CERCLES ET TRIANGLES RECTANGLES

Histoire :
Etant donné un cercle, est-il possible de construire uniquement à l'aide d'une règle et d'un compas, un carré exactement de la même surface…donc un segment de longueur p ➔Quadrature du cercle

Applications :
Architecture, Calculs astronomiques…

1. Cercle circonscrit et médiane

- Rappel
  - ✓ Le centre d'un cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des médiatrices.

- Si *AMB* est un triangle rectangle en *M*, alors *AMB* est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [*AB*].

- Si *AMB* est un triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [*AB*], alors *AMB* est rectangle en *M*.

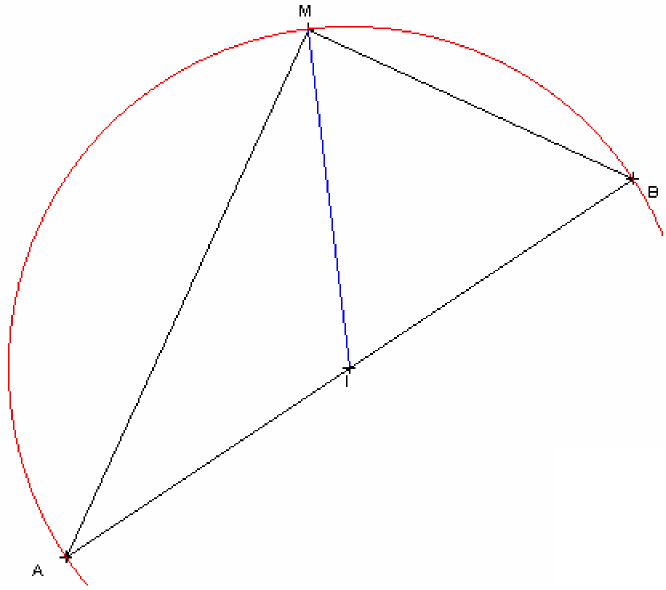
- Propriétés:
  - ✓ Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse.
  - ✓ Si dans un triangle, la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté, alors le triangle est rectangle.

2. Distance d'un point à une droite et tangente

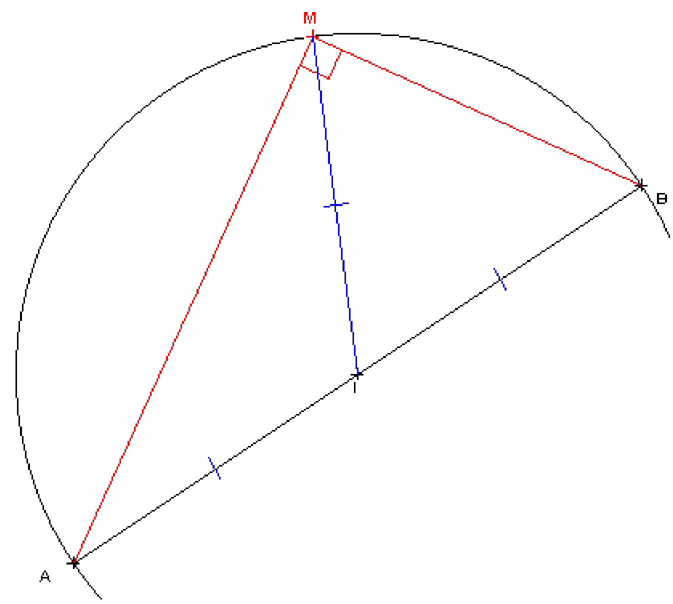
- (*d*) une droite et *A* un point non situé sur cette droite, *H* est le point de (*d*) tel que (*AH*) ^ (*d*). La distance du point *A* à la droite (*d*) est la distance *AH*.
  - ✓ Preuve: On montre que $AH < AM$
    On trace le symétrique de *A* par rapport à (*d*), on obtient *A'*, soit *H* le point d'intersection de (*AA'*) et (*d*) et soit *M* un point de (*d*).
    Par symétrie $AH = HA'$ et $AA' = AH + HA'$.
    (*d*) est la médiatrice de *[AA']* donc $AM = MA'$.
    L'inégalité triangulaire dans le triangle *AA'M* donne: $AA' < AM + MA'$ ce qui équivaut à $AH + HA' < AM + MA'$ donc $2xAH < 2xAM$.

- ***C*** est un cercle de centre *O*, *A* est un point de ce cercle. La tangente à ***C*** au point *A* est la droite perpendiculaire en *A* à (*OA*).
  - ✓ Constructions:
    - *Principe de la médiatrice: Tracer [OA), puis deux arcs de cercle centrés en A, on obtient E et F sur [OA). Tracer la médiatrice de [EF], on obtient la tangente.*
    - *Principe de la médiane: Tracer un arc de cercle centré en A de rayon [OA] qui coupe le cercle en Z. Tracer le symétrique de O par rapport à Z, on a le point T, on obtient la tangente (AT).*

Première propriété:



Deuxième propriété:



Distance d'un point à une droite
Tangente