

- chute d'une pierre 1
- Le drapeau suisse. 1
- La boîte en carton 2
- Optimisation d'une casserole. 4
- trois carrés de côtés x 4
- aire et périmètre d'un quart de cercle 5
- rectangle côtés $x+3$ et $x+2$ 6
- rectangle - côtés $7-x$, $4-x$ 7
- carré 10m - rectangle $10-2x$ 10-x 8
- carré 10cm carré $10-2x$ 9

chute d'une pierre

La distance d en mètres parcourue par la pierre, en tombant, est donnée par la formule : $d = 0,49 t^2$ où t désigne le temps en secondes écoulé depuis le lâcher et d la distance parcourue par la pierre.

- 1° On lâche une pierre depuis le bord d'un puits. A quelle distance du bord du puits se trouve la pierre après une seconde de chute ? après 1,5 secondes ? après 2 secondes ?
- 2° La pierre atteint le fond du puits trois secondes après qu'on l'ait lâchée. Calculer la profondeur du puits.

3° On laisse tomber la pierre d'une tour de 10 m de hauteur.

Combien de temps faudra-t-il à la pierre pour toucher le sol, arrondir le résultat à un dixième de seconde près ?

CORRIGE

t	1 s	1,5 s	2 s
$d = 0,49 t^2$	$0,49 t^2 = 0,49$ m	$1,1$ m	$1,96$ m

t	$d = 0,49 t^2$
1 s	$0,49 t^2 = 0,49$ m
1,5 s	$1,1$ m
2 s	$1,96$ m

2° $0,49 t^2 = 3^2 = 4,41$ m

3°

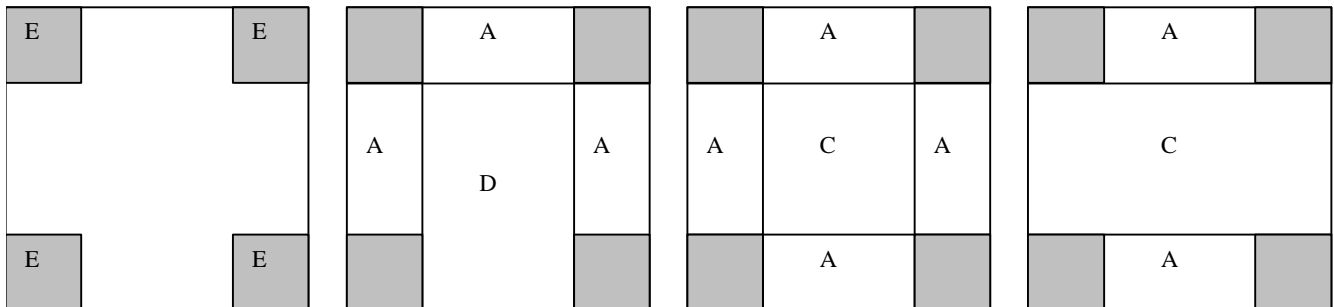
$$0,49t^2 = 10 \text{ m}$$

$$t^2 = \frac{10}{0,49}$$

$$t = \sqrt{\frac{10}{0,49}} = 4,5 \text{ s}$$

figure, disposer en deux colonnes

Le drapeau suisse.



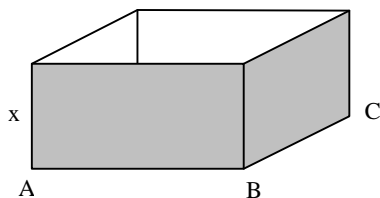
On considère un carré de 4 cm de côté, et à l'intérieur une croix obtenue en dessinant à chaque coin du carré un carré de côté x . On réalise plusieurs découpages de la croix de façon à calculer son aire en fonction de x de différentes manières selon les dessins ci-dessous.

1° Encadrer les valeurs que peut prendre x . Reproduire sur du papier millimétré les quatre figures ci-dessous pour une autre valeur de x (par exemple pour $x = 1,2$ cm)

2° Exprimer en fonction de x les dimensions et l'aire des rectangles A, B, C, D et E, développer et réduire les expressions obtenues.

3° A partir du découpage de chaque dessin, donner les quatre expressions correspondantes de l'aire de la croix, développer et réduire chacune des expressions obtenues. Que remarque-t-on ?

4° a) Représenter graphiquement l'aire de la croix en fonction de x . Utiliser les échelles : en abscisse (horizontalement) 1 dm pour 1 cm.



1°
Choisis une valeur de x , (par exemple 1,4 cm). Calcule la longueur AB, puis l'aire du carré ABCD et le volume de la boîte.

2°
Complète le tableau suivant écrire la formule en fonction de x (inutile d'écrire les calculs) :

cm	AB cm	aire ABCD cm ²	volume de la boîte cm ³
x			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
0			
1,5			
2,5			

3°
Sur une feuille de papier millimétrique, représenter le volume de la boîte en fonction de x .

Unités : en abscisse, 2 cm représentent 1 cm ; en ordonnée, 1 cm représente 10 cm³.

Pour mieux tracer la courbe, on placera d'autres points pour des valeurs non entières de x .

4°
Placer sur le graphique le point M tel que le volume soit maximal.
A l'aide du graphique, indiquer une valeur approchée de x tel que le volume de la boîte soit maximal, indiquer une valeur approchée de ce volume maximal.

Par des essais, déterminer cette valeur de x au mm près.

5°
Tracer sur le graphique la ligne d'ordonnée 100 cm³.

Déterminer graphiquement les valeurs de x telles que le volume de la boîte soit de 100 cm³.

Par des essais, encadrer ces valeurs au mm près.

Encadrer l'une de ces valeurs à 0,1 mm près.

CORRIGE
1°
 $x = 1,4$ cm , AB = $14 - 2 \times 1,4 = 11,2$ cm , Aire ABCD = $11,2^2 = 125,44$ cm² , volume de la boîte : $125,44 \times 1,4 = 175,616$ cm³.

2° On complète avec des valeurs de x permettant de tracer une courbe plus précise

cm	AB cm	aire ABCD cm ²	volume de la boîte cm ³
x	14-2x	$(14 - 2x)^2$	$x(14 - 2x)^2$
1	12	144	144
2	10	100	200
3	8	64	192
4	6	36	144
5	4	16	80
6	2	4	24
7	0	0	0
0	14	196	0
1,5	11	121	181,5
2,5	9	81	202,5
2,7	8,6	73,96	199,692
6,5	1	1	6,5

3°
Dessiner la courbe à main levée, sans utiliser de règle.

4°
Graphiquement, on trouve pour un volume maximal de 203 cm³ environ, $x = 2,3$ cm .
par des essais :

x cm	Volume cm ³
2,3	203,228
2,4	203,136
2,2	202,752

2,3 cm est la valeur de x qui correspond au plus grand volume au mm près.

5°

Graphiquement on trouve deux solutions ? 0,6 cm et ? 4,7 cm

Par des essais :

x cm	Volume cm ³
0,6	98,304
0,61	? 99,63
0,62	? 100,946
4,70	99,462
4,6	105,984
4,69	? 100,105

Donc pour obtenir un volume de 100 cm³, on peut choisir : 0,61 cm < x < 0,62 cm ou 4,69 cm < x < 4,7 cm

Optimisation d'une casserole.

L'unité est le cm. Une casserole est constituée d'un cylindre de tôle droit, sans couvercle, de rayon de base r, de hauteur h.

On se propose de réaliser une casserole de volume 500 cm³, et d'étudier l'aire de tôle nécessaire à sa réalisation, pour choisir le rayon de base et la hauteur qui permettront d'utiliser le moins de tôle possible.

a) Exprimer en fonction de r et de h lorsque cela est nécessaire l'aire de base, l'aire latérale et le volume de cette casserole.

b) Choisir une valeur **numérique** de r (par exemple 5cm ou 6cm.....). Résoudre l'équation: Volume ? 500 cm³ pour calculer la hauteur h de la casserole pour la valeur de r choisie. Dessiner alors le développement de cette casserole de volume 500 cm³.

c) Exprimer la hauteur h de la casserole de volume 500cm³ en fonction du rayon de base r. Utiliser cette expression pour démontrer par un calcul que l'aire de la casserole en fonction de r peut s'écrire sous la

forme ?r² ? $\frac{1000}{r}$ pour obtenir un volume de 500 cm³.

d) Compléter alors le tableau ci-dessous que l'on prolongera pour d'autres valeurs afin de tracer précisément le graphique:

e) Représenter graphiquement l'aire de la casserole en fonction de son rayon r. On pourra choisir les unités: en abscisses 1cm pour 1cm. En ordonnées 1cm pour 100cm².

Quel est à 1cm près le rayon à choisir pour utiliser le moins de tôle? Par des essais que l'on indiquera, déterminer à 1mm près ce rayon.

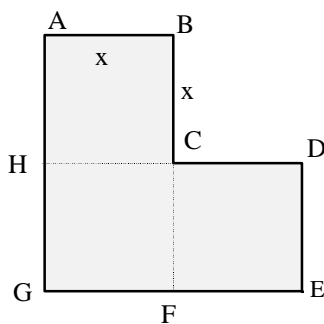
Encadrer alors la hauteur h de la casserole. On pourra chercher un encadrement encore plus précis du rayon et de la hauteur.

f) Sur le même graphique, représenter la hauteur h en fonction du rayon r (unité 1cm pour 1cm).

g) Conclusion: comparer la hauteur et le rayon nécessaires.

Rayon	r cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aire de tôle	?r ² ? $\frac{1000}{r}$ cm ²									
Hauteur	$\frac{500}{?r^2}$ cm									

trois carrés de côtés x



La figure ABCDEG est formée de trois carrés de côté x.

1° Calculer pour x ? 5 cm l'aire et le périmètre de la figure.

2° Exprimer en fonction de x l'aire et le périmètre de la figure.

Calculer x tel que : a) le périmètre de la figure soit de 44,8cm, b) l'aire de la figure soit de 147cm² c) l'aire de la figure soit de 30cm²

CORRIGE

IV 1°

$$A ? 3 ? 5^2 ? 75\text{cm}^2$$

$$P ? 8 ? 5 ? 40\text{cm}$$

2° Il suffit d'observer la figure.

$$A ? 3x^2$$

$$P ? 8x$$

3°

b)

$$A ? 147$$

a)

$$3x^2 ? 147$$

c)

$$A ? 30$$

$$P ? 44,8$$

$$8x ? 44,8$$

$$x^2 ? \frac{147}{3}$$

$$3x^2 ? 30$$

$$x ? \frac{44,8}{8}$$

$$x^2 ? 49$$

$$x^2 ? 10$$

$$x ? 5,6\text{cm}$$

$$x ? \sqrt{49}$$

$$x ? \sqrt{10} ? 3,16\text{cm}$$

$$x ? 7\text{cm}$$

aire et périmètre d'un quart de cercle

Dans tout l'exercice on remplacera ? par sa valeur approchée 3,14, et on simplifiera les expressions obtenues.

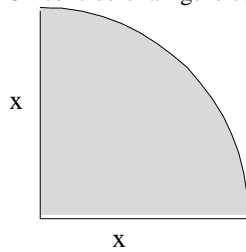
1°

On appelle x le rayon d'un cercle. Quel est en fonction du rayon x le diamètre de ce cercle ? le périmètre de ce cercle ?

Quel est en fonction de x l'aire de ce disque de rayon x ?

2°

On considère la figure constituée d'un quart de disque de rayon x.



a) Exprimer en fonction de x le périmètre de cette figure, simplifier l'expression obtenue.

Calculer le rayon x pour que le périmètre de cette figure soit égal à 99,96 m.

b) Exprimer en fonction de x l'aire de cette figure, simplifier l'expression obtenue.

Calculer le rayon x pour que l'aire de cette figure soit égale à 50,24 m².

CORRIGE

1°

Diamètre du cercle : $2 ? x ? 2x$

Périmètre du cercle : $2 ? x ? 3,14 ? 6,28x$

Aire du disque : $3,14x^2$

2° a)

Périmètre de la figure:

$$? x ? x ? \frac{6,28x}{4}$$

$$? 2x ? 1,57x ? 3,57x$$

Equation:

Le périmètre est 99,96 m

$$3,57x ? 99,96 \text{ m}$$

$$x ? \frac{99,96}{3,57} ? 28 \text{ m}$$

b)

$$\frac{1}{4} ? 3,14x^2 ? 0,785x^2$$

Equation :

L'aire de la figure est 50,24 m²

$$0,785x^2 ? 50,24$$

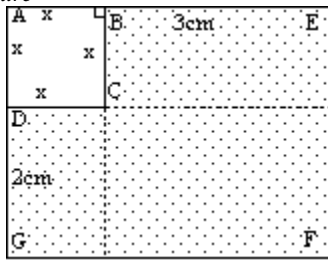
$$x^2 ? \frac{50,24}{0,785} ? 64\text{m}^2$$

$$x ? \sqrt{64}$$

$$x ? 8\text{m}$$

rectangle côtés $x+3$ et $x+2$

figure



II

On nomme x la longueur du côté du carré ABCD.

$BE = 3$ cm et $DG = 2$ cm

AEFG est un rectangle.

1° Compléter le tableau suivant (unité le cm). En première colonne calculer les expressions pour $AB=10$ cm.

En deuxième colonne écrire les expressions en fonction de x (selon le modèle donné pour AE).

AB	10	x
AE	$3 + 10 = 13$	$x+3$
AG		
AE+AG		
aire ABCD		
aire AEFG		
aire BEFGDC		

Calculer x pour que le demi périmètre $AE+AG$ de AEFG soit 30,4 cm

2°

a) Mettre l'aire de AEFG sous la forme d'une somme simplifiée (Développer l'aire de AEFG).

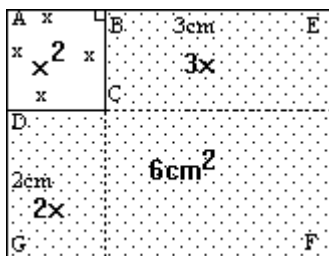
b) Mettre l'aire de BEFGDC sous la forme d'une somme réduite.

En écrivant une équation, déterminer x pour que l'aire BEFGDC soit de $24,5$ cm².

Corrigé (variante avec tableau à remplir)

I 1°

AB	10	x
AE	13	$x+3$
AG	12	$x+2$
AE+AG	25	$2x+5$
aire ABCD	100	x^2
aire AEFG	$13 \cdot 12 = 156$	$(x+3)(x+2)$
aire BEFGDC	$156 - 100 = 56$	$5x+6$



écrire les équations

$$2x + 5 = 30,4$$

$$2x = 30,4 - 5$$

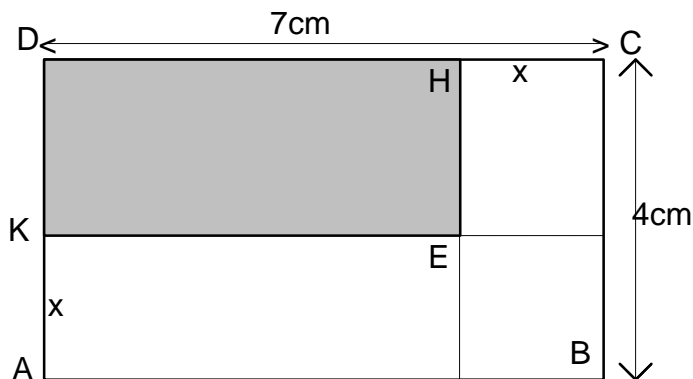
$$2x = 25,4$$

$$x = \frac{25,4}{2}$$

$$x = 12,7 \text{ cm}$$

2° a)
 aire AEFG ? $(x + 3)(x + 2)$
 ? $x^2 + 2x + 3x + 6$
 ? $x^2 + 5x + 6$
 b)
 aire BEFGDC ?
 aire AEFG ? aire ABCD ?
 $x^2 + 5x + 6 + x^2$
 ? $5x + 6$
 Equation:
 $5x + 6 = 24,5$
 $5x = 24,5 - 6$
 $5x = 18,5$
 $x = \frac{18,5}{5} = 3,7\text{cm}$

rectangle - côtés 7-x, 4-x



Le quadrilatère ABCD est un rectangle. $DC = 7\text{ cm}$ et $CB = 4\text{ cm}$. Sur le segment [DC] on place le point H et sur le segment DA on place le point K tels que: $x = CH = AK$, donc $0 < x < 4\text{cm}$

On construit le rectangle DHEK.

1°
 Dessiner la figure en choisissant $x = CH = AK = 1,5\text{ cm}$.
 Pour $x = 1,5\text{ cm}$ calculer le périmètre et l'aire du rectangle DHEK.

2°
 Exprimer en fonction de x (c'est-à-dire en laissant la lettre x), développer et réduire si possible:

- a) la longueur DH, la longueur DK
- b) Le périmètre P du rectangle DHEK.
- c) L'aire A du rectangle DHEK.

3
 a) Calculer x pour que $P = 11\text{ cm}$.
 b) Compléter le tableau:

x cm	0	1	2	3	4
DH					
DK					
A cm^2					

c) Représenter graphiquement l'aire A de DHEK en fonction de x (unités: en abscisse 1cm représente 1cm, en ordonnée, 1cm représente 10 cm^2)

d) A l'aide du graphique, déterminer une valeur approchée de x telle que $A = 14\text{ cm}^2$
 Par des essais, encadrer x à 0,01 cm près.

CORRIGE

1°
 $DH = DC - CH = 7 - 1,5 = 5,5$
 $DK = DA - AK = 4 - 1,5 = 3,5$

Périmètre Aire
 $P = 2 \times (DH + DK)$ $A = DH \times DK$
 $P = 2 \times (5,5 + 3,5)$ $A = 5,5 \times 3,5$
 $P = 18\text{cm}$ $A = 19,25\text{cm}^2$

2° a)

DH ? DC ? CH ? 7 ? x
 DK ? DA ? AK ? 4 ? x

b)

P ? 2 ? (DH ? DK)
 P ? 2 ? (7 ? x ? 4 ? x)
 P ? 2(11 ? 2x)
 P ? 22 ? 4x

c)

A ? DH ? DK
 A ? (7 ? x)(4 ? x)
 A ? 28 ? 7x ? 4x ? x²
 A ? 28 ? 11x ? x²

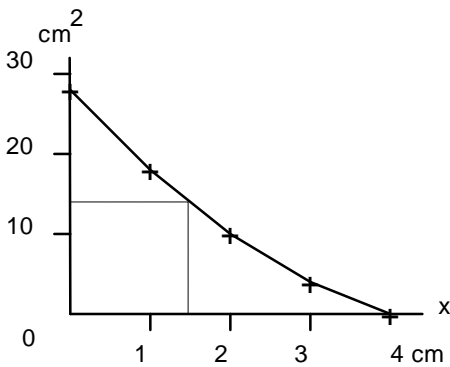
3° a)

P ? 11
 22 ? 4x ? 11
 22 ? 11 ? 4x
 11 ? 4x
 x ? $\frac{11}{4}$? 2,75cm

b)

x cm	0	1	2	3	4
DH	7	6	5	4	3
DK	4	3	2	1	0
A cm ²	28	18	10	4	0

c)



d)

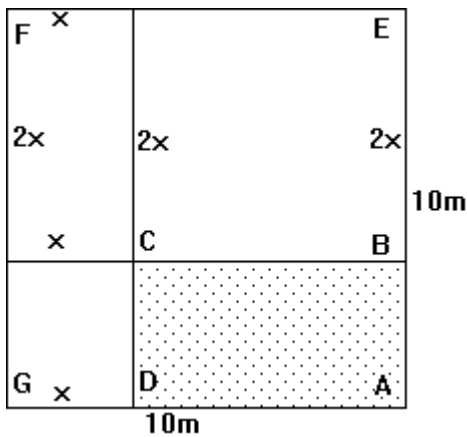
D'après le graphique:
 x ? 1,5 cm

En procédant par des essais on trouve:

x	1,47	1,46
A ? (7 ? x)(4 ? x)	13,9909	14,0716

donc pour A ? 14cm² on a: 1,46cm ? x ? 1,47cm

carré 10m - rectangle 10-2x 10-x



(On peut répondre à la question 4° sans avoir répondu aux autres questions)

AEFG est un carré de côté 10 m.

x est une longueur comprise entre 0 et 5 m.

On diminue le côté AG de la longueur x et le côté AE de la longueur 2x selon le plan ci-dessus. On obtient alors le rectangle ABCD.

1° Pour x ? 3 m calculer le périmètre et l'aire du rectangle ABCD.

2°

Exprimer en fonction de x (Simplifier et développer si possible les expressions obtenues):
la longueur AB, la longueur AD, l'aire du rectangle ABCD et le périmètre du rectangle ABCD.

3° Calculer x pour que le périmètre de ABCD soit de 16 m.

4° Compléter le tableau suivant:(unité le m et le m²)

x	Aire de ABCD
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Tracer le graphique de l'aire de ABCD en fonction de x (unités: en abscisses 1cm pour 1 m, en ordonnée, 1cm pour 10 m²)

A l'aide du graphique, trouver une valeur approchée de x pour que l'aire de ABCD soit de 35 m².

Par des essais déterminer un encadrement de x à 0,01 m près.

CORRIGE

III 1°

AD ? 10 ? 3 ? 7

AB ? 10 ? 2 ? 3 ? 4

Périmètre ABCD

= 2 ? (7 ? 4) ? 22 m

AireABCD

? 7 ? 4 ? 28 m²

2°

AB ? 10 ? 2x AD ? 10 ? x

Périmètre ABCD

? 2 ? (AB ? AD)

? 2 ? (10 ? 2x ? 10 ? x)

? 2 ? (20 ? 3x) ? 40 ? 6x

AireABCD ? AB ? AD

? (10 ? 2x)(10 ? x)

? 100 ? 10x ? 20x ? 2x²

? 100 ? 30x ? 2x²

3°

PérimètreABCD=16 m

40 ? 6x ? 16

40 ? 16 ? 6x

24 ? 6x

x ? $\frac{24}{6}$? 4 m

4°

x	Aire de ABCD
0	10?10=100
1	8?9=72
2	6?8=48
3	4?7=28
4	2?6=12
5	0?5=0

La ligne d'ordonnée y = 35 m² rencontre la courbe au point d'abscisse ?2,65 m.

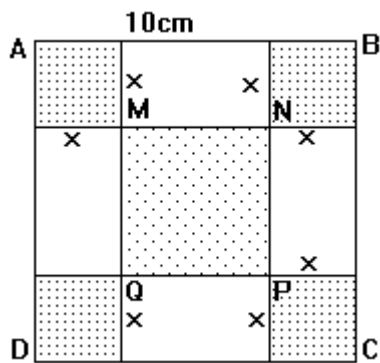
x	aire ABCD ? (10 ? x)(10 ? 2x)
2,63	34,9338
2,62	35,1288

donc 2,62 m ? x ? 2,63 m

carré 10cm carré 10-2x

géoplan2 carré1

3 colonnes portrait



Dans un carré ABCD de côté 10cm, on dessine un carré MNPQ selon le dessin ci-contre.

1°

a) Dessiner la figure pour $x = 3,7$ cm.

Calculer l'aire et le périmètre du carré MNPQ pour $x = 3,7$ cm

b) Encadrer les valeurs possibles de x .

c) Exprimer en fonction de x (c'est-à-dire laisser x dans les calculs):

la longueur MN, le périmètre P et l'aire A du carré MNPQ,

Développer les expressions obtenues.

2°

En écrivant une équation:

a) Déterminer x pour que le périmètre P soit de 30cm.

b) Déterminer x pour que l'aire A soit de $33,64 \text{ cm}^2$

c) Déterminer x pour que l'aire A soit égale à la somme des aires des quatre carrés situés aux quatre coins du carré.

3°

Reproduire et compléter le tableau (détailler le calcul seulement pour $x = 3$ cm)

x cm	0	1	2	3	4	5
MN						
P cm						
A cm^2						

Représenter sur le même graphique P et A en fonction de x .

Unités: en abscisse 1cm pour 1cm; en ordonnée 1cm pour 10 cm, 1cm pour 10cm^2 .

Déterminer graphiquement une valeur approchée de x pour laquelle $A=50\text{cm}^2$.

Vérifier par le calcul la solution trouvée.

3 colonnes portrait

CORRIGE

1°a) MN $= 10 - 2x = 3,7 - 2,6$ cm

Périmètre: $4MN = 4 \times 2,6 = 10,4$ cm

Aire: $MN^2 = 2,6^2 = 6,76\text{cm}^2$

b) D'après la figure:

$0\text{cm} = 2x = 10\text{cm}$

$0\text{cm} = x = 5\text{cm}$

c)

$MN = 10 - 2x$

$P = 4(10 - 2x) = 40 - 8x$

$A = (10 - 2x)^2 = 100 - 40x + 4x^2$

2° a) équation:

$P = 30\text{cm}$

$40 - 8x = 30$

$40 - 30 = 8x$

$10 = 8x$

$x = \frac{10}{8} = 1,25\text{cm}$

b)

$A = 33,64 \text{ cm}^2$

$(10 - 2x)^2 = 33,64 = 5,8^2$

$10 - 2x = 5,8$ ou $10 - 2x = -5,8$

$MN = 10 - 2x$ est une longueur donc est un nombre positif

$$10 - 2x = 5,8$$

$$10 - 5,8 = 2x$$

$$x = \frac{4,2}{2} = 2,1 \text{ cm}$$

c) Aire des quatre carrés: $4x^2$

équation

$$A = 4x^2$$

$$100 - 40x + 4x^2 = 4x^2$$

$$100 - 40x = 0$$

$$100 = 40x$$

$$x = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ cm}$$

3° Pour $x = 3 \text{ cm}$

à l'aide de la figure:

$$MN = 10 - 2 \cdot 3 = 4$$

$$A = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$$

ou bien, en utilisant les formules:

$$A = (10 - 2 \cdot 3)^2 \quad P = 40 - 8 \cdot 3$$

$$A = 4^2 = 16 \text{ cm}^2 \quad P = 16 \text{ cm}$$

x cm	0	1	2	3	4	5
MN	10	8	6	4	2	0
P cm	40	32	24	16	8	0
A cm ²	100	64	36	16	4	0

Représenter graphiquement A en fonction de x, tracer la droite d'ordonnée 50, lire alors la valeur x = 1,45 cm.

Vérification par le calcul:

x	1,4	1,5
A	51,84	49

donc $1,4 < x < 1,5$ ce qui correspond bien à la solution graphique trouvée.

Remarque (non demandé): on peut calculer la valeur exacte de x:

$$A = 50 \text{ cm}^2$$

$$(10 - 2x)^2 = 50$$

$$10 - 2x = \sqrt{50}$$

$$10 - \sqrt{50} = 2x$$

$$x = \frac{10 - \sqrt{50}}{2} = 1,46 \text{ cm}$$