<u>ÉNONCE DE PYTHAGORE</u>

<u>Calculer une distance avec l'énoncé de Pythagore:</u>

<u>Méthode</u>

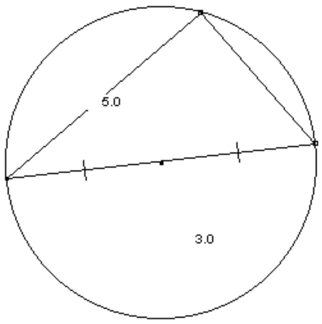
?? *Chercher le ou les triangles rectangles et dire pourquoi ils le sont.*
?? *Rechercher l'hypoténuse (c'est le plus grand côté) du triangle rectangle dans lequel on veut appliquer l'énoncé de Pythagore.*
?? *Écrire la relation de Pythagore dans ce triangle.*
?? *Exprimer la longueur recherchée en fonction des deux autres.*
?? *Remplacer les longueurs connues par leurs valeurs.*
?? *Calculer ou résoudre.*

<u>Exemple</u>

<u>Énoncé</u>:

Sur un cercle de diamètre [SP] et de rayon 3 cm, placer un point I tel que SI = 5 cm.
Faire une figure et calculer IP.

<u>Solution</u>:



Le point I est un point du cercle de diamètre [SP],donc le triangle SIP est rectangle en I.
On peut appliquer l'énoncé de Pythagore:
$SP^2 = SI^2 + IP^2$ *d'où* $IP^2 = SP^2 - SI^2$
$SI = 5$ *et* $SP = 6$ *donc* $IP^2 = 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11$
<u>Conclusion</u> : ***<u>IP = $\sqrt{11}$</u>***

<u>Exercice</u>

1. *Construire un triangle RIS, rectangle en I tel que RS = 13 cm et RI = 12 cm .*

Calculer IS.

2. *Construire un triangle TOC rectangle en O tel que TO = 64 mm et OC = 48 mm. Calculer TC.*
3. *Construire un triangle MER rectangle en E tel que ER = 60 et MR = 87.*

Calculer ME.

4. *Construire un triangle COQ rectangle en O tel que C0 = 7 cm et OQ = 5 cm.*

Calculer QC et donner son arrondi au mm.

5. *Construire un triangle NIL rectangle en I tel que NL = 8 et NI = 6,5.*

Calculer IL et donner son arrondi au dixième.

Montrer qu'un triangle est rectangle

Méthode

??*On repère le triangle qui semble rectangle dans la figure.*
??*On cherche le plus grand côté et on calcule le carré de sa longueur.*
??*On calcule la somme des carrés des deux autres côtés.*
??*On compare les deux résultats obtenus et on conclue.*

Exemple

Énoncé:
Le triangle LIT tel que : $LI = 72$, $IT = 54$ *et* $LT = 90$ *est-il rectangle?*
Si oui, quels sont les deux côtés perpendiculaires?

Solution:
LT est le plus grand côté. $LT^2 = 90^2 = 8100$
$LI^2 + IT^2 = 72^2 + 54^2 = 5184 + 2916 = 8100$
Donc $LT^2 = LI^2 + IT^2$ *; et d'après la réciproque de l'énoncé de Pythagore, le triangle LIT est rectangle en I.*
Les côtés [LI] et [IT] sont perpendiculaires.

Exercice

1. *Montrer que les triangles LAC et LOC tels que* $LA = 56$, $LC = 70$, $AC = 42$, $LO = 24$ *et* $OC = 74$ *(toutes les longueurs en mm) sont rectangles.*
2. *Construire un triangle BEC tel que* $BE = 87$, $BC = 63$, $EC = 60$ *et le point S tel que*

$CS = 80$, $ES = 100$ *et* BS ? 100. *Montrer que les points B, C et S sont alignés.*

3. *L'unité de longueur étant le cm, construire le triangle LIN tel que*

$LI = 4{,}8$, $IN = 3{,}6$ *et* $LN = 6$. *Calculer le rayon du cercle circonscrit à ce triangle.*

<u>EXERCICES DE DEMONSTRATION</u>

Exercice 1

Dans un triangle isocèle ABC de sommet principal A, AB = AC. Soit D le symétrique du point B par rapport à A.

1. *Montrer que le triangle BCD est rectangle.*
2. *Soit E le milieu de [DC], montrer que (AE) est la médiatrice de [DC].*
3. *Le cercle de centre C et de rayon CA coupe (AE) en F. Montrer que ACFD est un losange.*

Exercice 2

1. *Construire un triangle MAE tel que ME = 5, EA = 12 et MA = 13.*
2. *Montrer que MAE est rectangle en E.*
3. *Soit I un point de (ME) tel que MI = 21 et que E soit un point de [MI]. Calculer AI.*
4.

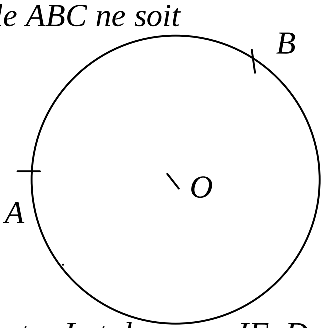
Exercice 3

1. *Dans les deux cas suivants, expliquer pourquoi le triangle ABC n'est pas rectangle.*

?? *ABC est tel que les angles en A et en B mesurent respectivement 39° et 41°.*

?? *ABC est tel que AB = 9,2 , BC = 5,3 et AC = 10,6 (tout ça en cm.)*

2. *$\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit à ABC.*
   Où peut-on placer le point C pour que le triangle ABC ne soit pas rectangle?
   (indiquer tous les points possibles)



Exercice 4

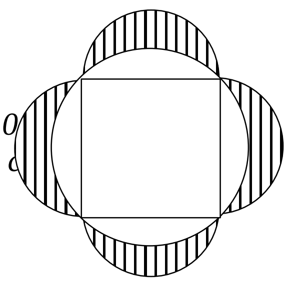
FIN est un triangle équilatéral. $\mathcal{C}$ est le cercle de centre I et de rayon IF. D est le point tel que F est le milieu de [ID].
Montrer que (DN) est tangente à $\mathcal{C}$ en N.

Exercice 5

$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de diamètre [AB].C est un point du cercle, distinct de A et de B. Tracer les tangentes au cercle $\mathcal{C}$ en A,B et C. La tangente en C coupe les deux autres en R et S.
Déterminer la nature des triangles AOR, RCO et CBO.

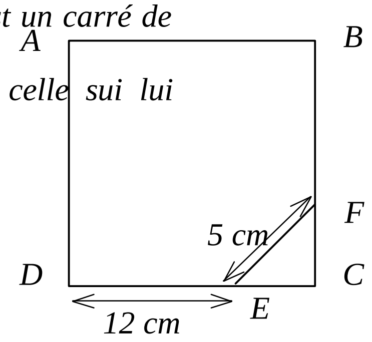
Exercice 6

Quelle est l'aire de la partie hachurée si le côté du carré mesure 10
Exprimer cette aire en fonction de a, dans le cas général où le c
pour côté la longueur a.



Exercice 7

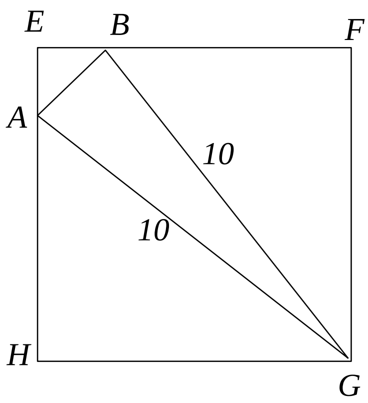
On considère la figure ci-contre, dans laquelle ABCD est un carré de côté 16 cm.
Relier chaque expression de la colonne de gauche à celle sui lui correspond dans la colonne de droite.



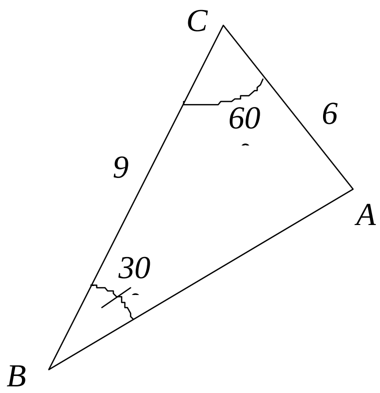
AE^2		$16^2 + 13^2$
EC		$16 - 3$
CF		$400 + 25$
BF		$16 - 12$
AF^2		$16^2 + 12^2$
$AE^2 + EF^2$		$\sqrt{5^2 ? 4^2}$

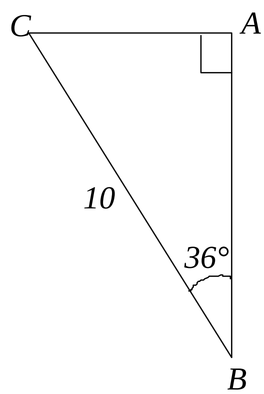
Exercice 8

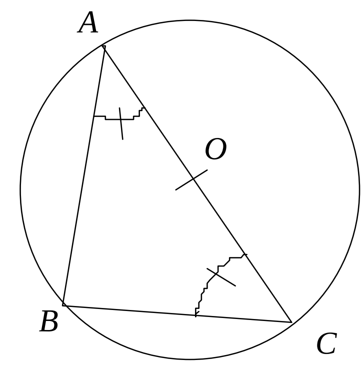
Dans quel cas dispose-t-on de suffisamment d'informations pour pouvoir utiliser l'énoncé de Pythagore pour calculer la longueur AB? (Expliquer)



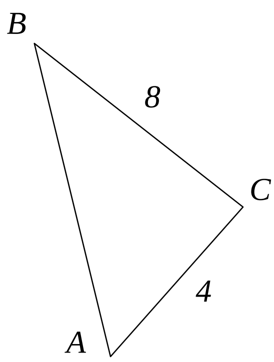
EFGH est un carré de côté 6.

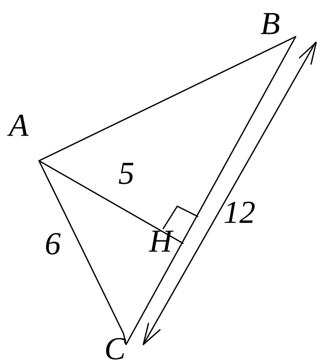






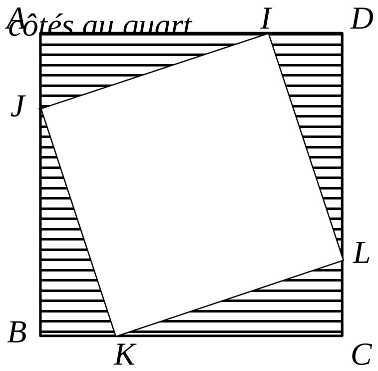
O est le centre du cercle de rayon 4.





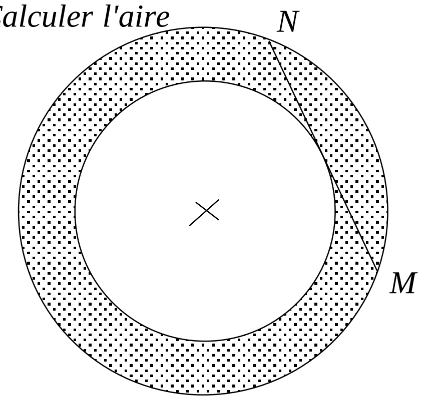
Exercice 9

Dans le carré ABCD, les points I, J, K et L sont placés sur les côtés au quart de la longueur pour former le carré IJKL.
Exprimer l'aire du carré IJKL par rapport à celle de ABCD.



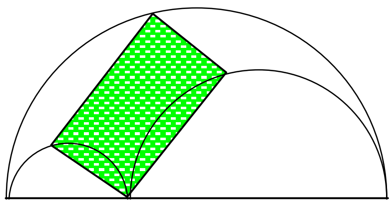
Exercice 10

Les deux cercles sont concentriques.
[MN] est une corde tangente au plus petit des deux. Calculer l'aire de la couronne circulaire sachant que MN = 8.



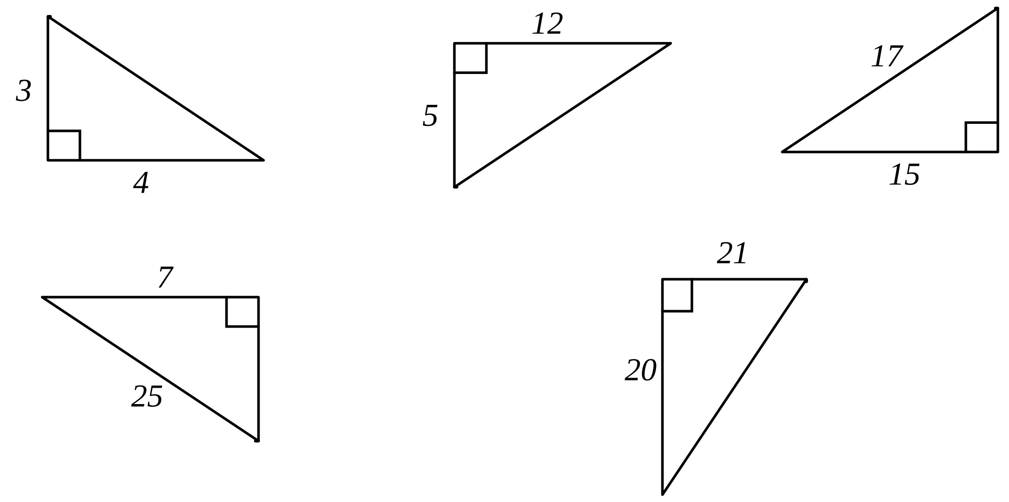
Exercice 11

1. *Décrire la construction de la figure ci-contre.*
2. *Le quadrilatère obtenu est-il un rectangle ?*



Exercice 12

Calculer la longueur du côté qui n'est pas donnée dans chacun de ces triangles rectangles.



m et n sont deux nombres entiers, avec m plus grand que n. A partir de ces nombres, on définit trois nombres a, b et c de la manière suivante :
$a = m^2 + n^2$
$b = m^2 - n^2$
$c = 2mn$
Compléter le tableau suivant :

n \ m	2	3	4	5
1	***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**
2		***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**
3			***a* =** ***b* =** ***c* =**	***a* =** ***b* =** ***c* =**
4				***a* =** ***b* =** ***c* =**

Vérifier que l'on retrouve dans ce tableau les longueurs des trois côtés des triangles rectangles étudiés précédemment.
Vérifier que ces trois nombres a, b et c vérifient dans chaque cas l'égalité de Pythagore