

PUISSANCES

I. INTRODUCTION :

1) SITUATION :

« Sur un terrain de Football, dont les dimensions sont 100 m par 50 m, il a plu 2 mm d'eau par cm^2 . Quel volume d'eau, en mm^3 , est-il tombé sur le terrain? »

on obtient $50 \times 100 = 5000 \text{ m}^2$, c'est à dire 50 000 000 cm^2

il a donc plu $50000000 \times 2 = 100000000 \text{ mm}^2$

La calculatrice donne plusieurs résultats possibles, à savoir :

$$1\text{E}+8 \quad 1 \ 8 \quad \text{ou} \quad 1^8$$

CONCLUSION : la calculatrice nous donne un résultat que l'on ne comprend pas, il est donc nécessaire d'introduire une nouvelle notation (et de bien connaître sa calculatrice) pour éviter de se tromper en écrivant tous ces zéros, ou même pour pouvoir écrire ces nombres sur la calculatrice.

2) D'APRES L'ACTIVITE 1.1 P 47 :

a/ Comment écrit-on dix millions en chiffres?

j'interroge un élève pour me faire écrire son résultat, il aura sans doute le réflexe de compter les zéros.

b/ Voici une notation qui permet d'écrire ce nombre : 10^8 .

On lit « 10 exposant 8 » ou « 10 puissance 8 ». Pourquoi écrit-on 8 en exposant?

c/ Recopier et compléter :

$$10 \times 10 = 100 \quad = 10^2$$

$$10 \times 10 \times 10 = 1000 \quad = 10^{\dots}$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = \dots \dots \dots = 10^{\dots}$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots = 100000 = 10^{\dots}$$

d/ De façon plus générale, si n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 2, que signifie l'écriture 10^n ?

II. DEFINITIONS ET REGLES DE CALCUL :

1. Définition :

Si n est un nombre entier ($n \geq 2$), 10^n désigne un produit de n facteurs, tous égaux à 10.

Autrement dit : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$ (pour $n \geq 2$)

Convention : $10^0 = 1$, et $10^1 = 10$

Si n est un nombre entier, 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n .

Autrement dit : $10^{-n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}}$ (pour $n \geq 2$)

2. Règles de calcul :

(à faire trouver aux élèves par l'intermédiaire d'exemples)

$$10^n \cdot 10^m = 10^{n+m} \quad \text{et}$$

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

III. ÉCRITURE SCIENTIFIQUE :

1. Définition :

On appelle notation scientifique d'un nombre, la notation de la forme $a \cdot 10^n$ où a est un nombre décimal avec un seul chiffre différent de zéro avant la virgule.

2. Comparer des nombres en écriture scientifique :

- Classer du plus petit au plus grand les nombres suivants :

$$7,25 \times 10^4; \quad 4,7 \times 10^5; \quad 14,1 \times 10^{-3}; \quad 10,49 \times 10^{-2}; \quad 2,259 \times 10^4; \quad 3 \times 10^5.$$

Ce que l'on retiendra :

Pour comparer deux nombres en écriture scientifique,....

On commence par regarder les puissances :

Les nombres sont classés dans le même ordre que les exposants

Si elles sont égales :

les nombres sont classés dans le même ordre que leur coefficients

IV. PUISSANCES ENTIÈRES D'UN NOMBRE RELATIF :

- que désignent les notations : 3^0 ; $(-7)^4$; $(-2)^{-4}$?
- énoncer une propriété dans le cas général :

si a désigne un nombre relatif et n un nombre entier positif différent de zéro :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad (\text{pour } n \geq 2)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{avec } a \neq 0$$

par convention : $a^0=1$ (avec $a \neq 0$) et $a^{-1}=\frac{1}{a}$

Cas particuliers : $1^n=1$, $0^n=0$, $a^{-1}=\frac{1}{a}$

Les règles de calcul en ce qui concerne la multiplication et l'addition sont les mêmes qu'avec les puissances de dix, à savoir par exemple :

$$a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$$

$$\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3} \quad \text{si } a \neq 0$$

- avec la dernière définition, comment calculer $(a^2)^5$?

Règle générale : $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$