

# Puissances

## 1. Notation $a^n$

### a) Définitions et vocabulaire

$a$  est un nombre relatif non nul.

$$a^0 = 1$$
$$a^1 = a$$

ex :  $7^0$  ;  $(-3,14)^0$  ;  $(-3/a)^0$ ...

ex :  $7^1$  ;  $(-3,14)^1$  ;  $(-3/a)^1$ ...

Si  $n \geq 2$  alors  $a^n = \mathbf{axax...xa}$  ( produit de  $n$  facteurs égaux à  $a$ ) ex :  $2^3$  ;  $(-3)^4$  ;  $(-1)^{1997}$

$a^n$  est la puissance de  $a$ , d'exposant  $n$  et on lit «  $a$  puissance  $n$  ».

Rq :  $a^2$  est le carré de  $a$  et  $a^3$  est le cube de  $a$ .

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ (l'inverse de } a \text{ se note } \frac{1}{a} \text{ ou } a^{-1}\text{)}$$

ex :  $2^{-1}$  ;  $(-5)^{-1}$  ;  $(3/7)^{-1}$

Si  $n \geq 0$  alors  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  (l'inverse de  $a^n$ )

ex :  $4^{-2}$  ;  $(-5)^{-3}$

### b) Des pièges à éviter

$-2^6$  et  $(-2)^6$      $3x7^4$  et  $(3x7)^4$      $5+3^2$  et  $(5+3)^2$

La puissance s'adresse au nombre placé devant ou entre parenthèses.

La puissance est toujours prioritaire sur les autres opérations.

## 2. Règles de calcul

Pour tout nombre relatif  $a$ , pour tous les nombres entiers  $m$  et  $n$ , positifs, négatifs ou nuls, on a :

R1 :  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ .

ex :  $10^3 \times 10^2$  ;  $(-2)^2 \times (-2)^3$

R2 :  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

ex :  $2^{10}/2^8$  ;  $3^3/3^7$  ;  $10^{-4}/10^2$  ;  $10^{-3}/10^{-5}$

démo :  $\frac{a^m}{a^n} = a^m \times \frac{1}{a^n} = a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$

R3 :  $(a^m)^n = a^{m \times n}$ .

ex :  $(2^2)^3$  ;  $(10^{-3})^2$  ;  $(5^{-2})^{-3}$  ;

R4 :  $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

ex :  $5^3 \times 2^3$  ;  $(3 \times 4)^2$

R5 :  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

ex :  $8^3/16^3$  ;  $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$

## 3. Utiliser les puissances de 10

### a) Ecriture décimale des puissances de 10

$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^6$	$10^9$
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	1000000	1000000000

Conclusion :

$10^n = 10$ .....0 avec  $n$  zéros

$10^{-n} = 0,0$ .....01 avec  $n$  chiffres après la virgule.

### b) Ecriture scientifique

On utilise les puissances pour écrire des nombres décimaux et pour les comparer.

Exemple :

$$21375 = 2137,5 \times 10 = 2137,5 \times 10^1$$

$$21375 = 213,75 \times 100 = 213,75 \times 10^2$$

$$21375 = 2,1375 \times 10^4$$

$$21375 = 0,0021375 \times 10^7$$

$$0,0032 = 0,032 \times 0,1 = 0,032 \times 10^{-1}$$

$$0,0032 = 3,2 \times 0,001 = 3,2 \times 10^{-3}$$

**Définition :**

L'écriture scientifique d'un nombre est de la forme  $ax10^n$  où a est un décimal ayant 1 seul chiffre différent de 0 avant la virgule.

Exemple :  $21375 = 2,1375 \times 10^4$  et  $0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$

**Comparer, encadrer des nombres décimaux :**

exemple : un nombre de la forme  $ax10^{12}$  est compris entre  $10^{12}$  et  $10^{13}$  car a est compris entre 1 et 10.