1. Utilisation d'expressions littérales

Une expression est littérale lorsque des nombres sont représentés par des lettres.
On a déjà utilisé des lettres pour :
- énoncer une formule :
Plutôt que d'écrire : " La longueur d'un cercle est égale au produit de p par le diamètre du cercle.", on donne une formule littérale : $L = 2pR = pD$

- décrire une règle de calcul :
$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ *permet de traduire simplement la règle qu'il faudrait énoncer ainsi : "La somme de deux fractions de même dénominateur est égale à la fraction dont le numérateur est la somme des numérateurs et dont le dénominateur est le dénominateur commun."*

- désigner un nombre inconnu dans les équations :
Le périmètre d'un triangle isocèle est égal à 8,4 cm. Quelle est la longueur des deux côtés égaux si le troisième côté mesure 5 cm?
On appelle l la longueur du côté cherché.
On peut écrire : 2 ´ l + 5 = 8,4.

. Exprimer "en fonction de":
Exprimer l'aire du disque en fonction du rayon R : $A = pR^2$.
Exprimer l'aire du disque en fonction du diamètre D : étant donné que R est la moitié de D, on peut écrire : $A = p\left(\frac{D}{2}\right)^2 = p\ \frac{D}{2}\times\frac{D}{2} = p\ \frac{\mathbf{D^2}}{\mathbf{4}}$

2. Deux types de lettres utilisées.

*Si une lettre représente un nombre qui peut prendre une valeur quelconque dans un ensemble de nombres, on dit que c'est une **variable**.*
*Si au contraire, la valeur attribuée à la lettre est connue et toujours la même, on dit que c'est une **constante.***

Exemple : *Dans la formule de calcul de l'aire d'un disque,* $A = p R^2$
R (rayon) est une variable, valeur quelconque dans les décimaux positifs.
p est une constante : sa valeur ne change pas, ce n'est que l'arrondi que l'on choisit qui peut varier suivant les problèmes et la précision souhaitée.

3. Les écritures littérales déjà rencontrées.

Si a et b désignent deux nombres :
a + b désigne leur somme — *ab leur produit*
$\frac{a}{b}$ *ou* $\frac{b}{a}$ *: leur quotient* — a^2 ; b^2 *: leurs carrés*
-a et -b : leurs opposés — $\frac{1}{a}$ *et* $\frac{1}{b}$ *: leurs inverses*

D'autres écritures que l'on peut décrire :

2a	*double de a*
a/2	*moitié de a*
2n avec n entier	*un nombre pair*

2n+1 avec n entier	*un nombre impair*
(a + b)²	*le carré de la somme de a et de b*
a² + b²	*la somme des carrés de a et de b*

4. Conventions d'écritures dans les produits

Afin d'alléger les écritures, on convient des règles suivantes :

♦ *Le signe de la multiplication (´) disparaît ou est remplacé par un point :*

- entre deux lettres : a ´ b s'écrit ab

- entre un nombre et une lettre : 3 ´ a ou a ´ 3 s'écrit 3a

- entre des nombres, des lettres et des parenthèses : 4 ´ a ´ (2x + 1) s'écrit 4a(2x+1)

♦ *Les facteurs s'écrivent dans l'ordre suivant :*

1. Les nombres

2. Les lettres et dans l'ordre alphabétique

3. Les parenthèses

a ´ 2 ´ b s'écrit ***2ab*** ;

a ´ (x + 2) ´ (- 5) ´ b s'écrit ***- 5ab(x + 2)***

♦ *On conserve les parenthèses et le signe ´ dans certains cas :*

5 ´ (- 8) : des parenthèses pour séparer ´ et -

4 ´ 35 : sans le signe ´ on lirait 435

♦ *1 ´ a s'écrit a ; (- 1) ´ a s'écrit (- a) ;* $\frac{a}{1}$ *s'écrit a*

5. Simplifications d'écriture des sommes algébriques

Une somme algébrique est une suite d'additions de termes littéraux ou numériques relatifs.
Par exemple, l'expression : E = 5 + a + 2b - 2 + 3a - b - 7 + 5a + 10a
Elle comporte trois sortes de termes :

♦ *Les quatre termes exprimant un nombre de a : + a ; + 3a ; + 5a ; + 10a*

♦ *Les deux termes exprimant un nombre de b : + 2b et - b*

♦ *Les trois termes numériques : 5 ; - 2 ; - 7*

Simplifier ou réduire *l'écriture de l'expression E, c'est compter ensemble les termes de même nature afin d'en éviter la répétition.*
+ a + 3a + 5a + 10a = 19a ; + 2b - b = b ; 5 - 2 - 7 = - 4
D'où l'écriture réduite ou simplifiée de E : ***E = 19a + b - 4***

Attention ! : Ce n'est que l'écriture qui est réduite, mais pas la valeur de l'expression. On opère des transformations dans la présentation.
Si on attribue une valeur particulière à chacune des variables a et b, la valeur de l'expression E sera identique quelle que soit la forme présentée. C'est même un bon moyen de vérifier qu'il n'y a pas eu d'erreur au cours des transformations.

6. Les différents cas de suppression des parenthèses.

Supprimer des parenthèses est souvent appelé "développer".

a) Dans une somme

a + (b + c) = a + b + c *a + (b - c) = a + b - c*

Une parenthèse précédée du signe + est "neutre".

a - (b + c) = a - b - c

a - (b - c) = a - b + c

a - (- b + c) = a + b - c

Si une parenthèse est précédée du signe - , on supprime le signe - et les parenthèses en changeant chacun des termes de la parenthèse en son opposé.

b) <u>Dans un produit</u>

Pour calculer l'aire totale du grand rectangle formé par les deux rectangles 1 et 2, il y a deux manières possibles :

Première manière	Deuxième manière
On calcule l'aire d'un seul rectangle dont les dimensions sont :	On calcule la somme des aires des deux rectangles :
c et (a + b)	Rectangle ❶ : c × a Rectangle ❷ : b × c
c × (a + b)	**c × a + b × c**

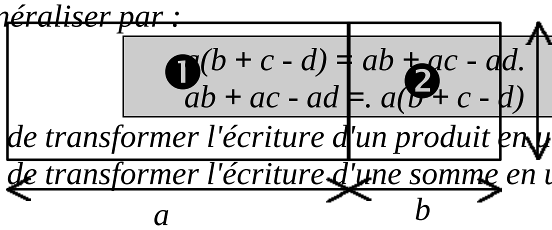
Les deux calculs permettant de calculer la même aire, les deux écritures sont équivalentes.

La multiplication est distributive sur l'addition et la soustraction. Quels que soient les nombres a, b et c, on a :

$$a(b + c) = ab + ac \qquad a(b - c) = ab - ac$$

ce que l'on peut généraliser par :

$$a(b + c - d) = ab + ac - ad. \quad ❶$$
$$ab + ac - ad = a(b + c - d) \quad ❷$$



*L'égalité ❶ permet de transformer l'écriture d'un produit en une somme.(**Développement**)*

*L'égalité ❷ permet de transformer l'écriture d'une somme en un produit.(**Factorisation**)*

La même expression peut donc avoir deux formes :

<u>Forme factorisée ou produit</u> : a (b + c - d)

<u>Forme développée ou somme</u> : ab + ac - ad

<u>Exemples :</u>

2 (a + 5) = 2a + 10 *- 3 (b - 8) = - 3b + 24*

c) <u>Dans un quotient</u>

La barre de fraction joue le rôle de parenthèses (priorité au quotient)

$$\frac{8x+2}{2} = \frac{8x}{2} + \frac{2}{2} = 4x+1$$

$$\frac{16a-3}{8} = \frac{16a}{8} - \frac{3}{8} = 2a - \frac{3}{8}$$

$$\frac{11+3x}{5} = \frac{11}{5} + \frac{3}{5}x$$

d) ***Produit de deux sommes***

L'aire du rectangle peut être calculée de deux manières qui sont équivalentes, donc

$$\boxed{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$