

ORGANISER ET EFFECTUER UN CALCUL

I) POUR COMMENCER

Pour éviter d'alourdir certains calculs avec des parenthèses, les mathématiciens se sont mis d'accord pour adopter des règles de calculs communes.
Nous allons essayer de les retrouver sur des exemples.

Quand il n'y a que des additions :

$$\begin{aligned} A &= 15 + 3 + 5 + 7 \\ A &= 20 + 10 \\ A &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2,5 + 3,6 + 2,4 + 0,5 \\ B &= 3 + 6 \\ B &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 \\ C &= 10 + 10 + 10 + 10 + 5 \\ C &= 45 \end{aligned}$$

Quelle est la règle de calcul (vue en 6^{ème}) illustrée par ces trois exemples ?

.....
.....

Quand il n'y a que des multiplications :

$$\begin{aligned} A &= 3 \times 5 \times 2 \times 4 \\ A &= 12 \times 10 \\ A &= 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2,5 \times 7 \times 2 \\ B &= 5 \times 7 \\ B &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2 \times 8 \times 7 \times 0,5 \\ C &= 1 \times 56 \\ C &= 56 \end{aligned}$$

Quelle est la règle de calcul (vue en 6^{ème}) illustrée par ces trois exemples ?

.....
.....

Les soustractions et les divisions

$$\begin{aligned} 12 - 4 &= \\ 4 - 12 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 27 - 7 &= \\ 7 - 27 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 - 30 &= \\ 30 - 36 &= \end{aligned}$$

Les règles trouvées plus haut sont-elles vraies pour les soustractions ?

$$\begin{aligned} 2 \div 10 &= \\ 10 \div 2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 \div 4 &= \\ 4 \div 100 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \div 2 &= \\ 2 \div 1 &= \end{aligned}$$

Les règles trouvées plus haut sont-elles vraies pour les divisions ?

En fait, « $19 - 7 + 5$ » est une écriture simplifiée de « $(19 - 7) + 5$ » et
« $1 + 2 - 3 + 5 - 4$ » est une écriture simplifiée de « $(((1 + 2) - 3) + 5) - 4$ ».

Quand il y a des additions et des soustractions avec des multiplications :

Quand nous sommes rentrés en classe, le tableau n'avait pas été effacé.
Il restait des calculs qu'avaient effectués les quatrièmes.

$$\begin{aligned} 15 - 2 \times 3 &= 15 - 6 = 9 \\ 10 \times 2 - 5 \times 3 &= 20 - 15 = 5 \\ 4 + 5 \times 3 &= 4 + 15 = 19 \\ 6 \times 3 + 10 &= 18 + 10 = 28 \end{aligned}$$

Quelle est la nouvelle règle de calcul illustrée par ces exemples ?

.....
.....
Cette règle est aussi vraie pour les divisions.

La semaine suivante, on pouvait lire

Si la lettre a désigne le nombre 5, alors

$$3a = 3 \times 5 = 15$$

$$4(a + 3) = 4(5 + 3) = 4 \times 8 = 32$$

$$(6 + 5)(3 + 7) = 11 \times 10 = 110$$

a) Quel est le signe opératoire qui n'est pas toujours écrit ?.....

b) En utilisant cette convention, supprime tous les signes \times inutiles dans les expressions :

$$A = 5 \times a + 6 \times b - 3 =$$

$$B = 3 \times (2 \times a + 4 \times b) =$$

$$C = (2 + a) \times (7 + b) =$$

c) Peut-on effectuer la même simplification dans l'écriture de 7×4 ?

Pourquoi ?

d) Quelle règle peut-on déduire de ces exemples ?

.....
.....

II) CALCULER AVEC DES PARENTHÈSES (et des crochets ...)

Exemples :

$$A = (7 + 4) \times (8 - 2)$$

$$A = 11 \times 6$$

$$A = 66$$

$$B = 5 \times [19 - (8 + 7)]$$

$$B = 5 \times [19 - 15]$$

$$B = 5 \times 4$$

$$B = 20$$

$$C = [[4 \times (6 + 2)] - (6 \times 5)] + 3$$

$$C = [(4 \times 8) - 30] + 3$$

$$C = (32 - 30) + 3$$

$$C = 2 + 3$$

$$C = 5$$

Insister sur les deux types de présentations correctes des calculs.

Aller à la ligne rigoureusement ou arbre à calculs.

Ecrivons la règle de calcul illustrée par ces exemples. Formulation à faire trouver.

Règle 1 : dans une suite de calculs, il faut d'abord effectuer les calculs entre parenthèses. On commence par les parenthèses les plus à l'intérieur.

Prévoir un ou deux calculs avec parenthèses parasites pour mieux apprécier les conventions qui suivent. Le calcul C ci-dessus est déjà convaincant.

III) CALCULER SANS PARENTHÈSES

Règle 2 : s'il n'y a que des additions, on peut faire les opérations dans n'importe quel ordre : le résultat est le même. C'est vrai aussi s'il n'y a que des multiplications. Il faut alors organiser astucieusement les calculs.

Exemples : $3 + 4 + 17 + 36 = 20 + 40 = 60$
 $5 \times 7 \times 6 \times 2 \times 2 = 10 \times 35 \times 2 = 10 \times 70 = 700$

Règle 3 : dans une suite de calculs sans parenthèses, quand il n'y a que des additions et des soustractions, on effectue les calculs dans l'ordre d'écriture, de la gauche vers la droite. C'est vrai aussi s'il n'y a que des multiplications et des divisions.

Exemples :

$$A = 19 - 7 + 5$$

$$A = \quad +$$

$$A =$$

$$B = 1 + 2 - 3 + 5 - 4$$

$$B = \quad -$$

$$B = \quad +$$

$$B = \quad -$$

$$B =$$

$$C = 35 \div 7 \times 4$$

$$C = \quad \times$$

$$C =$$

Règle 4 : dans une suite de calculs sans parenthèses, il faut effectuer les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions. On dit que les multiplications et les divisions sont prioritaires sur les additions et les soustractions.

Exemples : $12 + 3 \times 5 = 12 + 15 = 27$
 $20 - 12 \div 4 = 20 - 3 = 17$
 $2 \times 3 + 6 \times 8 - 4 \times 7 + 9 \times 2 = 6 + 48 - 28 + 18 = 54 - 28 + 18 = 26 + 18 = 44$

Règle 5 : quand il n'y a pas de confusion possible, le signe \times peut être supprimé.

Exemples : $5 \times a$ et $a \times 5$ peuvent s'écrire $5a$
 $3 \times (x + 2)$ et $(x + 2) \times 3$ peuvent s'écrire $3(x + 2)$
 $a \times b$ et $b \times a$ peuvent s'écrire ab
 $k \times (a + b)$ peut s'écrire $k(a + b)$

Règle 6 : pour calculer un quotient, lorsqu'une expression figure au numérateur ou au dénominateur, on commence par calculer cette expression.

Exemples :

$$A = \frac{15 + 9}{2}$$

$$A = \frac{24}{2}$$

$$A = 12$$

$$B = \frac{45}{8 - 3}$$

$$B = \frac{45}{5}$$

$$B = 9$$