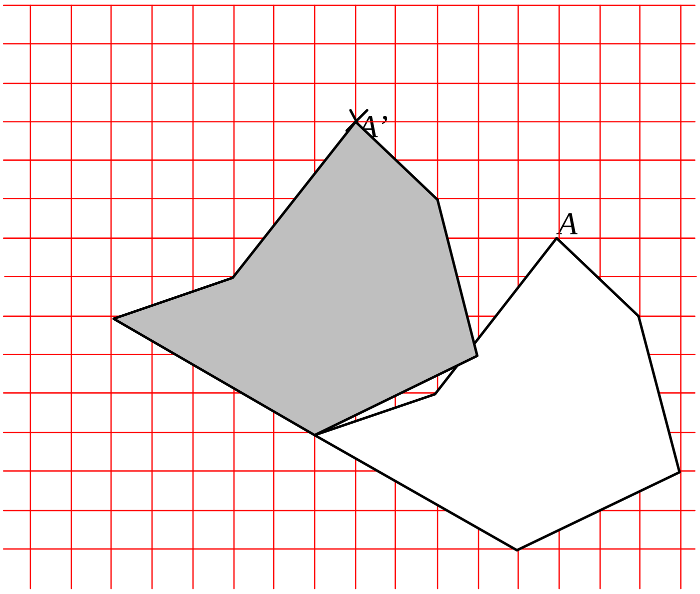
Corrigé du devoir n°27

Exercice 1



Exercice 2

I est le symétrique de A par rapport à B donc $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$. Mais comme ABCD est un parallélogramme, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. K est le symétrique de C par rapport à D donc $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{DC}$.
Conclusion : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{KD}$.
J est le symétrique de B par rapport à C donc $\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{CB}$. Mais comme ABCD est un parallélogramme, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$. L est le symétrique de D par rapport à A donc $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AL}$.
Conclusion : $\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AL}$.

$\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AL}$, donc ALCJ est un parallélogramme et [LJ] et [AC] ont le même milieu O.
$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{KD}$, donc BIDK est un parallélogramme, et [IK] et [BC] ont le même milieu O.
Conclusion : comme [LJ] et [IK] ont le même milieu, IJKL est un parallélogramme.

Exercice 3

Si I est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$; alors $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AC}$, mais aussi $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB}$.
Si J est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$; alors $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BD}$, mais aussi $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{AB}$.
ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
Conclusion : $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CI}$, Donc J, D, C et I sont alignés.

Exercice 4

Si D est le symétrique de A par rapport à B , alors $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DB}$.
Si E est l'image de B par la translation de vecteur AC, alors $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$ et BACE est un parallélogramme ; donc on a aussi $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BA}$.
C'est donc la même translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ qui transforme B en A, D en B, et E en C.
Par conséquent, le triangle ABC est le translaté du triangle BDE par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.