

5° : PROPORTIONNALITÉ ET APPLICATIONS

I. PROPORTIONNALITE

1/ DEFINITION

Deux grandeurs x et y sont dites proportionnelles lorsque pour passer de l'une à l'autre on multiplie par un même nombre k (non nul) appelé coefficient de proportionnalité.

2/ SI ON SAIT QU'UN TABLEAU EST DE PROPORTIONNALITE

Dans un tableau de proportionnalité on passe de la quantité x à la quantité y en multipliant par le coefficient de proportionnalité $k = \frac{y}{x}$ (et, inversement, de y à x en multipliant par $\frac{x}{y}$).

On peut ajouter deux colonnes entre elles pour en former une troisième et on peut multiplier une colonne par un nombre pour en former une autre.

De plus, si on considère deux colonnes d'un tableau de proportionnalité, on peut déterminer une quatrième proportionnelle à l'aide de l'égalité des produits en croix.

<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; margin-top: 10px;"> $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4} = \frac{y_5}{x_5} = k$ </div>	<p style="text-align: center;">Détermination d'une quatrième proportionnelle :</p> <table border="1" style="margin: 0 auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">a</td> <td style="padding: 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">c</td> <td style="padding: 5px;">x ?</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">L'égalité des produits en croix donne :</p> $a \times x = c \times b$ <p style="text-align: center;">donc, $x = \frac{c \times b}{a}$</p>	a	b	c	x ?
a	b				
c	x ?				

Enfin, si deux grandeurs sont proportionnelles, elles sont représentées graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.

3/ POUR PROUVER QU'UN TABLEAU EST DE PROPORTIONNALITE

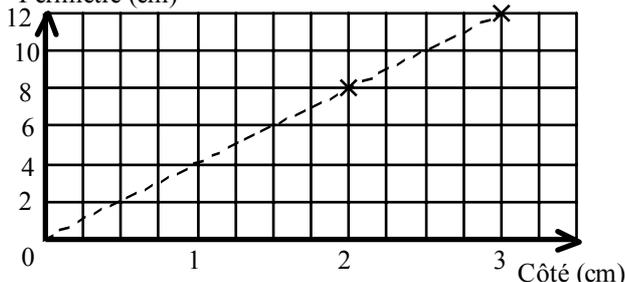
Côté d'un carré (en cm)	2	3
Périmètre (en cm)	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 3 = 12$

1/ $2 \times 4 = 8$ et $3 \times 4 = 12$ donc on passe de la première ligne du tableau à la deuxième en multipliant par un même nombre : 4. C'est un tableau de proportionnalité.

2/ $\frac{8}{2} = 4$ et $\frac{12}{3} = 4$ donc $\frac{8}{2} = \frac{12}{3}$ et le tableau est un tableau de proportionnalité.

3/ $2 \times 12 = 24$ et $8 \times 3 = 24$ donc les produits en croix sont égaux et le tableau est un tableau de proportionnalité.

4/ Périmètre (cm)



Les points sont alignés avec l'origine du repère et les deux grandeurs sont proportionnelles

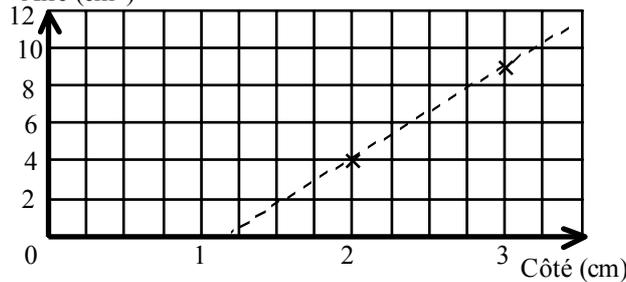
Côté d'un carré (en cm)	2	3
Aire (en cm ²)	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 3 = 9$

1/ $2 \times 2 = 4$ et $3 \times 2 = 6 \neq 9$ donc on ne passe pas de la première ligne du tableau à la deuxième en multipliant par un même nombre. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

2/ $\frac{4}{2} = 2$ et $\frac{9}{3} = 3$ donc $\frac{4}{2} \neq \frac{9}{3}$ et le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

3/ $2 \times 9 = 18$ et $4 \times 3 = 12$ donc les produits en croix ne sont pas égaux et le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

4/ Aire (cm²)



Les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère et les deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

Remarque : l'égalité des produits en croix s'applique aux écritures fractionnaires (soit pour prouver qu'elles sont égales, soit pour compléter une égalité entre deux écritures fractionnaires).

II. APPLICATIONS DE LA PROPORTIONNALITE

Pour des points formant une courbe représentative de l'évolution d'une quantité y en fonction d'une quantité x : l'ordonnée et l'abscisse de chaque point sont respectivement proportionnelles aux quantités y et x .

Pour un diagramme en bâtons, la hauteur de chaque bâton est proportionnelle à la quantité représentée.

Pour un diagramme circulaire ou semi-circulaire, les angles au centre sont proportionnels aux quantités représentées par chaque secteur angulaire.

Pour un diagramme circulaire, le total des quantités est proportionnel à 360° et pour un diagramme semi-circulaire, il est proportionnel à 180° .

Les dimensions d'une figure réalisées à l'échelle sont proportionnelles aux dimensions réelles de cette figure (qu'il s'agisse d'un agrandissement ou d'une réduction).

La quantité par rapport à laquelle s'exprime un pourcentage est proportionnelle à 100.