine B?

13° Le demi périmètre d'une cour rectangulaire est 130 m .

1° Exprimer en fonction de la longueur x la largeur et l'aire de la cour.

2° Si on ajoute 7 m à la longueur et si on retranche 3 m à la largeur, la surface augmente de  $156\text{m}^2$  . Exprimer en fonction de x la longueur, la largeur et l'aire modifiées de la cour.

3° Ecrire une équation et calculer les dimensions de la cour.

14° Le périmètre d'un champ rectangulaire est 120m.

Sa longueur diminue de 10 m et sa largeur augmente de 10m. Sa surface augmente alors de  $100\text{m}^2$  .

Quelles étaient les dimensions initiales du champ ?

15° a) Trois frères respectivement âgés de 7; 9 et 12 ans ont un père de 36 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges des trois frères?

b) Reprends le a) avec un père âge de 35 ans.

16 Un automobiliste parcourt 1260 km en trois étapes .

On note x la longueur de la première étape.

La longueur de la deuxième étape est égale aux quatre cinquièmes de la longueur de la première.

la longueur de la troisième étape est égale aux trois quarts de la longueur de la deuxième étape.

1°

Dessiner un trait de 5 cm représentant la longueur x de la première étape. Puis prolonger ce trait par des segments représentant les longueurs des deux autres étapes et indiquer la légende. En s'aidant du dessin, calculer la longueur de chaque étape.

2°

Exprimer en fonction de x :

la longueur de la 2° étape,

la longueur de la 3° étape.

Ecrire une équation du problème et trouver la longueur de chacune des étapes.

CORRIGE

1°

première étape	deuxième étape	troisième étape	distance totale
5 cm	$5 \cdot \frac{4}{5} = 4$ cm	$4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ cm	$5 + 4 + 3 = 12$ cm
$1260 \cdot \frac{5}{12} = 525$ km	$1260 \cdot \frac{4}{12} = 420$ km	$1260 \cdot \frac{3}{12} = 315$ km	1260 km

2°

Longueur de la première étape x

longueur de la 2° étape  $\frac{4}{5}x$

longueur de la 3° étape  $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}x = \frac{3}{5}x$

équation du problème: la longueur des trois étapes est 1260km:

$$x + \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}x = 1260$$

$$\frac{5}{5}x + \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}x = 1260$$

$$\frac{12}{5}x = 1260$$

$$x = 1260 \cdot \frac{5}{12}$$

$$x = 525$$

la longueur de la première étape est 525 km, la longueur de la deuxième étape est  $525 \cdot \frac{4}{5} = 420$  km , la longueur de la troisième étape est

$$420 \cdot \frac{3}{4} = 315 \text{ km}$$

Un père a 30 ans et son fils 7 ans.

1° Exprimer l'âge du père et l'âge du fils dans x années.

2° Dans quel nombre x d'années l'âge du père sera-t-il le double de l'âge de son fils? Ecrire l'équation correspondant au problème et trouver la solution.

CORRIGE

1° Dans x années l'âge du père sera  $30 + x$  , l'âge du fils sera  $7 + x$

2° L'âge du père sera le double de l'âge de son fils:

$$30 ? x ? 2(7 ? x)$$

$$30 ? x ? 14 ? 2x$$

$$30 ? 14 ? 2x ? x$$

$$16 ? x$$

Dans 16 ans l'âge du père sera le double de l'âge du fils (46 ans et 23 ans)

18° L'unité utilisée est le cm. Un trapèze rectangle a pour bases 7 et x, et pour hauteur 3. Exprimer en fonction de x l'aire de ce trapèze. On indique que l'aire de ce trapèze est  $16,5\text{cm}^2$ , en écrivant une équation, trouver x. Dessiner alors ce trapèze.

## TRANSPOSITION

### I

On donne un nombre x.

a) Sandra le multiplie par 9 et retire 5 au résultat.

Exprimer le nombre trouvé par Sandra en fonction de x.

b) Alex multiplie le nombre x par 6 et ajoute 7 au résultat.

Exprimer le nombre trouvé par Alex en fonction de x.

c) Alex et Sandra ont trouvé le même nombre.

Ecrire l'équation qui traduit cette information et trouver le nombre x.

## CORRIGE

### I

a) Nombre trouvé par Sandra  $9x - 5$ .

b) Nombre trouvé par Alex  $6x + 7$

c) Les nombres trouvés par Sandra et Alex sont égaux:

$$9x - 5 = 6x + 7$$

$$9x - 6x = 7 + 5$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

le nombre donné était 4.

## Inégalités

V Une automobile consomme entre 7 et 8 litres aux 100 km.

1° Encadrer le volume v d'essence consommé par la voiture sur un trajet de 400km.

2° Au départ, le réservoir contenait un volume e d'essence compris entre 35 et 40 litres.

Encadrer le volume r d'essence restant dans le réservoir après le parcours de 400km.

3° La capacité c du réservoir est comprise entre 50 et 51 litres. Encadrer le volume p d'essence qu'il faut verser dans le réservoir pour faire le plein après le parcours de 400km.

## CORRIGE

$$\text{IV } 1^\circ 40 - 7 = 33 < v < 40 - 8 = 32 \quad 28 \text{ l} < v < 32 \text{ l}$$

$$2^\circ \text{Au Plus } 40 - 28 = 12 \text{ l, au moins } 35 - 32 = 3 \text{ l}$$

$$35 - 32 < r = v - e < 40 - 28$$

$$3 \text{ l} < r < 12 \text{ l}$$

$$3^\circ 50 - 12 < p = c - r < 51 - 3$$

$$38 \text{ l} < c < 48 \text{ l}$$

1° On veut construire une citerne cubique de volume intérieur  $43 \text{ m}^3$ . En réalisant des essais, encadrer à 1 m près, puis à 0,1 m près la longueur a de l'arête intérieure de cette citerne.

## CORRIGE

$$3^3 = 27 ? 43 ? 4^3 = 64$$

$$\text{donc } 3 \text{ m} < a < 4 \text{ m}$$

$$3,5^3 = 42,875 ? 43 ? 3,6^3 = 46,656$$

$$\text{donc } 3,5 \text{ m} < a < 3,6 \text{ m}$$

2° Une surface rectangulaire de longueur L et de largeur l est réalisée avec la précision suivante:  $1 \text{ cm} < l < 1,1 \text{ cm}$  et  $2 \text{ cm} < L < 2,1 \text{ cm}$ .

a) Encadrer son aire A. b) Encadrer son périmètre P.

CORRIGE

a)

$$1 \text{ ? } 2 \text{ ? } A \text{ ? } 1 \text{ ? } L \text{ ? } 1,1 \text{ ? } 2,1$$

$$2 \text{ cm}^2 \text{ ? } A \text{ ? } 2,31 \text{ cm}^2$$

b)

$$P \text{ ? } 2(L \text{ ? } l)$$

$$2(2 \text{ ? } 1) \text{ ? } P \text{ ? } 2(2,1 \text{ ? } 1,1)$$

$$6 \text{ cm} \text{ ? } P \text{ ? } 6,4 \text{ cm}$$

3° Dans une planche de longueur L comprise entre 190 et 200cm, je découpe un morceau de longueur M comprise entre 15 et 20cm.

Encadrer la longueur R du morceau restant.

CORRIGE

On raisonne par « au moins » et « au plus »

$$190 \text{ ? } 20 \text{ ? } R \text{ ? } 200 \text{ ? } 15$$

$$170 \text{ cm} \text{ ? } R \text{ ? } 185 \text{ cm}$$

4° Je suis parti avec une somme x de 150 à 200 F dans mon portefeuille, j'ai dépensé une somme d de 90 à 120 F. Encadrer la somme s qui peut se trouver encore dans mon portefeuille.

CORRIGE

Il me reste au moins  $150 \text{ ? } 120 \text{ ? } 30\text{F}$ , au plus  $200 \text{ ? } 90 \text{ ? } 110\text{F}$ .

Il me reste entre 30F et 110F.

Autre rédaction:

$$150 \text{ ? } x \text{ ? } 200$$

$$90 \text{ ? } x \text{ ? } 120$$

$$150 \text{ ? } 120 \text{ ? } s \text{ ? } x \text{ ? } d \text{ ? } 200 \text{ ? } 90$$

$$30 \text{ ? } s \text{ ? } 110$$

5° Je pars entre 11h25 et 11h30 pour une course qui doit durer entre 15 et 20 minutes, encadrer l'heure h de mon retour.

6° J'effectue sur un sentier un trajet de longueur D comprise entre 20 et 24km, à une vitesse V comprise entre 4 et 5km/h.

Encadrer la durée T du temps mis pour parcourir le trajet.

CORRIGE

J'ai au moins à faire  $20\text{km}$  à  $5\text{km/h}$  en  $\frac{20}{5} \text{ ? } 4\text{h}$ , au plus  $24\text{km}$  à  $4\text{km/h}$  en  $\frac{24}{4} \text{ ? } 6\text{h}$ . Le temps mis pour parcourir le trajet est donc compris entre 4h et 6h.

Autre rédaction:

$$20\text{km} \text{ ? } D \text{ ? } 24\text{km}$$

$$4\text{km/h} \text{ ? } V \text{ ? } 5\text{km/h}$$

$$\frac{20}{5} \text{ ? } T \text{ ? } \frac{D}{V} \text{ ? } \frac{24}{4}$$

$$4\text{h} \text{ ? } T \text{ ? } 6\text{h}$$

7° Je circule à vélo à une vitesse v comprise entre 25 et 30 km/h. Je dois parcourir un trajet de longueur d comprise entre 100 et 110 km.

Encadrer la durée t du trajet. A quelle heure dois-je partir pour arriver à coup sur avant midi?

CORRIGE

$$t \text{ ? } \frac{d}{v}$$

$$\text{au moins } \frac{100}{30} \text{ ? } \frac{10}{3}\text{h} \text{ ? } 3\text{h} \text{ ? } \frac{1}{3}\text{h} \text{ ? } 3\text{h}20\text{min}$$

$$\text{au plus } \frac{110}{25} \text{ ? } 4\text{h} \text{ ? } \frac{10}{25}\text{h} \text{ ? } 4\text{h} \text{ ? } \frac{2}{5}\text{h} \text{ ? } 4\text{h}24\text{min}$$

$$3\text{h}20 \text{ ? } t \text{ ? } 4\text{h}24$$

Je dois partir à

$$12\text{h} \text{ ? } 4\text{h}24 \text{ min} \text{ ?}$$

$$1\text{h}60\text{min} \text{ ? } 4\text{h}24\text{min} \text{ ? } 7\text{h}36\text{min}$$

8° Je pars à 14h 30 pour une promenade de longueur l comprise entre 6 et 7 km. Je marche à une vitesse v comprise entre 4 et 5 km/h.

a) Encadrer la durée t du parcours.

b) Encadrer l'heure h de mon arrivée.

9° J'effectue régulièrement le même parcours en bus dont la durée t est toujours comprise entre 30 et 35 minutes.

a) Un jour, je suis parti à l'heure h comprise entre 14h et 14h 10. Encadrer l'heure s de mon arrivée.

b) Un autre jour, je suis arrivé à l'heure  $k$  comprise entre 16h 40 et 16h 50. Encadrer l'heure  $h$  de mon départ.

c) La distance  $d$  du parcours est comprise entre 20 et 24 km. Encadrer la vitesse moyenne  $v = \frac{d}{t}$  du véhicule en km/min, par deux quotients, puis en km/h, arrondir à 1 km/h près.