

PROPORTI ONNALI TÉ

I PROPORTI ONNALI TÉ

1) Définition :

Dans une recette de gâteau, il faut 200 g de farine pour quatre personnes. On peut alors exprimer la quantité de farine en fonction du nombre de personnes à l'aide d'un tableau.

Nombre de Personnes	4	2	8	10	24
Quantité de Farine (en g)	200	100	400	500	1 200

x 50

Pour calculer les quantités de farine, on multiplie les nombres de personnes par 50. On dit que les quantités de farine sont **proportionnelles** aux nombres de personnes.

Définition : deux suites de nombres sont **proportionnelles** si on passe de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre. Ce nombre est alors appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : mouvement uniforme

Durée (en h)	1	2	3,5
Distance (en km)	40	80	140

$$\frac{40}{1} = 40 ; \frac{80}{2} = 40 ; \frac{140}{3,5} = 40$$

Les quotients sont tous égaux donc les distances sont proportionnelles aux durées et le coefficient de proportionnalité est 40 (la vitesse en km/h)

Contre-exemple : taille et âge

Age (ans)	5	15	20
Taille (en cm)	1,08	1,62	1,7

$$\frac{1,08}{5} = 0,216 ; \frac{1,62}{15} = 0,108 ; \frac{1,7}{20} = 0,085$$

Les quotients ne sont pas tous égaux donc les âges ne sont pas proportionnels aux tailles.

2) Calcul d'un quatrième nombre lorsqu'il y a proportionnalité :

Problème : trouver le nombre manquant dans le tableau de proportionnalité suivant :

Quantité de carburant (en litre)	30	42
Prix à payer (en euro)	31,8	x

Deux méthodes :

① Recherche du coefficient de proportionnalité («Ancienne règle de trois ») :

30 L coûtent 31,8 €
donc 1 L coûte $31,8 \div 30 = 1,06$ € (1,06 est le coefficient cherché)

et ainsi 42 L coûtent $42 \times 1,06 = 44,52$ €

② Egalité des produits en croix :

Propriété : dans un tableau de proportionnalité,

a	b
c	d

 les « produits en croix » sont égaux.

C'est-à-dire : $a \times d = b \times c$

$$\begin{aligned} 30 \times x &= 42 \times 31,8 \\ \text{donc } 30 \times x &= 1\,335,6 \\ \text{et ainsi } x &= 1\,335,6 \div 30 = 44,52 \text{ €} \end{aligned}$$

II POURCENTAGES ET ÉCHELLES

1) Pourcentages :

Rappel : pour évaluer « t % d'un nombre », on multiplie ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Règle : calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle à 100.

Exemple : 9 élèves d'une classe de 24 sont demi-pensionnaires.

9	t
24	100

$$24 \times t = 9 \times 100 \text{ d'où } t = \frac{9 \times 100}{24} = \frac{900}{24} = 37,5$$

Donc il y a 37,5 % de demi-pensionnaires dans cette classe.

2) Échelles :

Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles. On appelle « échelle » le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan (les distances étant exprimées dans la même unité).

Exemple : sur une carte on peut lire : « réduction à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$ ». Cela signifie que

1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

$\div 25\,000$	Distance sur le plan (en cm)	1	0,04	40	2	$\times 25\,000$
	Distance réelle (en cm)	25 000	1 000	1 000 000	50 000	

il faut absolument utiliser la même unité