

Février 1996 : Devoir commun de Quatrième

Consignes : les deux parties doivent être rédigées sur deux copies doubles différentes. A la fin des deux heures, vous les glisserez l'une dans l'autre et les rendrez au professeur. Sur ces copies, vous ne mettez pas vos noms mais votre numéro.

L'usage du blanco et de la machine à calculer est interdit ainsi que le prêt du matériel.

Toute tentative de fraude sera sévèrement sanctionnée.

La présentation, l'orthographe, ainsi que la rigueur de l'écriture mathématique (droites, segments, longueurs ...) seront notées.

Chaque élève est tenu de rester au minimum une heure dans la salle.

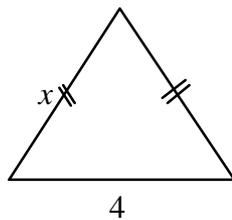
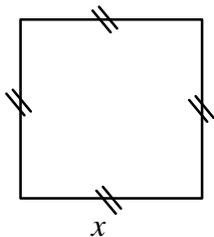
Première partie : Calcul numérique

I. Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} \quad ; \quad B = \frac{3}{7} - \frac{10}{21} \quad ; \quad C = \frac{15}{28} \times \frac{7}{25} \times \frac{1}{6} \quad ; \quad D = \frac{24}{7} \div (-12) \quad ; \quad E = \frac{5}{4} - \frac{3}{2} + \frac{7}{6}$$

$$F = 2 + \frac{7}{9} \times \frac{1}{2} \quad ; \quad G = \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}} \quad ; \quad H = \frac{3}{4} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$$

II



Calculez x pour que le périmètre du triangle soit le même que celui du carré.

III. On partage une somme de 17500F entre 3 personnes ; la première reçoit les $\frac{2}{5}$ de la somme totale, la seconde reçoit les $\frac{3}{4}$ de la part de la première

- Quelle fraction de la somme totale revient à la troisième personne ?
- Calculer la part de chacun.

IV. On a parcouru les $\frac{5}{7}$ de la randonnée avant la halte du déjeuner. Il reste encore 6 km avant l'arrivée du soir.

Quelle est la longueur de la randonnée ?

Première partie : Calcul numérique

I. Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

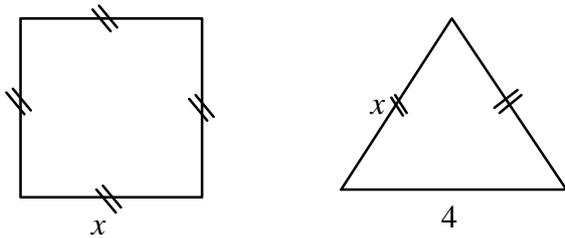
$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{4} = \frac{4}{12} + \frac{15}{12} = \frac{19}{12} ; \quad B = \frac{3}{7} - \frac{10}{21} = \frac{6}{21} - \frac{10}{21} = -\frac{4}{21} ;$$

$$C = \frac{15}{28} \times \frac{7}{25} \times \frac{1}{6} = \frac{5 \times 3 \times 7}{7 \times 4 \times 5 \times 5 \times 2 \times 3} = \frac{1}{40} ; \quad D = \frac{24}{7} \div (-12) = -\frac{2 \times 12}{7} \times \frac{1}{12} = -\frac{2}{7} ;$$

$$E = \frac{5}{4} - \frac{3}{2} + \frac{7}{6} = \frac{15}{12} - \frac{18}{12} + \frac{14}{12} = \frac{11}{12} \quad F = 2 + \frac{7}{9} \times \frac{1}{2} = 2 + \frac{7}{18} = \frac{36}{18} + \frac{7}{18} = \frac{42}{18} ;$$

$$G = \frac{\frac{5}{1} - \frac{4}{2}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{20}{5} - \frac{4}{5}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{16}{5}}{\frac{6}{5}} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} ; \quad H = \left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} \right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{14} - \frac{4}{14} \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{14} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{28}$$

II



Pour que les deux périmètres soient égaux il faut que $x = 2\text{cm}$

III. On partage une somme de 17500F entre 3 personnes ; la première reçoit les $\frac{2}{5}$ de la somme totale, la seconde reçoit les $\frac{3}{4}$ de la part de la première

a) Quelle fraction de la somme totale revient à la troisième personne ?

b) Calculer la part de chacun.

$$a) \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

La deuxième personne reçoit $\frac{3}{10}$ de la somme totale

$$2) 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10} \right) = \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

La deuxième personne reçoit aussi $\frac{3}{10}$ de la somme totale

$$17500 \times \frac{2}{5} = 3500 \times 2 = 7000$$

3)

$$17500 \times \frac{3}{10} = 1750 \times 3 = 5250$$

La première personne reçoit 7000F, les deux autres reçoivent 5250 F

Calculez x pour que le périmètre du triangle soit le même que celui du carré

$$\text{Périmètre du carré} = 4x$$

$$\text{Périmètre du triangle} = x + x + 4 = 2x + 4$$

$$4x = 2x + 4$$

$$4x - 2x = 4$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

IV. On a parcouru les $\frac{5}{7}$ de la randonnée avant la halte du déjeuner. Il reste encore 6 km avant l'arrivée du soir.

Quelle est la longueur de la randonnée ?

Après le déjeuner il reste $\frac{2}{7}$ de la randonnée à parcourir.

6 km représentent $\frac{2}{7}$ de la randonnée

$$6 \div \frac{2}{7} = 6 \times \frac{7}{2} = 21$$

La randonnée était de 21 km

Deuxième partie : Géométrie

Faire les figures sur une feuille simple séparée sur laquelle vous marquerez votre numéro

Exercice 1 :

I. LUGE est un parallélogramme de centre I.

O est le milieu du segment [LU] et N est le milieu du segment [LE].

- 1) Montrez que les droites (NI) et (LO) sont parallèles. Comparez NI et LO.
- 2) En déduire la nature du quadrilatère non croisé LOIN. Faire la démonstration.
- 3) Sachant que la droite (ON) coupe la droite (LG) en J, montrez que J est le milieu de [ON].

Exercice 2

1) Construire le parallélogramme ABCD tel que $AB=8\text{cm}$, $AD = 6\text{ cm}$ et $\widehat{BAD} = 57^\circ$.

Les droites (AC) et (BD) se coupent en I.

La droite perpendiculaire à (CD) et passant par A coupe la droite (BD) en E.

La droite perpendiculaire à (CD) et passant par C coupe la droite (BD) en F.

2) Démontrez que les droites (AE) et (FC) sont parallèles.

3) Compléter le tableau ci-dessous des images par la projection sur la droite (BD), parallèlement à la droite (AE) (le découper et le coller sur votre feuille).

Démontrez que I est le milieu du segment [EF].

4) Quelle est la nature du quadrilatère AECF ?

5) Démontrez que (EC) et (AF) sont parallèles.

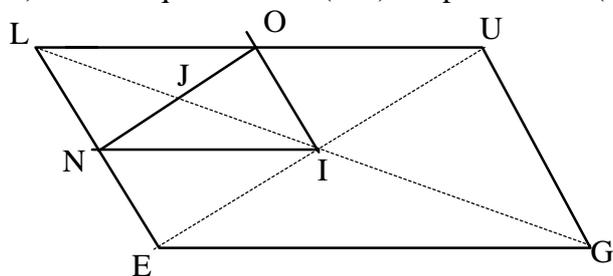
Point ...	A	B	C	D	I
projeté de ...sur (AB) parallèlement à (AE)					

Deuxième partie : Géométrie correction

Exercice 1 : LUGE est un parallélogramme de centre I.

O est le milieu du segment [LU] et N est le milieu du segment [LE].

- 1) Montrez que les droites (NI) et (LO) sont parallèles. Comparez NI et LO.
- 2) En déduire la nature du quadrilatère non croisé LOIN. Faire la démonstration.
- 3) Sachant que la droite (ON) coupe la droite (LG) en J, montrez que J est le milieu de [ON].



Données

LUGE parallélogramme centre I.
 O milieu de [LU]
 N milieu de [LE].

Conclusion

1) (NI) et (LO) parallèle
 NI=LO
 2) LOIN parallélogramme
 3) J milieu de [ON]

Démonstration : 1) LUGE est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu il en résulte que I est le milieu de [EU].

Dans le triangle LEU, N est le milieu de [LE] et I est le milieu de [LG]

Dans un triangle la droite qui joint le milieu de deux côtés est parallèle au troisième côté donc (NI) et (LO) sont parallèles $NI = \frac{1}{2}LU$ O est le milieu de [LU] donc $LO = \frac{1}{2}LU$

Conclusion : (NI) et (LO) sont parallèles et NI = LO

2) Dans le quadrilatère LOIN (NI) et (LO) sont parallèles et NI = LO de plus LOIN est non croisé.

Lorsqu'un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme donc **LOIN est un parallélogramme.**

3) Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu donc **J est le milieu de [ON].**

Exercice 2 1) Construire le parallélogramme ABCD tel que AB=8cm, AD = 6 cm et $\widehat{BAD} = 57^\circ$. Les droites (AC) et (BD) se coupent en I. La droite perpendiculaire à (CD) et passant par A coupe la droite (BD) en E. La droite perpendiculaire à (CD) et passant par C coupe la droite (BD) en F.

2) Démontrez que les droites (AE) et (FC) sont parallèles. 3) Compléter le tableau ci-dessous des images par la projection sur la droite (BD), parallèlement à la droite (AE) Démontrez que I est le milieu du segment [EF]. 4) Quelle est la nature du quadrilatère AECF ? 5) Démontrez que (EC) et (AF) sont parallèles.

1) (AE) et (CD) sont perpendiculaires. (CF) et (CD) sont perpendiculaires.

Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même troisième elles sont parallèles.

Donc (AE) et (FC) sont parallèles.

3) Considérons la projection sur la droite (BD), parallèlement à la droite (AE)

Point ...	A	B	C	D	I
projeté de ...	E	B	F	D	I

Le projeté de A est E

Le projeté de I est I

Le projeté de C est F

ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu : donc I est le milieu de [AC]. La projection conserve les milieux donc I est le milieu de [EF].

4) I est le milieu de [EF] et de [AC].

Lorsque un parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

Donc AECF est un parallélogramme.

5) Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles deux à deux donc (AF) et (EC) sont parallèles.

