Classe de 4ème - DM 16/2/99

1. Calculs

$A = \frac{2\,500}{4\,375} + \frac{34}{412} \times \frac{4\,326}{147}$ *(on montrera les étapes essentielles de simplification et de calcul)*

Calculer la valeur de l'expression $B = 2 + \frac{3(5a - 9)}{7}$ *lorsque* $a = -\frac{2}{3}$. *Donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée. Puis donner un encadrement à l'unité.*

2. Problème de proportionnalité, pourcentage

Les longueurs sont en cm.
ABC est un triangle de hauteur AH (H est un point de [BC]) tel que BC = 6 et AH = 4.
On augmente les dimensions du triangle ABC pour obtenir un nouveau triangle AB'C' avec B' sur [AB), C' sur [AC), de sorte que (B'C') soit parallèle à (BC) et que B'C' = 9.
(AH) coupe (B'C') en H'. Faire une figure présentant la situation.
Quelle est l'augmentation en pourcentage de l'aire du triangle quand on passe de ABC à AB'C'?

3. Problème de construction

a) *Dans un triangle ABC d'orthocentre H (point de concours des hauteurs), (CH) coupe (AB) en I, (BH) coupe (AC) en J.* ***Montrer*** *que le cercle de diamètre [BC] passe par I et J. (il n'est pas nécessaire de rédiger la démonstration, seule l'idée suffit).*

b) *En utilisant la situation de la question a) , expliquer, rédiger et exécuter la construction suivante :*
M étant un point à l'intérieur du demi disque de diamètre [AB] , comment peut – on construire la perpendiculaire à (AB) passant par M, ***avec seulement une règle non graduée.*** *(c'est à dire qui ne permet que de tracer des droites)*

4. Problème de démonstration

M, N et P sont trois points non alignés. A est le milieu de [MN] et B celui de [NP] .
C_1 *et* C_2 *sont les cercles de diamètres respectifs [MN] et [NP]. Ils se coupent donc en N et en un autre point F. Démontrer que M, F et P sont alignés.*

Classe de 4ème - DM 16/2/99

Note sur 20	Barème	Note
Calculs (5)		
Calcul de A : simplifications	***1***	
Calcul de A : présentation trop longue	***– 1***	
Calcul de A : exactitude	***2***	
Calcul de B : présentation incorrecte	***– 1***	
Calcul de B : exactitude	***2***	
Proportionnalité (4)		
Présentation de la situation	***1***	
Calcul de la hauteur du nouveau triangle	***1***	
Calcul de l'aire du nouveau triangle	***0,5***	
Calcul de l'augmentation en pourcentage	***1,5***	
Problème de construction (5)		
Présentation de la situation a)	***1***	
Schéma de la démonstration a)	***1***	
La construction est cohérente avec la question a)	***1***	
La construction est rédigée	***1***	
Précision du vocabulaire	***1***	
Problème de démonstration (6)		
Présentation du problème	***1***	
Résolution du problème : l'idée	***2***	
Qualité de la rédaction	***1***	
• *Propriétés citées*	***1***	
• *Mise en évidence des trois éléments de la démonstration (H, P, C)*	***1***	

Classe de 4ème - Corrigé du DM 16/2

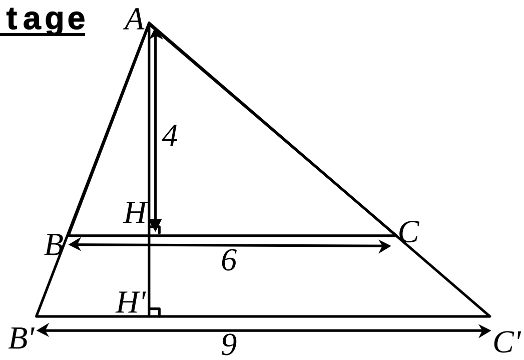
Calculs

$$A = \frac{2\,500}{4\,375} + \frac{34}{412} \times \frac{4\,326}{147} = \frac{4 \times 625}{7 \times 625} + \frac{17 \times 2 \times 206 \times 21}{2 \times 206 \times 7 \times 21} = \frac{4}{7} + \frac{17}{7} = \mathbf{\frac{21}{7} = 3}$$

lorsque $a = -\frac{2}{3}$: $B = 2 + \frac{3(5 \times (-\frac{2}{3}) - 9)}{7} = 2 + \frac{3(-\frac{10}{3} - 9)}{7} = 2 + \frac{3(-\frac{37}{3})}{7} = 2 - \frac{37}{7} = \mathbf{-\frac{23}{7}}$

Encadrement à l'unité : $\mathbf{-4 < B < -3}$

Problème de proportionnalité, pourcentage



Calcul de la hauteur AH' du triangle AB'C' :

Les droites (BC) et (B'C') étant parallèles, il y a proportionnalité entre les dimensions de ABC et de AB'C'. $\frac{AH'}{AH} = \frac{AC'}{AC}$, *et* $\frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$,

donc $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$; *d'où :* $AH' = \frac{9}{6} \times 4 = \mathbf{6}$

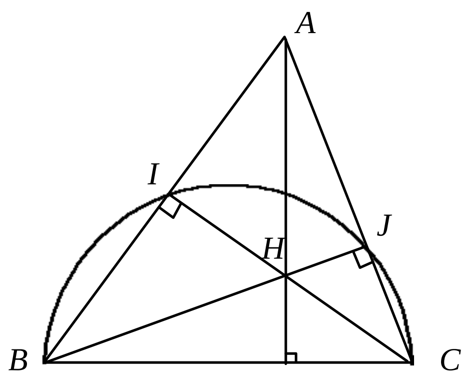
Calcul des aires :

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH = \mathbf{12\ cm^2}$ $\mathcal{A}_{AB'C'} = \frac{1}{2} B'C' \times AH' = \mathbf{27\ cm^2}$

Augmentation de l'aire :

L'aire augmente de 15 cm². Ce qui représente : $\frac{15}{12}$ = ***125% d'augmentation***.

Problème de construction



a) *Le cercle de diamètre [BC] passe par I et J car BIC et BJC sont rectangles en I et en J. L'hypoténuse commune à ces deux triangles est donc le diamètre du cercle circonscrit commun à ces deux triangles.*

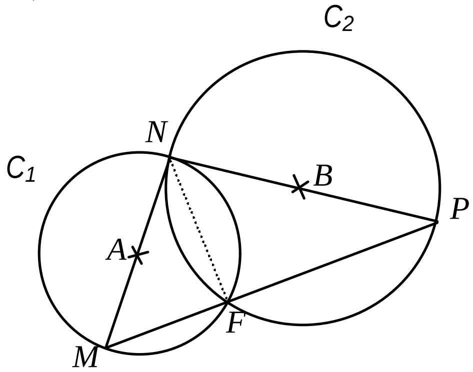
b) *Construction :*

- *Tracer (BM); elle coupe le demi cercle en E.*
- *Tracer (AM); elle coupe le demi cercle en F*
- *(AE) et (BF) se coupent en K*
- *Tracer (KM); elle est perpendiculaire à (AB).*

Problème de démonstration

Données :

- *[MN] diamètre de* C_1
- *[NP] diamètre de* C_2
- *F est sur* C_1 *et sur* C_2



Démontrons que M, F et P sont alignés :

Propriété : Si un côté du triangle est un diamètre du CC, alors le triangle est rectangle.

Donc : NMF et NPF sont rectangles en F.

$\widehat{MFP} = \widehat{MFN} + \widehat{NFP} = 90 + 90 = 180°$

Donc les points ***M, F et P sont alignés***