CINQUIEME PARTIE

LA SYMETRIE CENTRALE

SYMETRIQUE D'UN POINT ______________________________ ***120***
FIGURES SYMETRIQUES ________________________________ ***121***
COMPARER LES DEUX SYMETRIES__________________________ ***122***
SYMETRIQUES DES DROITES_____________________________ ***126***
SEGMENTS SYMETRIQUES; LE PARALLELOGRAMME____________ ***128***
CENTRE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE______________________ ***129***
VOCABULAIRE DES ANGLES ______________________________ ***134***
PARALLELES COUPEES PAR UNE SECANTE ___________________ ***136***
ANGLES DANS LES TRIANGLES ___________________________ ***137***
EXERCICES DE DEMONSTRATION__________________________ ***142***
LES ELEMENTS D'UNE PROPRIETE ________________________ ***143***
RECIPROQUE DE LA PROPRIETE DES ANGLES ________________ ***148***

31	Symétrique d'un point

Définitions

Rappel : Le milieu d'un segment est le point de ce segment situé à égale distance des extrémités.

Deux points sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment formé par ces deux points.

Dans ce cas, on parle de symétrie centrale, de centre O.
O est le centre de symétrie.

Construction

O est le centre de symétrie, et on veut placer le symétrique B d'un point A donné.

Avec la règle graduée :

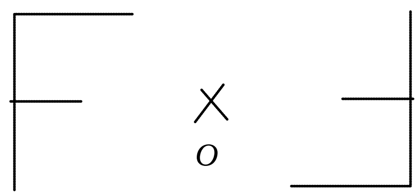
Tracer la demi-droite [AO) et mesurer AO.
Placer B sur [AO) tel que OB = AO.

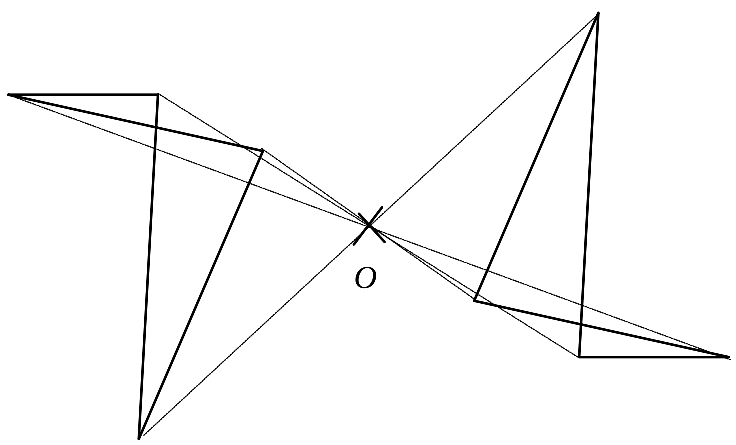
Avec le compas et la règle :

Tracer le cercle de centre O passant par A.
Tracer la droite (AO); elle recoupe le cercle en B.
(Cette méthode évite d'avoir à mesurer)

32	Figures symétriques

La figure symétrique d'une figure donnée s'obtient en construisant le symétrique de chacun des points de la figure initiale.
On verra par la suite comment on peut tracer rapidement les symétriques de certaines figures de base; on se contente ici de constater ce qui se passe lorsque l'on trace un grand nombre de points symétriques.
C'est ce que l'on appelle une construction point par point.





On constate que la figure symétrique obtenue est identique à la figure initiale, mais a tourné autour du point O, le centre de symétrie.

On peut donc retenir que la symétrie centrale consiste à faire tourner d'un demi-tour autour du centre de symétrie.

33	Comparer les deux symétries

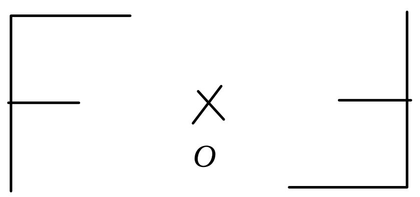
On a étudié la symétrie axiale en classe de sixième, et on aborde ici la symétrie centrale. Il est nécessaire de bien voir tout de suite en quoi elles se ressemblent et pourquoi elles sont différentes.

La symétrie axiale est définie par rapport à une droite.(l'axe de symétrie)
La symétrie centrale est définie par rapport à un point (le centre de symétrie).

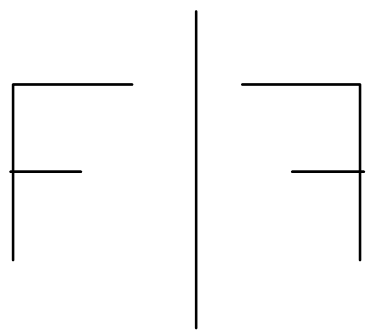
Dans les deux cas, la figure symétrique est identique (superposable) à la figure initiale. C'est à dire que ces deux symétries ne déforment pas les figures. Elles gardent la forme, et donc toutes les dimensions mesurables (les longueurs, les angles et les aires).
On dit que les symétries conservent les mesures.
C'est d'ailleurs l'origine même du mot symétrie qui signifie : même mesure.

En revanche, ce qui est différent, c'est la disposition de la figure symétrique par rapport à la figure initiale.
Dans une symétrie axiale, on effectue un pliage le long de l'axe : la droite et la gauche sont inversées, alors que haut et bas sont conservés.
Dans une symétrie centrale, on tourne autour du centre : la droite et la gauche sont conservées, alors que haut et bas sont inversés.

Symétrie centrale



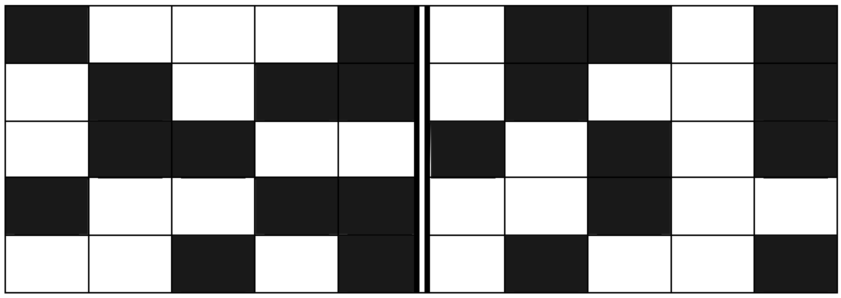
Symétrie axiale



EXERCICES

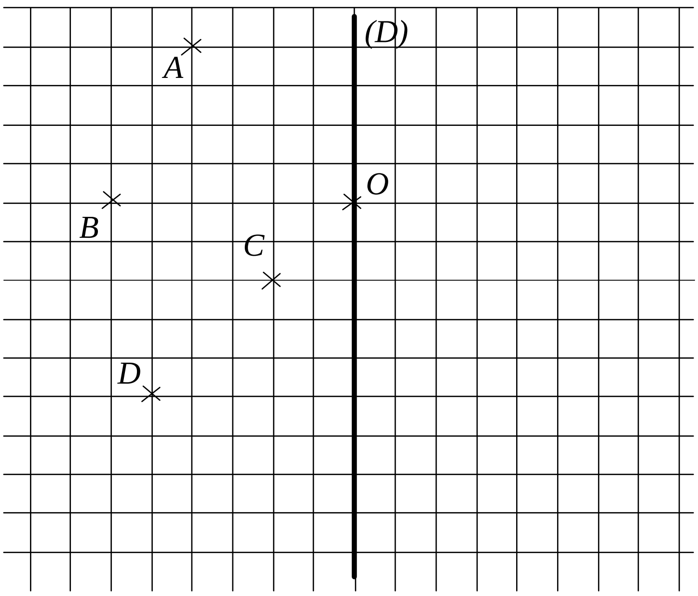
Exercice 1

Imaginez que le rectangle ci-dessous est en papier calque. Si on le plie le long du double trait, combien de cases transparentes restera-t-il?



Exercice 2

Reproduire le dessin suivant et construire les symétriques des points A, B, C et D par rapport à (D); puis les symétriques des points A, B, C et D par rapport au point O.



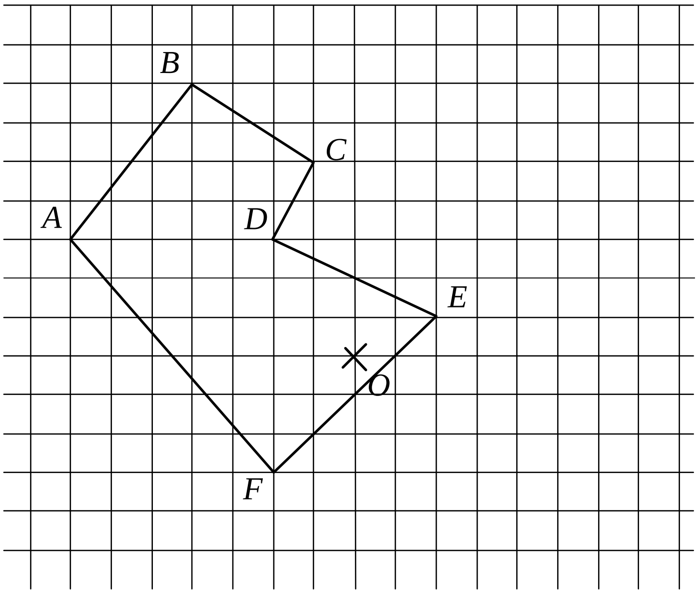
Exercice 3

Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (D) et par rapport au point O. Indiquer la nature de O et de (D), puis les placer sur le dessin.

Exercice 4

Construire deux droites (d) et (d') se coupant en O en faisant un angle de 60°.
Placer un point M non situé sur (d) ou sur (d').
Construire le point N, symétrique de M par rapport à (d), puis le point P, symétrique de N par rapport à (d').
Comparer les longueurs OM et OP. Que peut-on en conclure pour les points M, O et P?

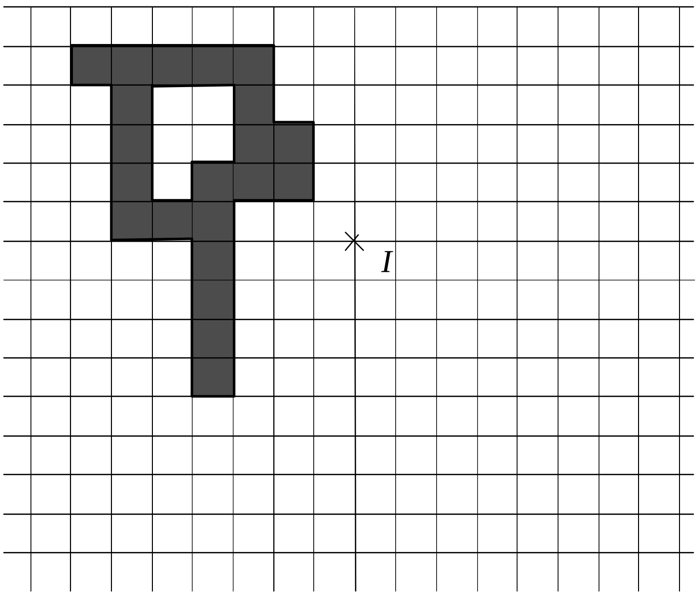
Exercice 5



Reproduire le dessin ci-contre puis construire les symétriques des six points A, B, C, D, E, et F par rapport à O.

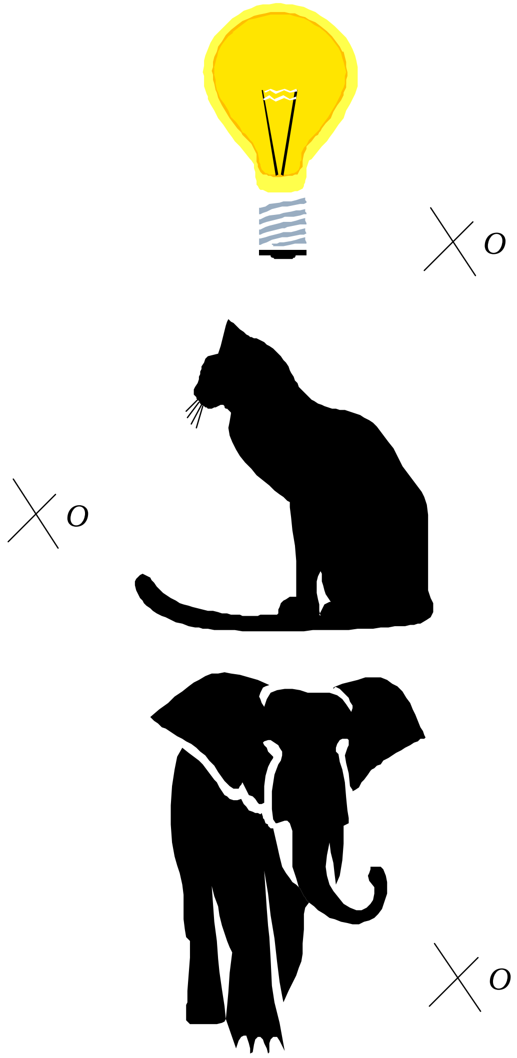
Exercice 6

Reproduire le dessin ci-dessous sur papier quadrillé, puis construire le symétrique par rapport à I de la zone sombre :



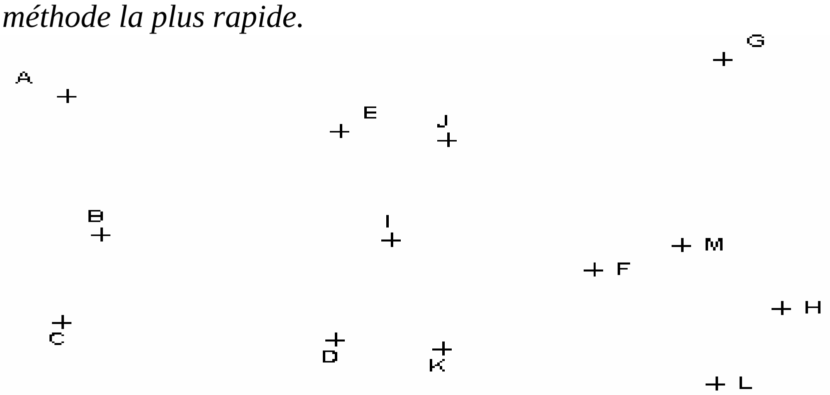
Exercice 7

Sur une feuille de papier calque posée sur cette page, tracer à main levée les symétriques par rapport à O de chacun des dessins suivants; puis vérifier l'exactitude des dessins en faisant pivoter le calque d'un demi tour autour du point O.



Exercice 8

Sur la figure ci-dessous, retrouver les paires de points symétriques par rapport à I, en expliquant la méthode la plus rapide.

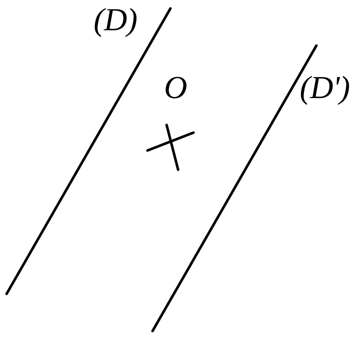


34	Symétriques des droites

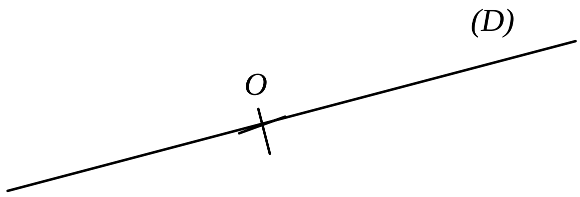
Propriété : La symétrie conserve l'alignement.

C'est à dire que lorsque des points sont alignés, leurs symétriques sont également alignés. On dit aussi :
L'image d'une droite par une symétrie est une droite.
Cette propriété découle du constat que l'on a fait que la symétrie ne déformait pas les figures.

Propriété : Deux droites symétriques sont parallèles ou confondues.



En général, (D) et sa symétrique (D') sont parallèles



Elles sont confondues si le centre de symétrie est situé sur la droite

Propriété : La symétrie conserve le parallélisme.

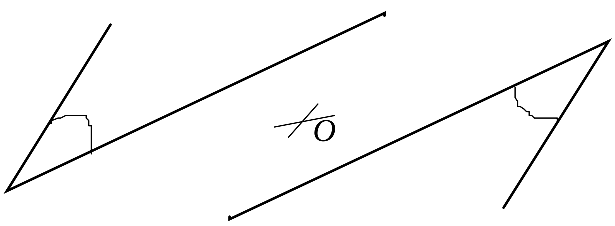
C'est à dire que lorsque des droites sont parallèles, leurs symétriques sont également parallèles.

Propriété :La symétrique d'une demi-droite est une demi-droite parallèle dont l'origine est le symétrique de l'origine de la demi-droite initiale.

Propriété :Le symétrique d'un angle est un angle dont le sommet est le symétrique du sommet de l'angle initial, et dont les côtés sont parallèles aux côtés de l'angle initial..

Propriété : La symétrie conserve les angles.

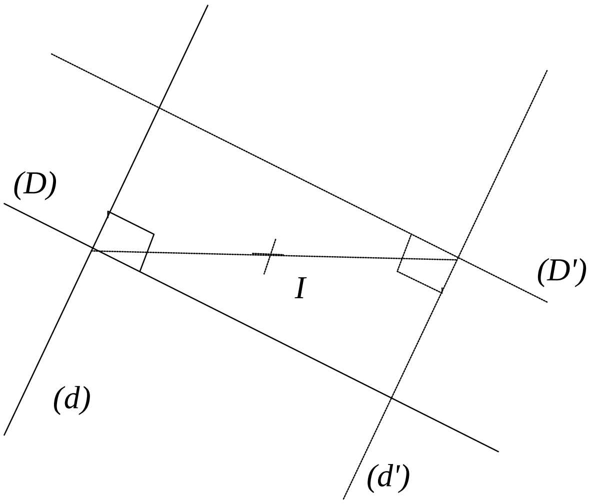
C'est à dire que des angles symétriques sont égaux.



conséquence :

<u>Propriété</u> *: La symétrie conserve l'orthogonalité.*

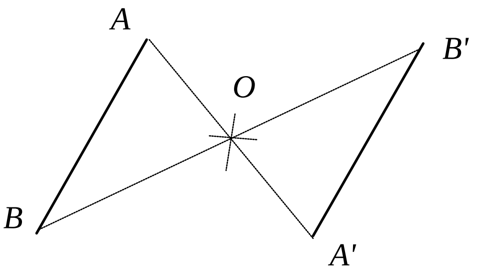
C'est à dire que lorsque des droites sont perpendiculaires, leurs symétriques sont également perpendiculaires.



(D) ^ (d);
(D') symétrique de (D) par rapport à I
(d') symétrique de (d) par rapport à I.
Donc (D') ^ (d').

35 Segments symétriques; le parallélogramme

Le symétrique d'un segment est le segment dont les extrémités sont les symétriques du segment initial.



A' est le symétrique de A et B' est le symétrique de B,
donc [A'B'] est le symétrique de [AB].

Dès que l'on trace le symétrique d'un segment, on voit apparaître deux autres segments symétriques. Sur la figure ci-dessus, [A'B'] est le symétrique de [AB], mais on a également deux autres segments symétriques : [AB'] et [A'B]. La figure ainsi formée par ces quatre points A, B , A' et B' est donc un quadrilatère dont les côtés sont des segments symétriques, c'est à dire des parties de droites symétriques donc parallèles.
Ce quadrilatère ayant ses côtés parallèles deux à deux, c'est un parallélogramme.

On peut donc donner une nouvelle définition du parallélogramme :

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a un centre de symétrie.

Cette définition ne vient pas annuler la première définition donnée en sixième, mais en présente un autre aspect.

Une autre manière de dire que les segments sont symétriques par rapport au même point consiste à rappeler que ce point est le milieu des segments formés par deux points symétriques. Ces segments sont les diagonales du parallélogramme. La définition donnée ci-dessus peut donc s'énoncer d'une manière équivalente :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.

36 Centre de symétrie d'une figure

<u>Définition</u> : Lorsqu'une figure se superpose avec sa symétrique par rapport à un point O, on dit que O est le centre de symétrie de la figure.

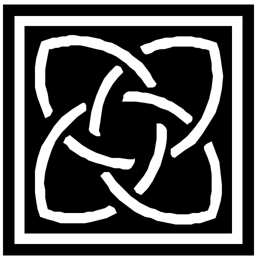
Quelques figures simples ont un centre de symétrie bien connu :

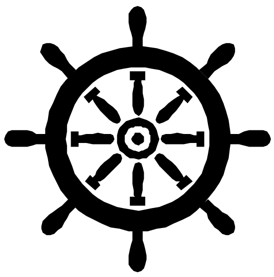
- *Le milieu d'un segment est le centre de symétrie de ce segment;*
- *Le centre d'un cercle ou d'un disque est centre de symétrie.*
- *Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est centre de symétrie.*

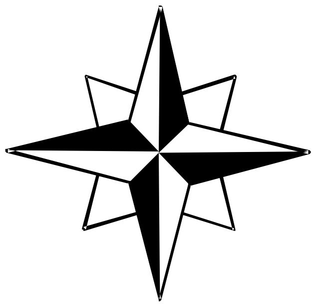
- *Pour une droite, il y a une infinité de centres de symétrie, et c'est le seul cas où cela se produit. En effet, la droite étant illimitée, chaque point de la droite est un centre de symétrie.*

En revanche, une figure simple comme le triangle n'a pas de centre de symétrie.

Mais bien d'autres figures plus complexes ont un centre de symétrie. Par exemple :

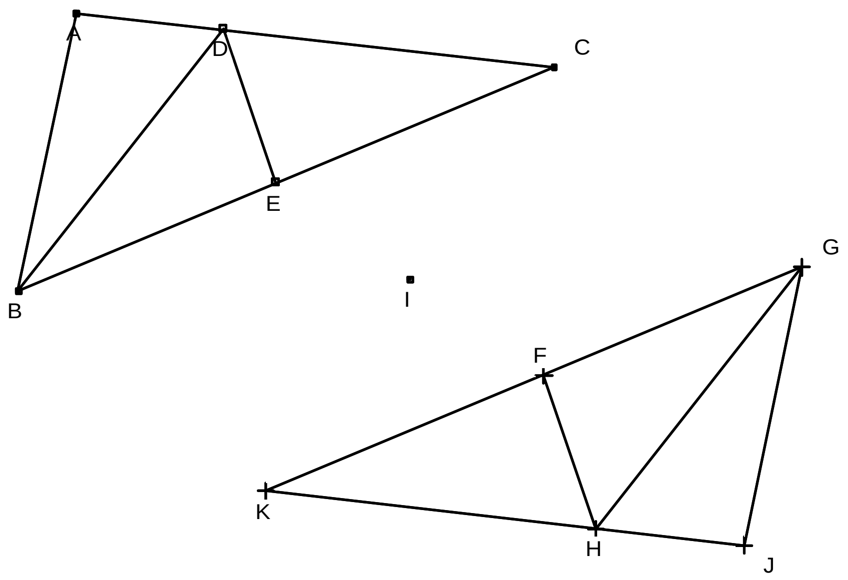






EXERCICES

Exercice 1



Les deux figures sont symétriques par rapport à I.

- *Compléter les phrases suivantes :*

Le symétrique du point A est ……
Le symétrique du point B est ……
Le symétrique du point C est ……
Le symétrique du point D est ……
Le symétrique du point K est ……

- *Écrire cinq égalités de longueurs.*
- *Écrire cinq égalités d'angles.*
- *Citer les paires de droites parallèles.*
- *Que peut-on dire de F si on sait que E est le milieu de [BC]?*

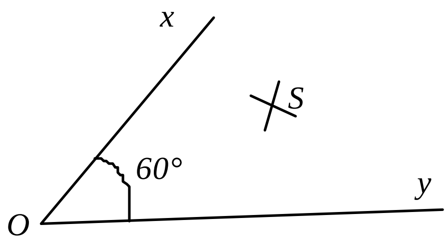
Exercice 2

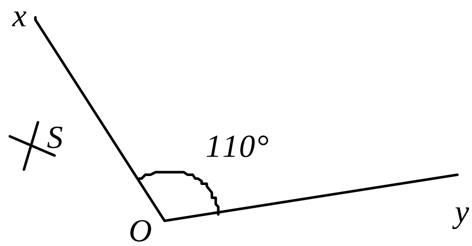
Tracer un segment [AB] de 6 cm.
On appelle [A'B'] le symétrique de [AB] par rapport à un point S. Construire [A'B'] dans chacun des cas suivants :

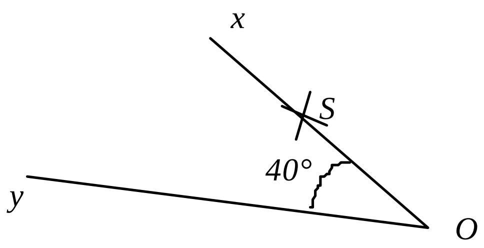
- *S, A et B ne sont pas alignés.*
- *S est un point de [AB] avec SA ¹ SB.*
- *S est le milieu de [AB]*
- *S est aligné avec A et B mais n'est pas un point de [AB]*

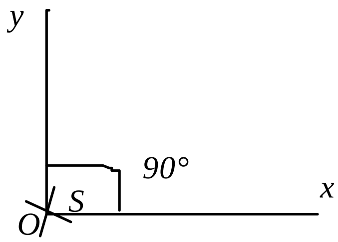
Exercice 3

Les angles sont ici dessinés à main levée et S est placé à main levée. Reproduire la figure exacte en respectant à peu près la position de S, puis construire le symétrique de l'angle par rapport à S.



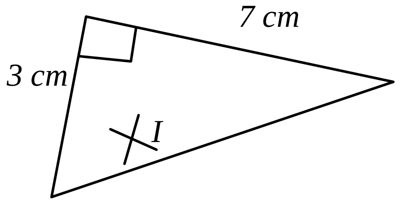


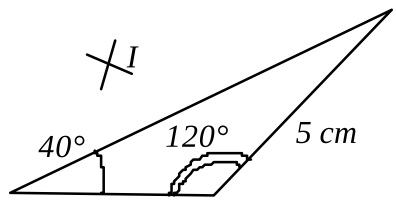


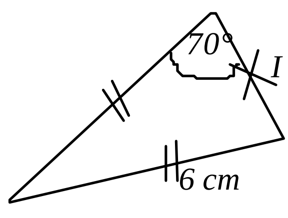


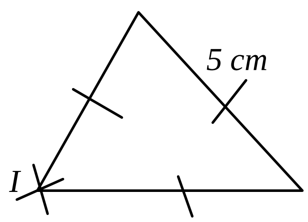
Exercice 4

Les figures suivantes ont été tracées à main levée. Reproduire la figure exacte avec les instruments en respectant à peu près la position du point I, et construire le symétrique du triangle par rapport à I.







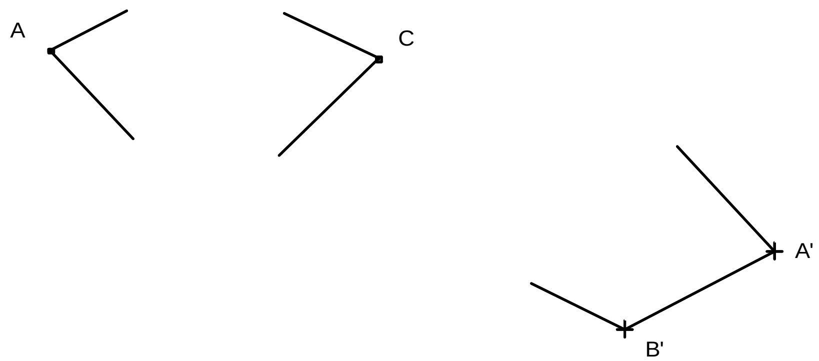


Exercice 5

Tracer deux droites parallèles (D) et (D'). Où doit-on placer le point I pour que les deux droites soient symétriques par rapport à I? Y a-t-il plusieurs possibilités?
Tracer deux demi- droites parallèles [Ox) et [O'x'). Où doit-on placer le point I pour que les deux demi-droites soient symétriques par rapport à I? Y a-t-il plusieurs possibilités?

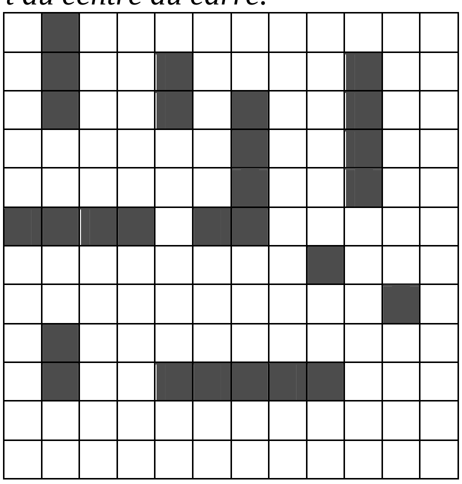
Exercice 6

Sur la figure ci-dessous, on avait tracé un quadrilatère ABCD et son symétrique A'B'C'D' par rapport à un point O.
Une partie de la figure a été effacée.
Reconstituer l'ensemble de la figure en se servant uniquement de la règle non graduée. Expliquer la construction. Y a-t-il plusieurs possibilités?



Exercice 7

Compléter le quadrillage suivant en noircissant le plus petit nombre de cases pour obtenir un dessin symétrique par rapport au centre du carré.



Exercice 8

Tracer un cercle de centre I et placer trois points A, B et C sur ce cercle.
Tracer A'B'C', le symétrique de ABC par rapport à I.
Quel est le centre du cercle circonscrit à A'B'C'?

Exercice 9

Retrouver, pour chaque dessin les axes de symétrie et le centre de symétrie, lorsqu'ils existent.

37	Vocabulaire des angles

Rappelons le sens d'un certain nombre de termes utilisés à propos des angles.

***<u>Pour un angle seul</u>**, on dit qu'il est :*

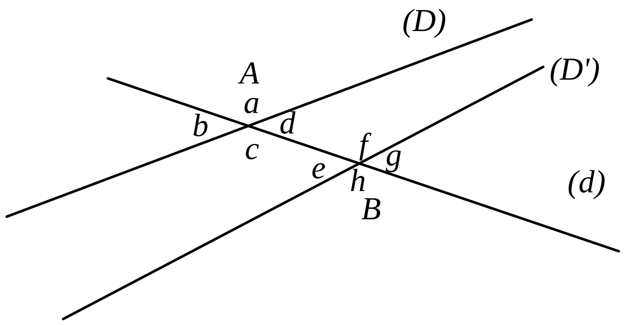
- *<u>Droit</u> lorsqu'il mesure 90°*
- *<u>Plat</u> lorsqu'il mesure 180°*
- *<u>Aigu</u> lorsqu'il est plus petit qu'un angle droit. (moins de 90°)*
- *<u>Obtus</u> lorsqu'il est compris entre un droit et un plat. (entre 90° et 180°)*

***<u>Pour une paire d'angles</u>**, on dit qu'ils sont :*

- *<u>Opposés</u> (par le sommet) lorsque leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.*
- *<u>Adjacents</u> s'ils ont un côté commun et seulement cela.*
- *<u>Complémentaires</u> si leur somme vaut un angle droit*
- *<u>Supplémentaires</u> si leur somme vaut un angle plat.*

Angles formés par deux droites coupées par une sécante.

Les deux droites (D) et (D') sont coupées par la même droite (d).



Aux points d'intersection A et B de ces droites apparaissent deux fois quatre angles qui sont désignés par les lettres a, b, c, d, e, f, g, et h.

*Un angle peut être situé à l'intérieur de la partie délimitée par les deux droites (D) et (D'). On dit que cet angle est un angle **<u>interne.</u>** C'est ici le cas des angles c, d, e et f*

*Au contraire, si l'angle est situé à l'extérieur de la partie délimitée par les deux droites (D) et (D'), on dit alors que cet angle est un angle **<u>externe</u>**. C'est le cas ici des angles a, b, g et h.*

Si l'on considère deux angles et leur position par rapport à la sécante (d), il y a deux situations possibles :
Soit ils sont du même côté. (par exemple : e et c)
*Soit ils sont de part et d'autre de (d); on dit alors qu'ils sont **<u>alternes</u>**. (par exemple a et h ou encore f et c).*

Notre but ici est de mettre au point du vocabulaire permettant de qualifier <u>deux angles</u> dont <u>un est en A et l'autre en B</u>. Il faudra pour cela tenir compte à la fois, de leur position par *rapport aux deux droites (D) et (D'), d'une part, et de leur position par rapport à la sécante (d). Il y a donc deux éléments qui sont pris en compte.*

On pourrait donner un nom à chacune des situations possibles, mais pour simplifier on se contentera de retenir deux cas utiles pour la suite de notre étude.

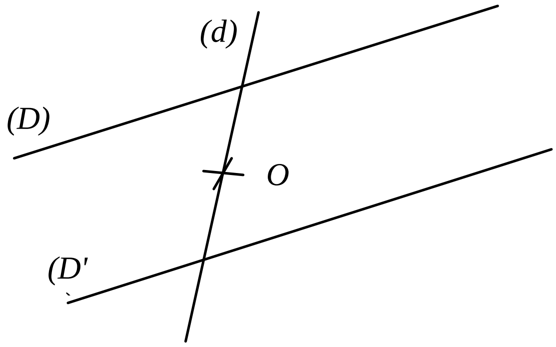
Définitions :
Deux angles qui sont à la fois alternes et internes sont appelés des angles ***alternes-internes.***
Deux angles qui sont du même côté de la sécante, et qui sont l'un interne, l'autre externe, sont appelés des angles ***correspondants****.*

Par exemple sur la figure précédente, voici des paires d'angles :
- *Alternes-internes : d et e; c et f*
- *Correspondants : a et f; b et e; c et h; d et g.*

38	Parallèles coupées par une sécante

Figure formée par deux droites symétriques.

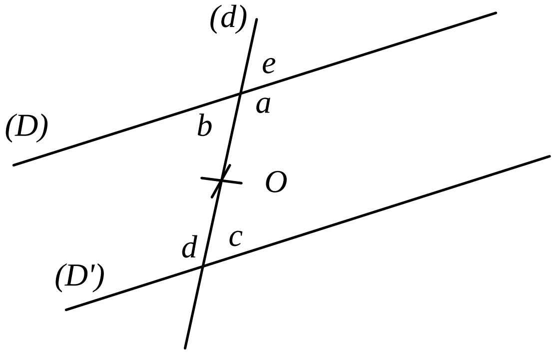
Soit (D) une droite et O un point extérieur à cette droite. On appelle (D') la symétrique de (D) par rapport à O.



On sait que deux droites symétriques sont parallèles.
Par le point O, on trace une droite (d) qui coupe les deux droites (D) et (D'). le point O est aussi centre de symétrie de cette droite (d).
La figure ainsi formée par ces trois droites avec ce point O est symétrique par rapport au point O. (le point O est centre de symétrie de la figure)

Propriété des angles

En raison de cette symétrie par rapport à O, les angles a et d d'une part, et b et c d'autre part, étant symétriques, sont égaux.



D'autre part, les angles b et e sont opposés par les sommet, donc égaux. e est égal à b, qui est lui-même égal à c; donc les angles e et c sont égaux.

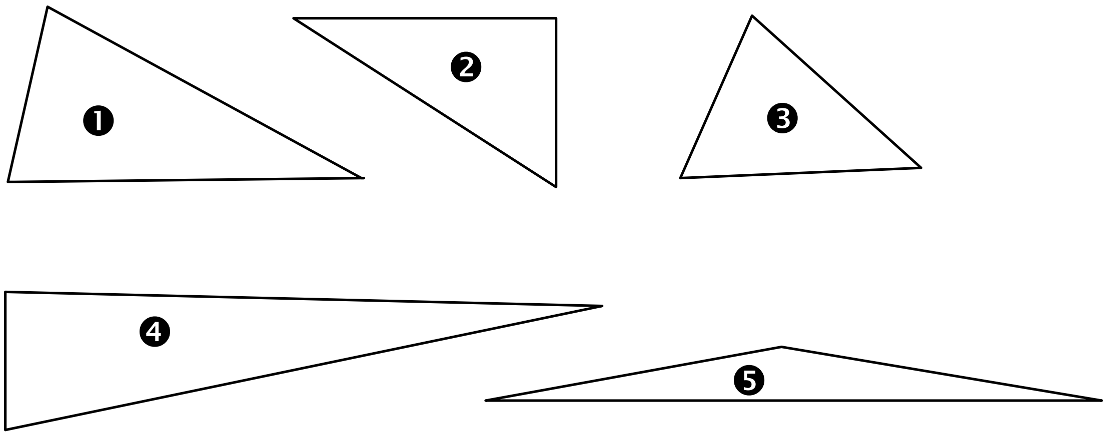
Conclusion :

Propriété : Si les deux droites sont parallèles, les angles alternes-internes et les angles correspondants sont égaux.

39	Angles dans les triangles

Une propriété importante des triangles a déjà été aperçue en diverses occasions sans qu'elle ne soit ni développée, ni prouvée. C'est la propriété de la somme des angles dans un triangle à laquelle nous allons ici nous intéresser.

Pour les cinq triangles dessinés ci-dessous, nous allons mesurer chacun des trois angles et en calculer ensuite la somme. Le but est de trouver un résultat qui soit commun à ces cinq triangles.



Mesurer

Compléter le tableau suivant :

Triangle n°	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
1er angle					
2ème angle					
3ème angle					
Somme des trois angles					

Constater; conjecturer

On trouve des sommes qui sont toutes très proches de 180° (soit un peu plus, soit un peu moins, soit exactement 180°). On donc en droit de penser que la somme des angles dans un triangle a de fortes chances d'être égale à 180°.
*C'est ce que l'on appelle une **conjecture**. C'est à dire une propriété éventuelle qui n'est encore qu'au stade de la constatation sans preuve, sur un nombre limité de cas.*

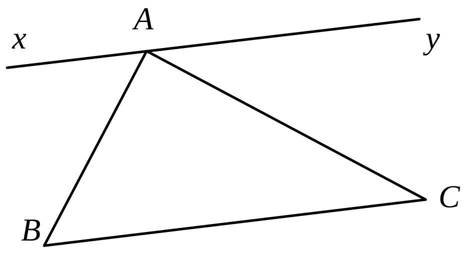
Mise en doute

Les résultats obtenus par la mesure des angles ne sont souvent que des valeurs arrondies, et les sommes obtenues ne sont qu'approximativement égales à 180°. pour que notre conjecture devienne une propriété, il faudra trouver des arguments irréfutables. C'est le but de la démonstration qui suit.

Démontrer

Il s'agit donc maintenant de trouver des arguments qui ne puissent pas être mis en doute, en particulier qui ne dépendent pas d'un usage plus ou moins précis d'un instrument de mesure (le rapporteur ici). Qui ne dépendent pas non plus de la forme du triangle étudié, de sorte que la propriété démontrée sera valable pour tous les triangles.

Plaçons-nous dans un triangle quelconque que l'on nomme ABC.
Par le point A, on trace (xy), la parallèle à (BC).



Les angles $\widehat{xAB}$ *et* $\widehat{ABC}$*, d'une part, et* $\widehat{yAC}$ *et* $\widehat{ACB}$ *d'autre part, sont des angles alternes-internes par rapport aux droites parallèles (xy) et (BC), coupées par les sécantes (AB) et (AC). Ces angles sont donc deux à deux égaux.*

Pour calculer la somme des angles du triangle ABC, on peut donc remplacer $\widehat{ABC}$ *par* $\widehat{xAB}$ *et* $\widehat{ACB}$ *par* $\widehat{yAC}$*. La somme est donc égale à :* $\widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{yAC}$ *soit* $\widehat{xAy}$*. Or cet angle est un angle plat,* ***donc la somme est égale à 180°.***

Énoncer

Ainsi démontrée, la propriété peut être énoncée dans sa forme générale :

Propriété : Dans tout triangle, la somme des angles est égale à 180°.

Utiliser la propriété

Dans l'énoncé de cette propriété, le triangle évoqué est quelconque; cette propriété est maintenant utilisable dans n'importe quel triangle. Voyons-en un exemple.

Puisque l'on connaît la somme des trois angles, il suffit de connaître deux de ces angles pour pouvoir calculer le troisième.

Soit un triangle MNP tel que $\widehat{M} = 57°$ *et* $\widehat{N} = 39°$.

La propriété des angles peut s'écrire ici : $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180°$ *. Pour calculer* $\widehat{P}$ *:*

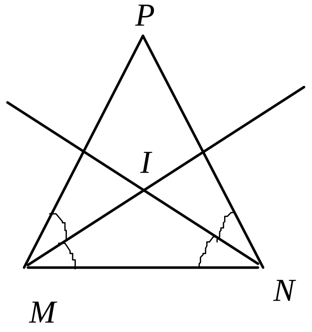
$\widehat{P} = 180° - (\widehat{M} + \widehat{N}) = 180 - (57 + 39) = 180 - 96 = 84°.$

EXERCICES

Exercice 1

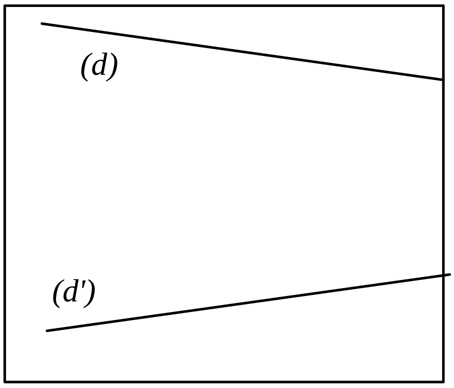
MNP est un triangle équilatéral. Les bissectrices des angles M et N se coupent en I.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MIN}$.



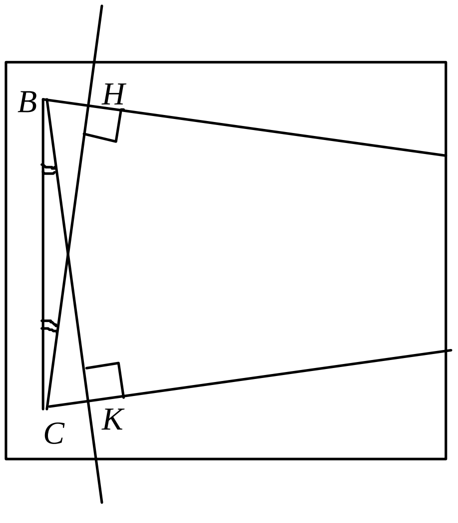
Exercice 2

Les droites (d) et (d') se coupent au point A en dehors de la feuille. En utilisant uniquement le rapporteur, que peut-on mesurer qui permettra de connaître la mesure de l'angle en A?



Exercice 3

Les droites (BH) et (CK) se coupent en A.
Que peut-on dire du triangle ABC d'après les indications portées sur la figure?

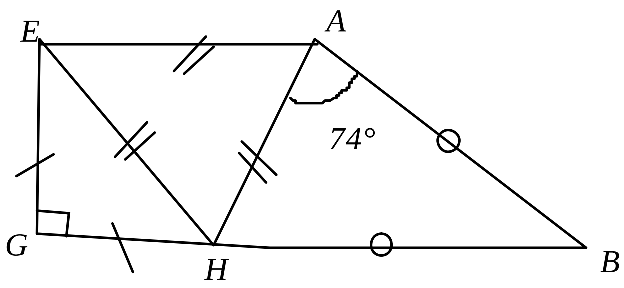


Exercice 4

Construire la figure ci-contre en respectant les données qui y sont codées.

1.Que croit-on pouvoir dire des points G, H et B?

2.Calculer l'angle $\widehat{GHB}$. Conclure.



Exercice 5

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A, avec $\widehat{BAC}$ = 64°.

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe (AC) en D.

La bissectrice de l'angle $\widehat{BDA}$ coupe (AB) en E.

La bissectrice de l'angle $\widehat{DEA}$ coupe (AC) en F.

1.Montrer que les droites (DB) et (EF) ne sont pas parallèles

2.Peut-on trouver une valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ pour que les droites (DB) et (EF) soient parallèles?

Exercice 6

Compléter le texte de l'énoncé suivant en remplaçant correctement les pointillés par les trois nombres : 80, 68 et 112

Énoncé : Tracer un triangle ABC tel que AB = …… mm, $\widehat{BAC}$ = …… ° et $\widehat{ABC}$ = …… °
Faire ensuite la construction et calculer l'angle manquant, puis le vérifier avec le rapporteur.

Exercice 7

1. *Un triangle isocèle a un angle de 50°. Calculer les deux autres angles.*
2. *Un triangle isocèle a un angle de 100°. Calculer les deux autres angles.*

Exercice 8

Une seule de ces deux phrases est vraie. Laquelle et pourquoi?

1. *Si un triangle isocèle a un angle de 45°, alors il est rectangle.*
2. *Si un triangle rectangle a un angle de 45°, alors il est isocèle.*

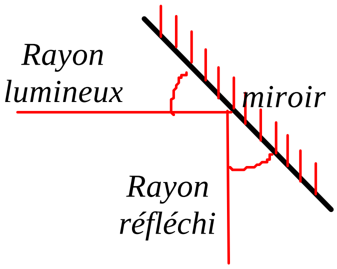
Exercice 9

ABC est un rectangle et isocèle en A. Les bissectrices des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ se coupent en I.
La droite (BI) coupe [AC] en M.
Que calcule-t-on lorsque l'on effectue chacun des calculs suivants?

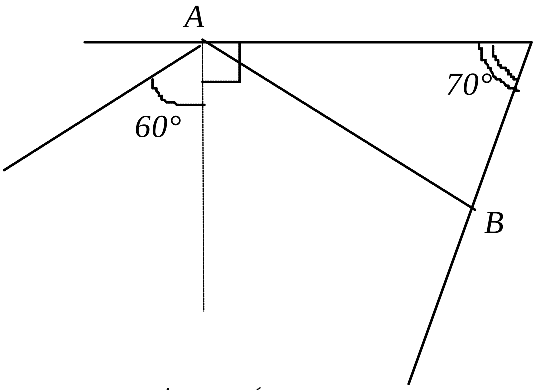
45 : 2 = 22,5	*180 - 22,5 ´ 2 = 135*
180 - (22,5 + 45)	*180 - (112,5 + 22,5)*

Exercice 10

Lorsqu'un rayon lumineux se réfléchit sur la surface d'un miroir, les angles sont égaux.

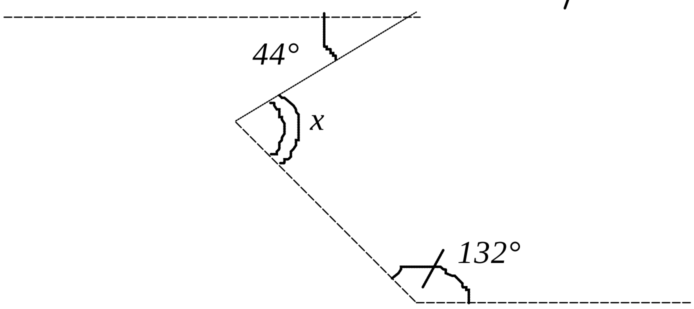


On place deux miroirs qui forment un angle de 70°. Un rayon lumineux frappe en A le miroir 1, se réfléchit et frappe en B le miroir 2.
Tracer le rayon réfléchi par le miroir 2.
Refaire le dessin dans le cas où l'angle formé par les miroirs est 90°. Dans ce cas, que peut-on dire du rayon qui frappe le miroir 1 et du rayon réfléchi par le miroir 2?



Exercice 11

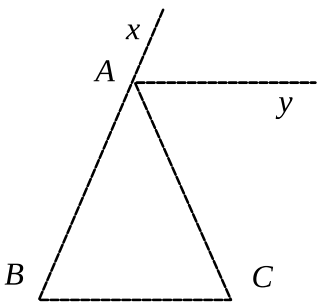
Calculer la valeur de x pour que les droites en pointillé soient parallèles.



Exercice 12

Sachant que l'on appelle t l'angle $\widehat{ACB}$, que AB = AC et que [Ay) est la bissectrice de $\widehat{xAC}$, exprimer en fonction de t les angles : $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAx}$ et $\widehat{CAy}$.

Que peut-on en déduire?



40	Exercices de démonstration

Nous allons ici insister sur les différentes étapes à suivre pour mener à bien un exercice de démonstration.
Dans les énoncés des exercices, on rencontre des verbes différents qui entraînent des réponses de types différents.

- *Mesurer : fait appel aux simples instruments de mesure, la règle ou le rapporteur. l'exactitude de la réponse dépend alors de la précision de la mesure.*
- *Vérifier : Pour un résultat donné dans l'énoncé, il faut, par une observation ou des mesures ne demandant souvent pas d'explication, retrouver la même valeur ou la même situation.*
- *Montrer, démontrer, justifier : ces trois consignes ont à peu près le même sens, et demandent un tout autre type de travail que nous étudions maintenant.*

Lorsque nous avons établi la propriété des angles dans un triangle, nous avons procédé à un travail en plusieurs étapes :

- *Observation et recherche sur des exemples comparables.*
- *Conjecture : quel est le résultat qui semble revenir dans chaque cas.*
- *Démontrer : apporter la preuve que cette conjecture est vraie; c'est à dire trouver une suite d'arguments logiques qui nous mènent à ce résultat. Les arguments sont d'autres propriétés connues ou des définitions.*

*Ce type de démonstration sert à établir la vérité de propriétés qui ont un caractère général. Par exemple, la propriété de la somme des angles est valable dans **tous les triangles.***

Un deuxième type de démonstration est l'exercice d'application. Cette propriété étant valable dans tous les triangles, on pourra l'utiliser dans chaque nouveau triangle qui se présentera; et parce que l'on sait que cette propriété est vraie, on aura démontré le résultat espéré dans le triangle particulier de l'exercice.

Par exemple pour l'énoncé suivant :
Un triangle a deux angles qui mesurent 52° et 67° . Démontrer que le troisième angle mesure 61°.
La propriété des angles dans un triangle permet de dire que dans ce triangle :
La somme des trois angles est égale à 180°. Si on nomme $\hat{a}, \hat{b}$ et $\hat{c}$ les trois angles, on écrit :
$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180$.
Mais on sait que deux angles sont égaux à 52° et 67°. On peut donc remplacer :
$52 + 67 + \hat{c} = 180$, d'où : $119 + \hat{c} = 180$, et $\hat{c} = 180 - 119 = 61°$

Il y a deux types de travail de démonstration :
Démonstration des propriétés : des exemples donnent l'idée d'une règle générale.
Application des propriétés : la règle générale est utilisée pour un cas particulier.

41	Les éléments d'une propriété

Une propriété est une phrase qui relie une situation clairement définie à un résultat propre à cette situation.
Elle est donc toujours composée de deux parties auxquelles on a donné des noms dont le sens en mathématique est précis :
*Les **hypothèses** sont les conditions qui sont nécessaires à la réalisation de la propriété.*
*La **conclusion** est le résultat remarquable qui découle de cette situation.*

Prenons par exemple la propriété fort connue :
Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment .
Les hypothèses décrivent la situation : il faut un segment, sa médiatrice et un point sur la médiatrice.
La conclusion indique un résultat qui découle de cette situation : deux segments ont la même longueur.

En général, toutes les propriétés peuvent être écrites en deux parties :
les hypothèses : si ……
la conclusion : alors ……

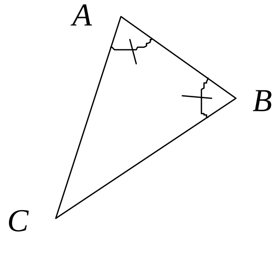
Parfois les propriétés sont présentées dans un style légèrement différent, et les mots si et alors sont sous-entendus.
Par exemple, la phrase : "La somme des angles d'un triangle est égale à 180°" peut être écrite sous la forme : "Si une figure est un triangle, alors la somme de ses trois angles est égale à 180°"

Les trois présentations d'une propriété :

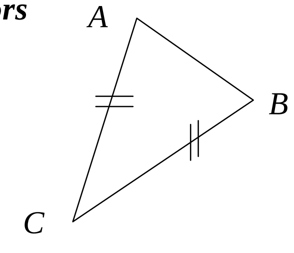
Si l'on établit des propriétés, c'est pour pouvoir les utiliser dans des problèmes. Il faut donc qu'elles soient disponibles à l'esprit lorsque l'on traite des exercices.
Les apprendre par cœur est bien sûr nécessaire mais n'est pas toujours suffisant pour les retenir et surtout pour voir dans quels cas on va pouvoir les utiliser.
C'est pourquoi on associera toujours aux propriétés nouvelles écrites avec des phrases, deux autres présentations qui permettent de visualiser leur utilisation.

Exemple :
Énoncé : Si un triangle a deux angles égaux, alors il a deux côtés de même longueur.
Les deux autres manières sont des illustrations qui reprennent cet énoncé, mais dans le cas d'un triangle qui a un nom :

Si

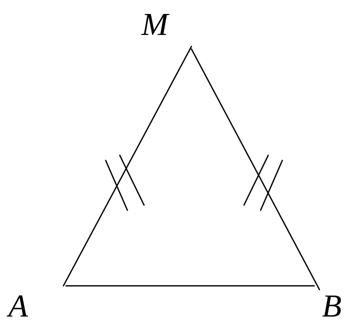
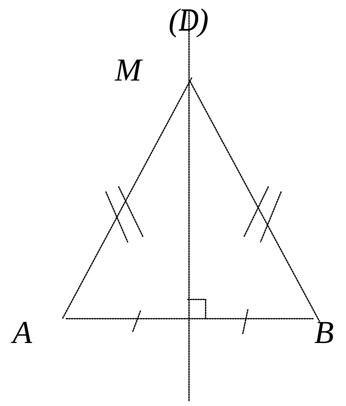


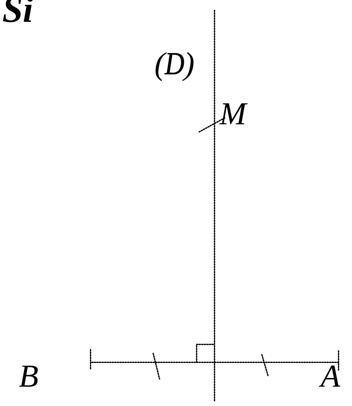
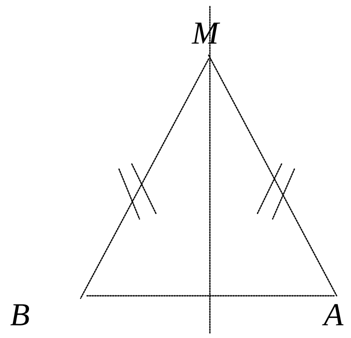
Alors

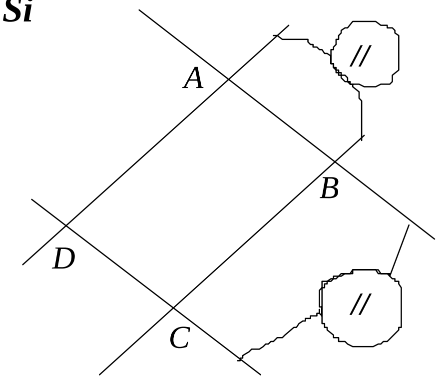
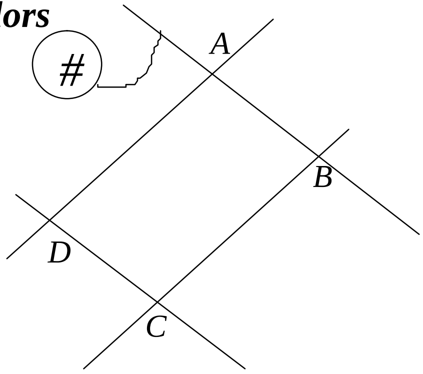


Hypothèses
$\widehat{CAB} = \widehat{ABC}$
Conclusion
$AC = BC$

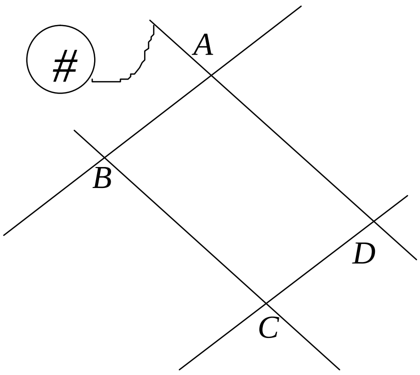
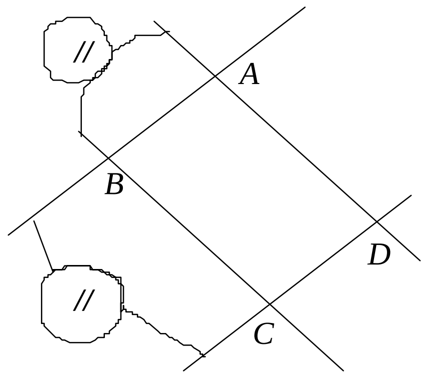
Voici quelques exemples concernant des propriétés déjà rencontrées :

Énoncé de la propriété	***Si*** *un point est équidistant des extrémités d'un segment,* ***alors*** *il est sur la médiatrice de ce segment.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 
Hypothèses et conclusion	***Hypothèses*** • *MA = MB* • *(D) médiatrice de [AB]*	***Conclusion*** • *M Î (D)*

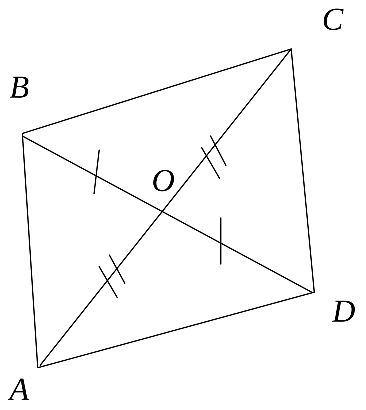
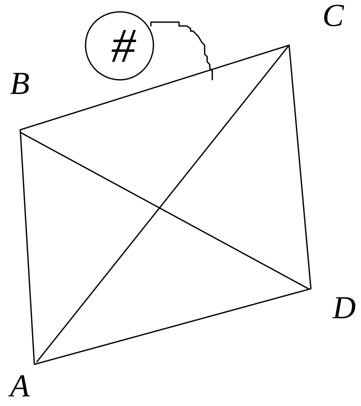
Énoncé de la propriété	***Si*** *un point est sur la médiatrice d'un segment,* ***alors*** *il est équidistant des extrémités de ce segment.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 
Hypothèses et conclusion	***Hypothèses*** • *(D) médiatrice de [AB]* *M Î (D)*	***Conclusion*** • *MA = MB* •

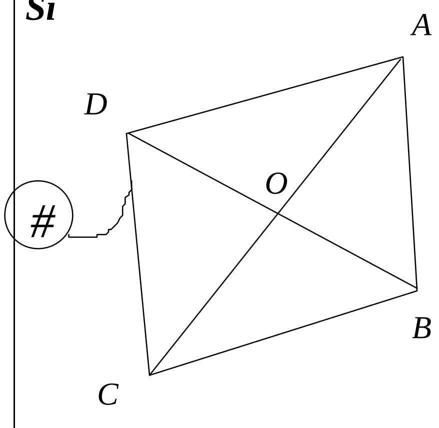
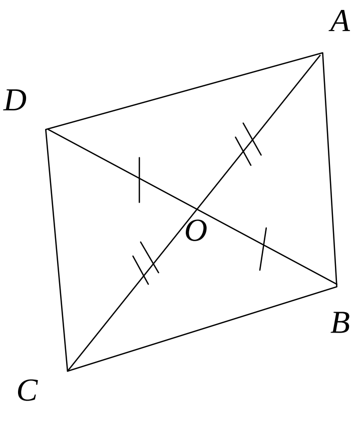
Énoncé de la propriété	***Si** un quadrilatère a ses côtés parallèles deux à deux, **alors** c'est un parallélogramme.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 

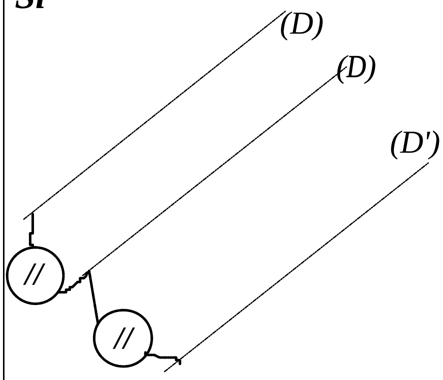
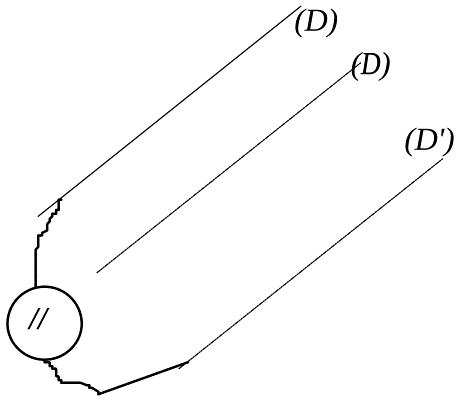
Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>***
	• *(AD) // (BC)*
	• *(AB) // (DC)*
		<u>Conclusion</u>
		• *ABCD parallélogramme*

Énoncé de la propriété	***Si** un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses côtés opposés sont parallèles.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 

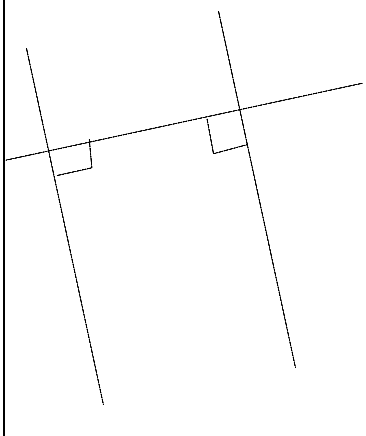
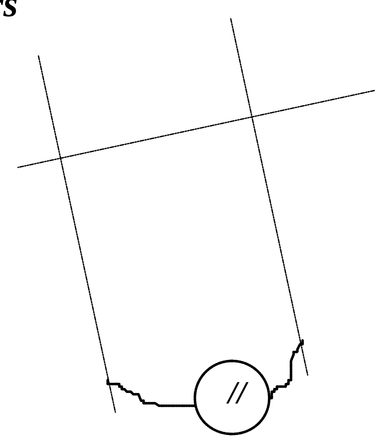
Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>***
	• *ABCD parallélogramme*
		<u>Conclusion</u>
		• *(BC) // (AD)*
		• *(AB) // (DC)*

Énoncé de la propriété	***Si*** *un quadrilatère a ses diagonales de même milieu,* ***alors*** *c'est un parallélogramme.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 
Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>*** • *O milieu de [BD]* • *O milieu de [AC]*	***<u>Conclusion</u>*** • *ABCD parallélogramme*

Énoncé de la propriété	***Si*** *un quadrilatère est un parallélogramme,* ***alors*** *ses diagonales ont le même milieu.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 
Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>*** • *ABCD parallélogramme*	***<u>Conclusion</u>*** • *O milieu de [BD]* • *O milieu de [AC]*

Énoncé de la propriété	***Si*** *deux droites sont parallèles à une même troisième,* ***alors*** *elles sont parallèles.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 

Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>***
	• *(D) // (D)*
	• *(D') // (D)*
		<u>Conclusion</u>
		• *(D) // (D')*

Énoncé de la propriété	***Si*** *deux droites sont perpendiculaires à une même troisième,* ***alors*** *elles sont parallèles.*	
Illustration par une figure	***Si*** 	***alors*** 
Hypothèses et conclusion	***<u>Hypothèses</u>*** • •	***<u>Conclusion</u>*** •

42	Réciproque de la propriété des angles

Qu'est-ce qu'une réciproque?

Un énoncé de propriété mathématiques est composé de deux parties, les hypothèses et la conclusion.
La réciproque d'un énoncé est un autre énoncé dans lequel on a inversé les hypothèses et la conclusion.

Par exemple :
Énoncé : Si un triangle est isocèle, alors il a deux côtés de même longueur.
Cet énoncé a pour réciproque : Si un triangle a deux côtés de même longueur, alors ce triangle est isocèle.
Ce qui est hypothèse de l'énoncé devient conclusion de la réciproque, et ce qui est conclusion de l'énoncé devient hypothèse de la réciproque.

Dans l'exemple ci-dessus, la propriété est vraie et la réciproque est vraie également. On utilise parfois dans le langage courant l'expression : "et réciproquement".
On pourrait dire ici : " Si un triangle est isocèle, alors il a deux côtés de même longueur; et réciproquement".
Dans ce cas, on peut dire que chaque fois qu'un triangle est isocèle, il a deux côtés de même longueur, et que chaque fois qu'un triangle a deux côtés de même longueur, il est isocèle. Dire qu'un triangle est isocèle ou dire qu'un triangle a deux côtés de même longueur revient exactement au même. On parle alors de propriété caractéristique, c'est à dire une propriété qui caractérise le triangle isocèle, qui lui donne son caractère particulier. (Nous reviendrons plus tard sur cela)

Mais il y a beaucoup de situations dans lesquelles une phrase peut être vraie, alors que sa réciproque est fausse.
***Voyons-en deux exemples** :*

- *La phrase : "Si un point est le milieu d'un segment, alors il est la même distance des extrémités de ce segment." est une phrase vraie.*

Sa réciproque : " Si un point est la même distance des extrémités d'un segment, alors c'est le milieu de ce segment" est une phrase fausse. car ce point peut être situé n'importe où sur la médiatrice du segment sans se trouver exactement au milieu.

- *La phrase : "Si un nombre est plus grand que 5, alors il est plus grand que 1" est vraie.*
  Sa réciproque : "Si un nombre est plus grand que 1, alors il est plus grand que 5." est évidemment fausse; n'importe quel nombre entre 1 et 5 montre cela.

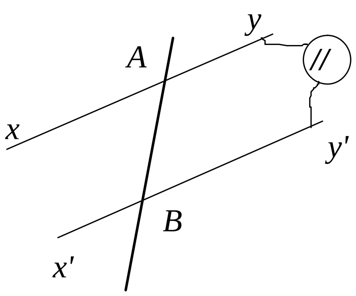
C'est un des problèmes de logique et de raisonnement souvent rencontré que de faire la confusion entre une propriété et sa réciproque, d'une part, et aussi de penser que si une phrase est vraie, sa réciproque l'est automatiquement. D'où la nécessité de toujours rester très vigilant sur les hypothèses d'un problème.

Nous allons étudier la réciproque de la propriété des angles et des parallèles (leçon 38)

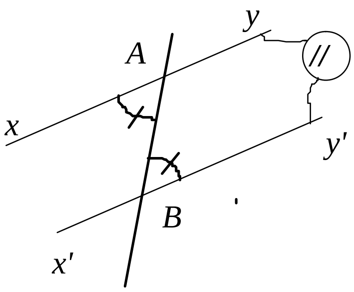
<u>Propriété</u> : Si les deux droites sont parallèles, les angles alternes internes et les angles correspondants sont égaux.
Pour les angles alternes internes, la propriété se limite à :
<u>Propriété</u> : Si les deux droites sont parallèles, les angles alternes internes sont égaux.

Dans cette propriété, il faut bien délimiter ce qui est hypothèses et ce qu'est la conclusion.
Dans les hypothèses : Il y a deux droites parallèles, coupées par une sécante; et il y a des angles alternes internes (deux suffisent).
La conclusion est que ces deux angles sont égaux.
Donnons donc les deux formes illustrées de cette propriété avant d'établir la réciproque.

Si



Alors

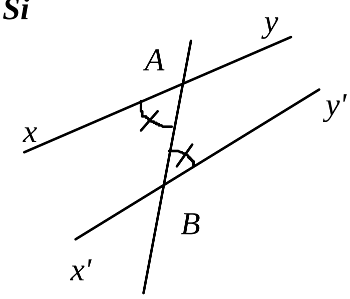


Hypothèses
(xy) // (x'y') *(AB) sécante à (xy) et (x'y')*
$\widehat{xAB}$ *et* $\widehat{ABy'}$ *alternes-internes*
Conclusion
$\widehat{xAB} = \widehat{ABy'}$

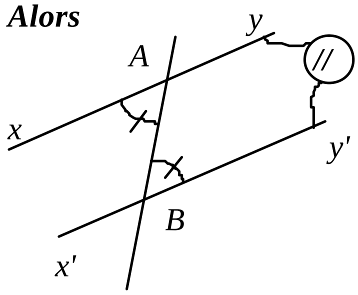
La seule hypothèse très particulière est le fait que deux droites sont parallèles. C'est cela qui va devenir la conclusion de la réciproque qui est donc :

> *Si deux droites coupées par une sécante font apparaître deux angles alternes-internes égaux, alors ces deux droites sont parallèles.*

Si

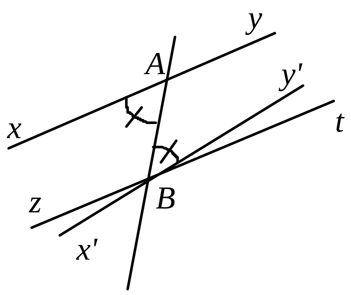


Alors



Hypothèses
(AB) sécante à (xy) et (x'y') $\widehat{xAB}$ *et* $\widehat{ABy'}$ *alternes-internes*
$\widehat{xAB} = \widehat{ABy'}$
Conclusion
(xy) // (x'y')

Démonstration de la réciproque :



Dans la situation de départ, on a volontairement tracé la droite (x'y') non parallèle à (xy) parce que l'on ne sait pas encore qu'elles le sont.
Rajoutons à cette figure une droite (zt), passant par B, parallèlement à (xy). Le but de la démonstration est de prouver que les droites (x'y') et (zt) sont en fait la même droite.
On sait que (xy) // (zt), donc les angles alternes internes sont égaux. C'est à dire qu'ici les angles alternes internes : $\widehat{xAB}$ *et* $\widehat{ABt}$ *sont égaux.*

Comme par hypothèses, $\widehat{xAB} = \widehat{ABy'}$*, il y a donc égalité entre les angles* $\widehat{ABt}$ *et* $\widehat{ABy'}$*.*

Par conséquent l'angle $\widehat{tBy'}$ est nul et les droites (x'y') et (zt) sont confondues.

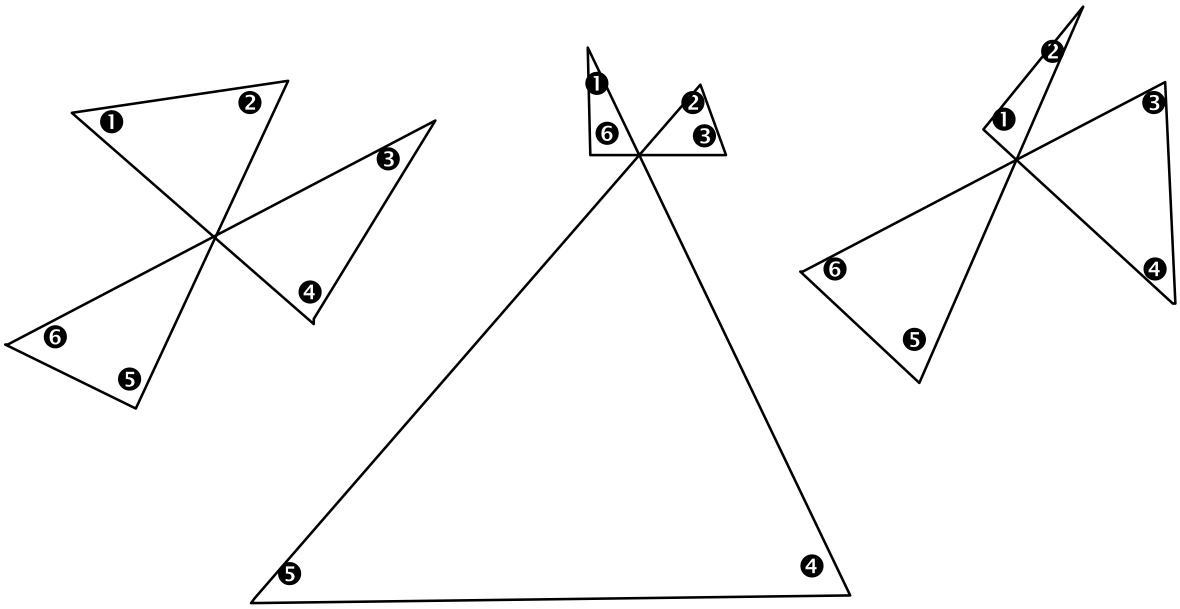
Et on a donc montré que (xy) et (x'y') sont parallèles.

De la même manière (la démonstration est tout à fait similaire), on pourrait démontrer la réciproque de la deuxième partie de la propriété initiale, celle concernant les angles correspondants.
Si deux droites coupées par une sécante font apparaître deux angles correspondants égaux, alors ces deux droites sont parallèles.
On regroupe finalement ces deux réciproques en une seule :

Réciproque : Si deux droites coupées par une sécante font apparaître deux angles correspondants égaux, ou deux angles alternes-internes égaux, alors ces deux droites sont parallèles.

EXERCICES

Exercice 1



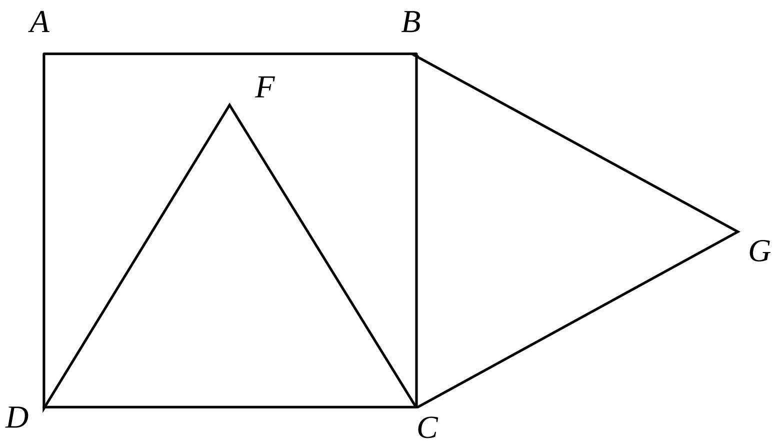
1.Mesurer les angles numérotés 1, 2, 3, 4, 5 et 6, dans chacune de ces trois figures.
2.Calculer la somme de ces six angles dans chaque figure.
3.Conjecturer.
4.Démontrer la propriété constatée.

Exercice 2

Tracer un parallélogramme ABCD. La bissectrice de $\widehat{DAB}$ coupe la droite (DC) en I. La bissectrice de $\widehat{BCD}$ coupe la droite (AB) en J.
1.Démontrer que les droites (AI) et (JC) sont parallèles
2.Démontrer que AJCI est un parallélogramme et que les droites (IJ), (AC) et (BD) sont concourantes.

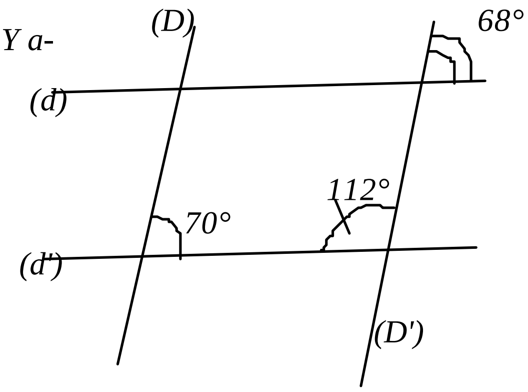
Exercice 3

ABCD et un carré.
CDF et BCG sont deux triangles équilatéraux.
Démontrer que les points A, F et G sont alignés.



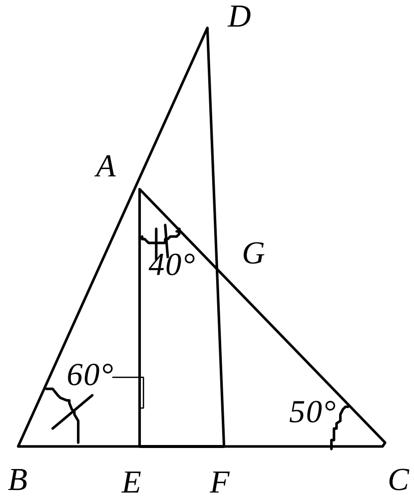
Exercice 4

La figure ci-contre a été tracée à main levée. Y a-t-il des droites parallèles?



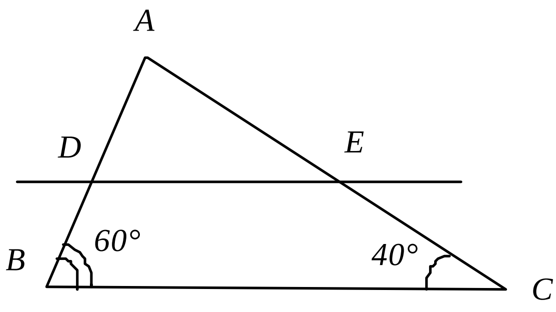
Exercice 5

D'après les données portées sur la figure, montrer que les droites (AE) et (DF) sont parallèles.
Calculer les angles du triangle ADG.



Exercice 6

Sur la figure, les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Calculer (en justifiant) les angles du triangle ADE.



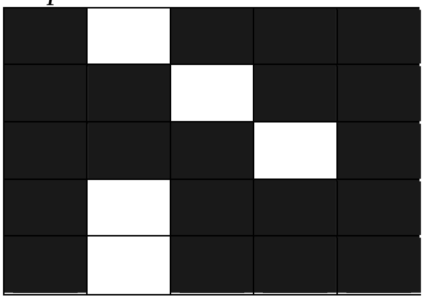
Exercice 7

ABCD est un quadrilatère tel que l'angle en A mesure 105° et l'angle en D mesure 75°
Montrer que ABCD est un trapèze.

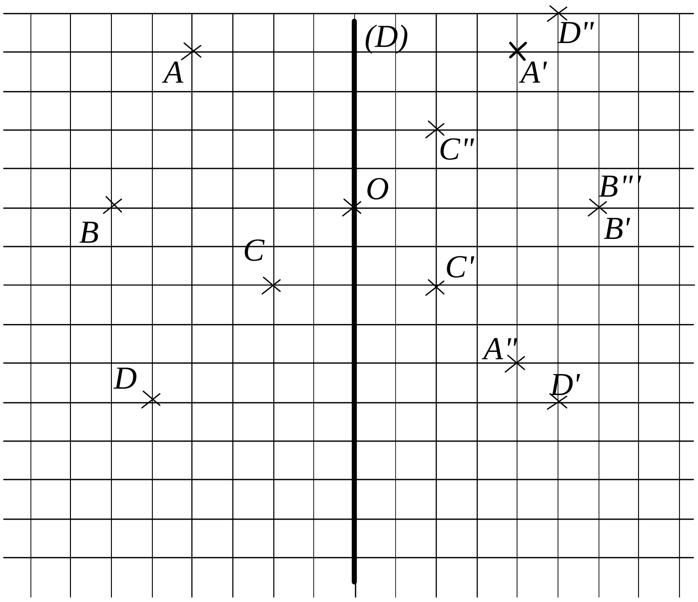
Corrigés des Exercices pages 83 à 85

Exercice 1

Après pliage, il reste 5 cases transparentes :

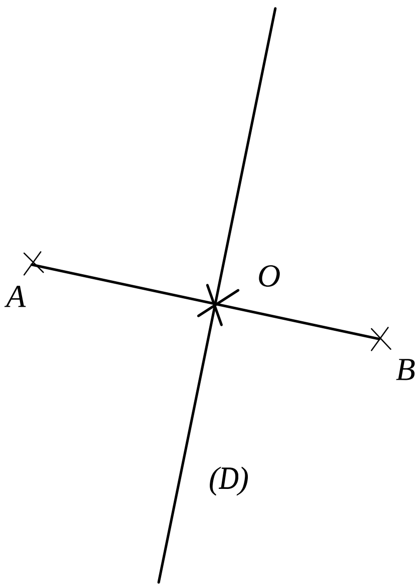


Exercice 2



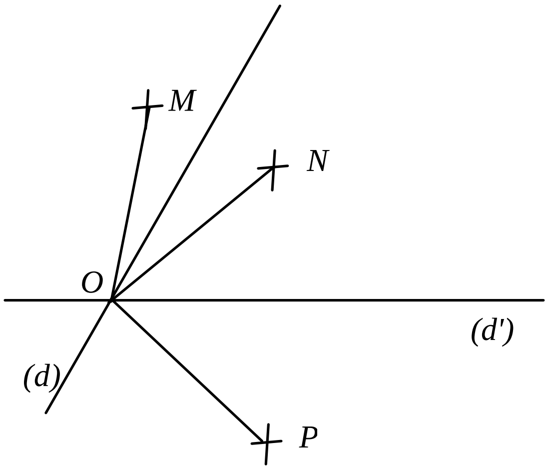
Exercice 3

O est le milieu du segment [AB]
et (D) est la médiatrice de [AB]

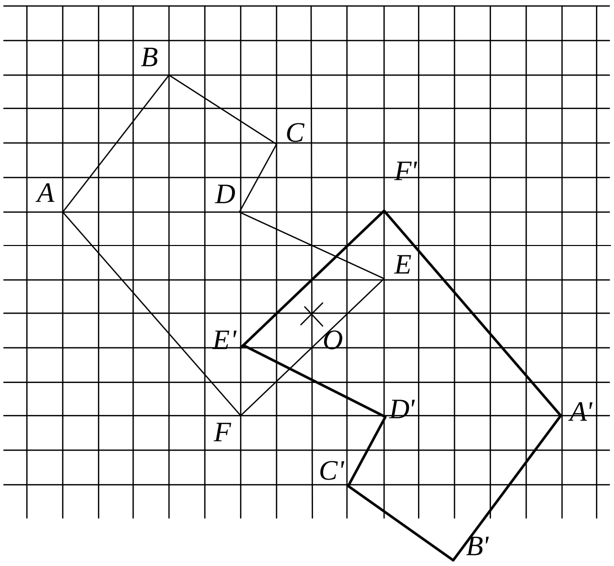


Exercice 4

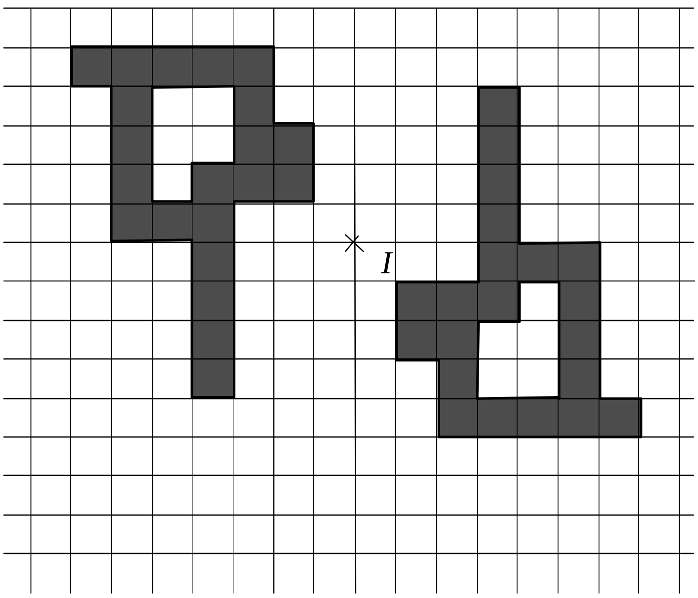
Par symétrie par rapport à (d), les longueurs OM et ON sont égales.
Par symétrie par rapport à (d'), les longueurs ON et OP sont égales.
Donc les longueurs OM et OP sont égales. Et le point O est un point de la médiatrice de [MP] .



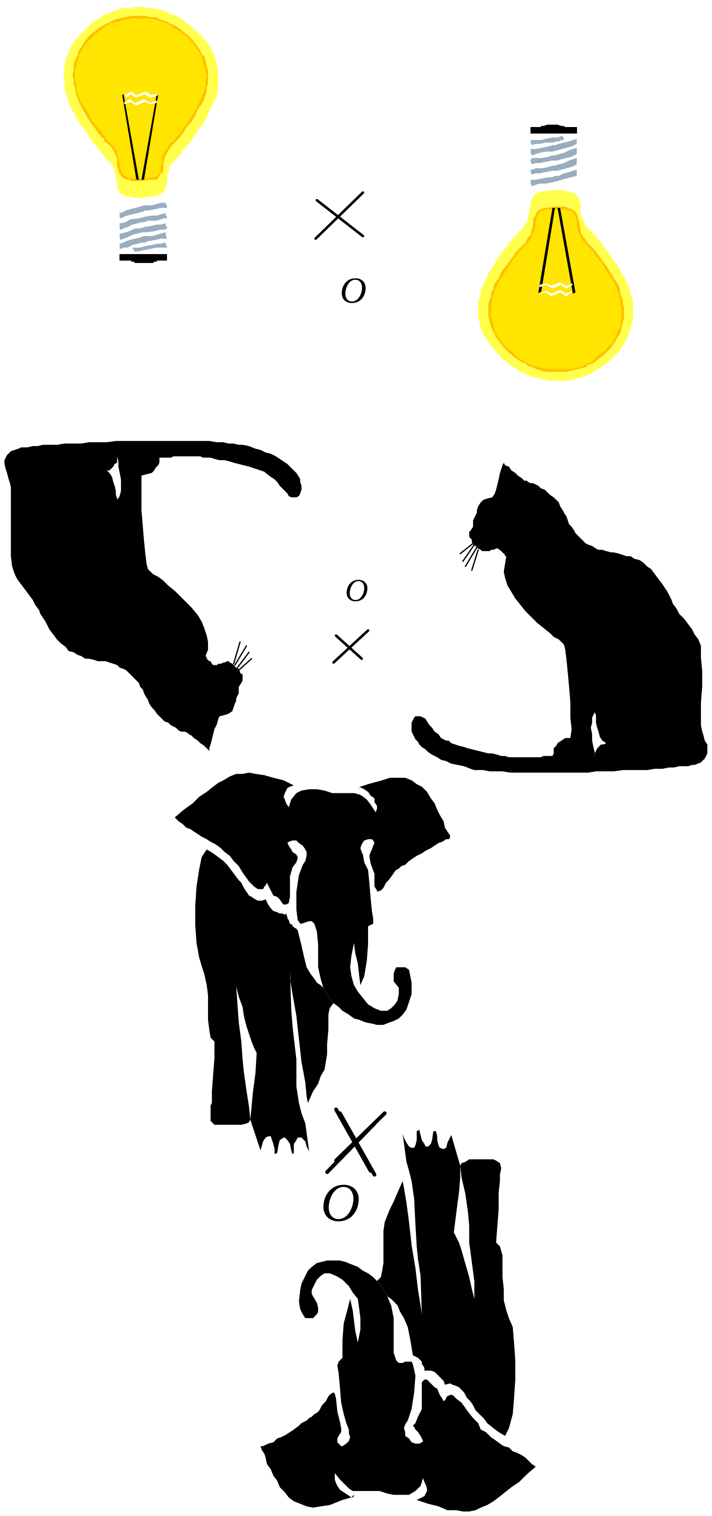
Exercice 5



Exercice 6



Exercice 7



Exercice 8

Les points B et M, A et L, J et D, E et K sont symétriques par rapport à I.

Corrigés des Exercices pages 90 à 93

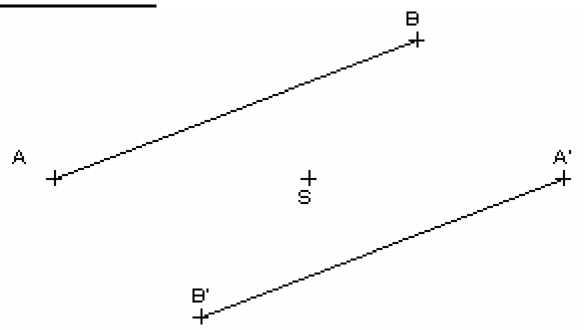
Exercice 1

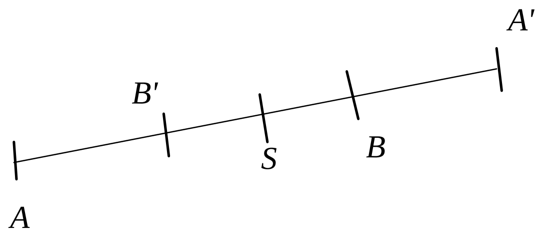
- *Le symétrique du point A est J*

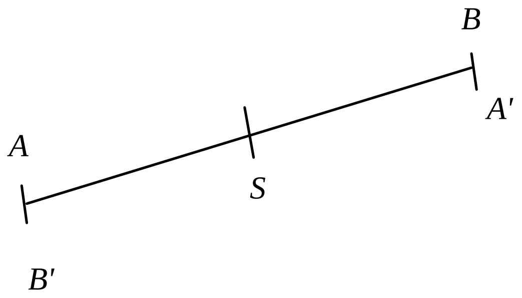
Le symétrique du point B est G
Le symétrique du point C est K
Le symétrique du point D est H
Le symétrique du point K est C

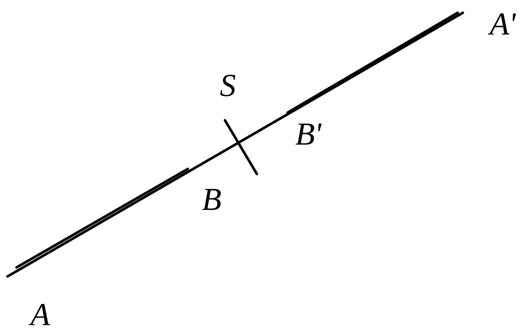
- *Cinq égalités de longueurs : AB = GJ ; AC = JK ; DE = FH ; GH = BD ; JH = AD, etc.*
- *Cinq égalités d'angles :* $\widehat{BAC} = \widehat{KJG}$; $\widehat{DBA} = \widehat{HGJ}$; $\widehat{BDE} = \widehat{FHJ}$; $\widehat{JHG} = \widehat{ADB}$; *etc.*
- *Paires de droites parallèles : (AB) // (GJ); (AC) // (KJ); (BC) // (GK); (GH) // (BD); (FH)//(DE)*
- *Si on sait que E est le milieu de [BC], alors F est la milieu de [GK] car la symétrie conserve les milieux.*

Exercice 2



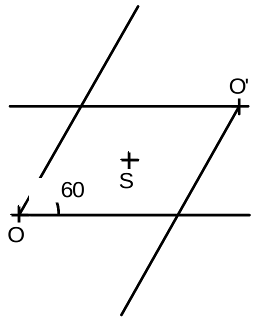


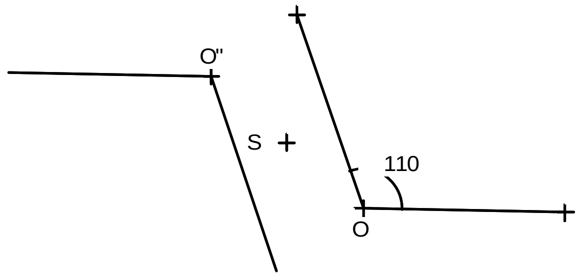


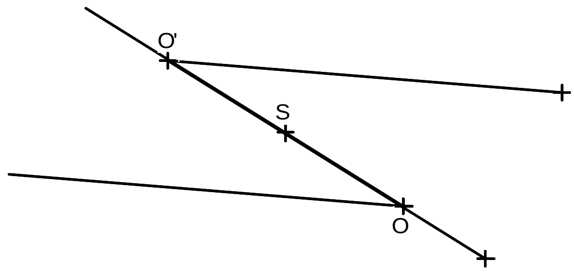


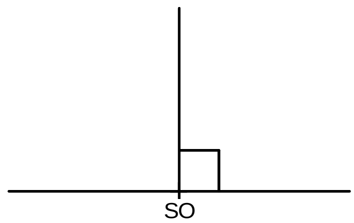
Corrigé des exercices

Exercice 3

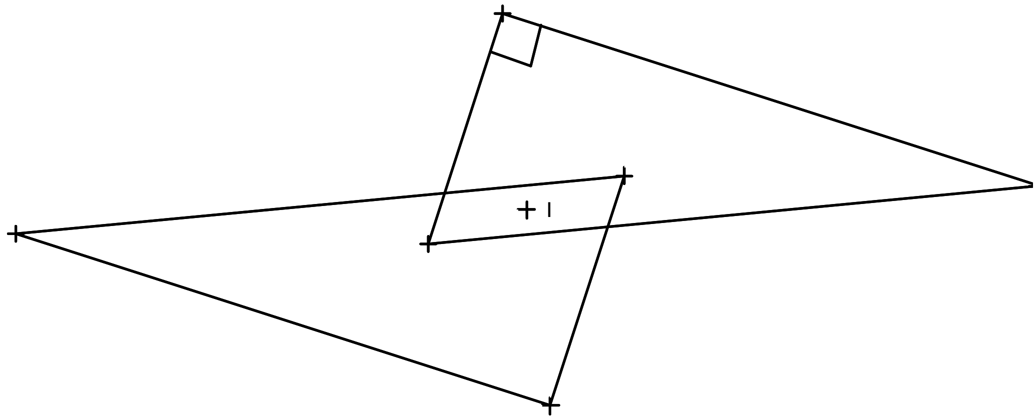


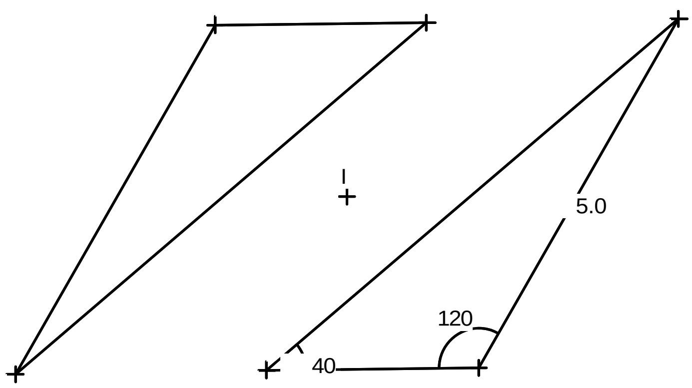




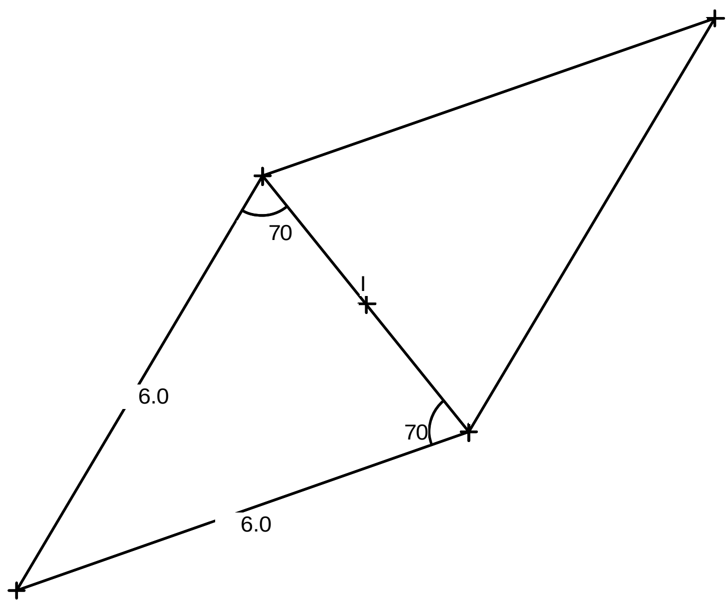


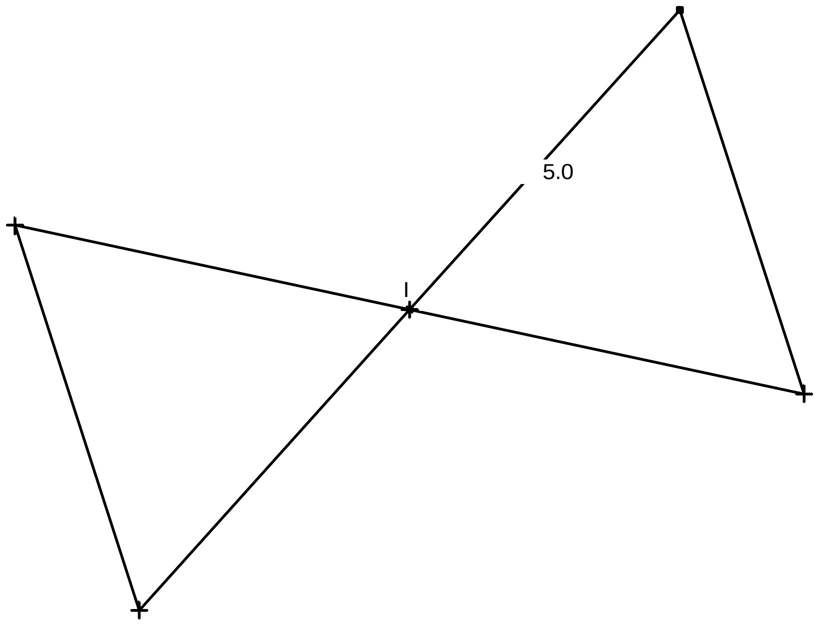
Exercice 4





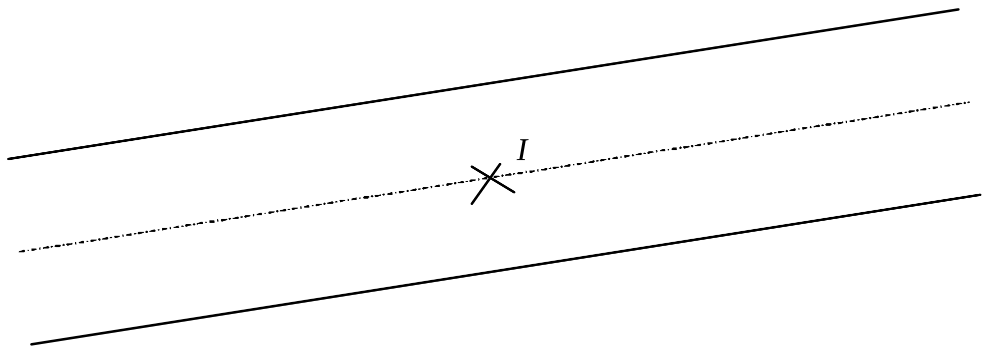
Corrigé des exercices





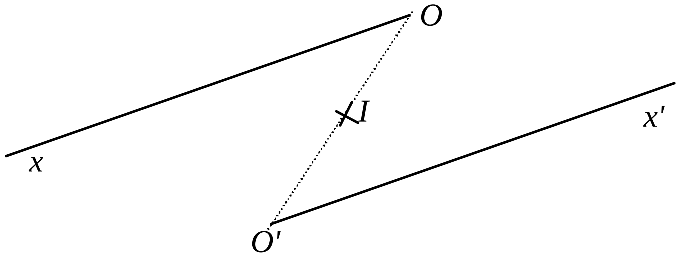
Exercice 5

Le point I est situé n'importe où sur une droite parallèle aux deux droites (D) et (D'), située à égale distance de ces deux droites (ce que l'on appelle l'axe médian, c'est à dire l'axe de symétrie de la figure formée par les deux droites parallèles).



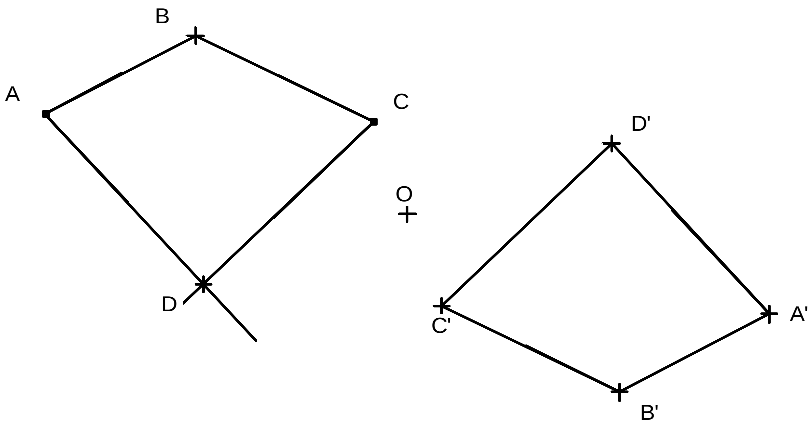
Corrigé des exercices

Pour les demi-droites :
Si elles sont dans le même sens, il n'y a pas de symétrie possible.
Si elles sont de sens contraires, le point I est le milieu du segment [OO'].

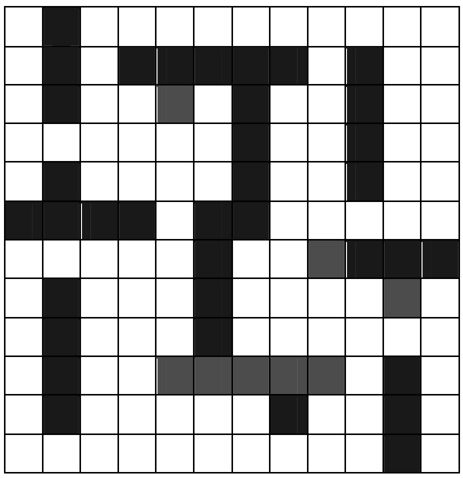


Exercice 6

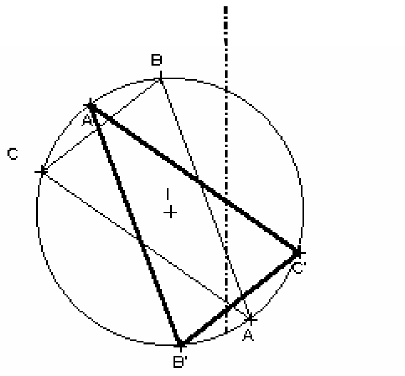
Placer le milieu O de [AA'].
Placer le symétrique B de B' par rapport à O, et le symétrique C' de C.
Prolonger les deux côtés issus de A qui se coupent en D, et placer le symétrique de D par rapport à O.



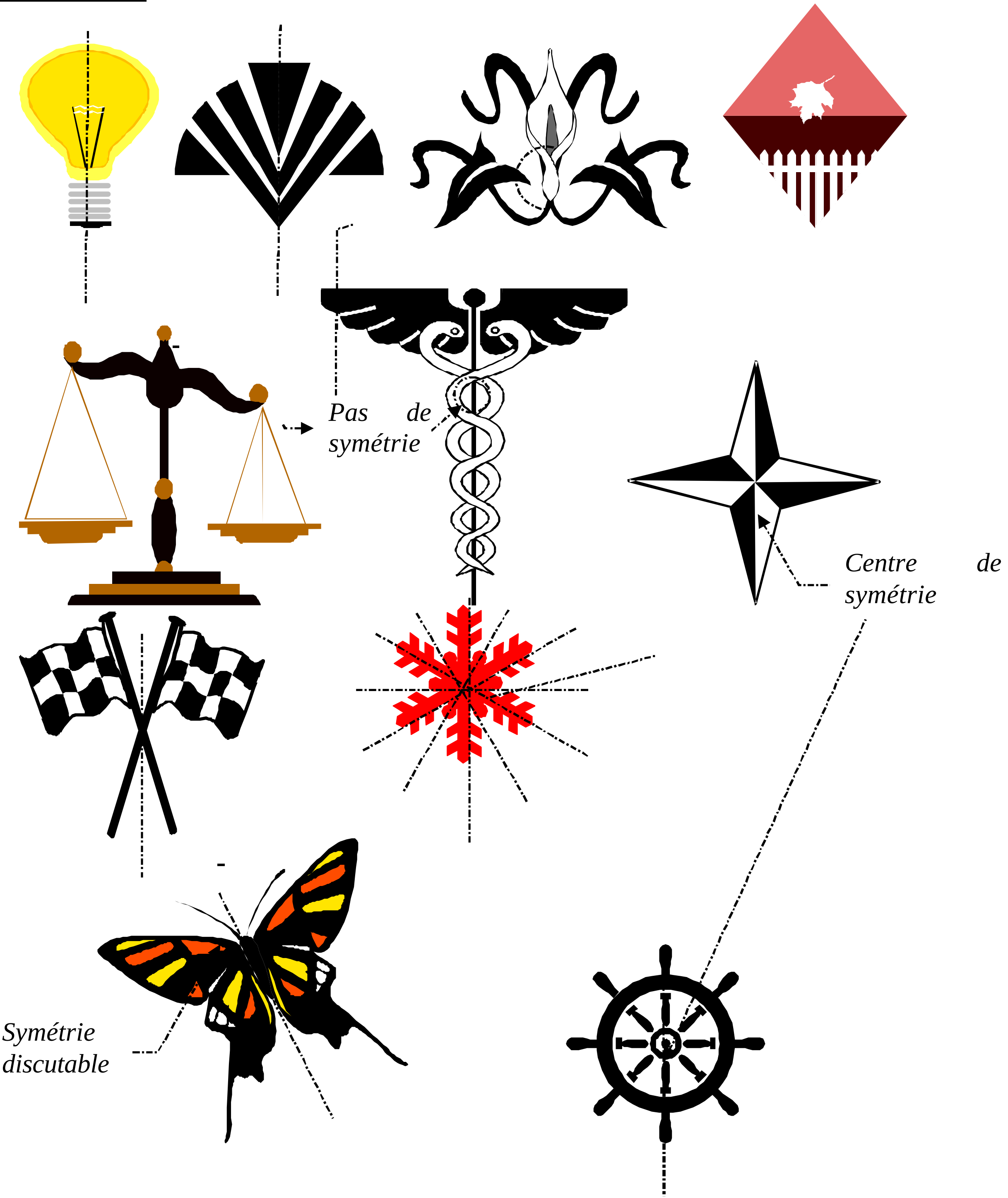
Exercice 7



Exercice 8



Exercice 9



Corrigés des Exercices pages 99 à 101

Exercice 1

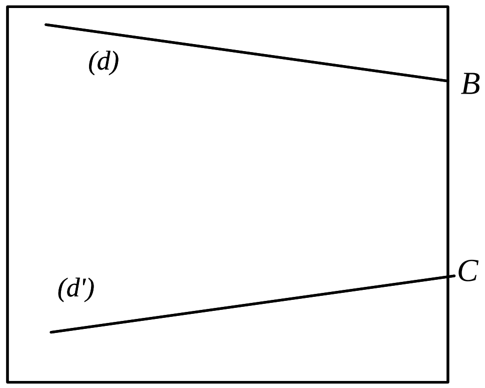
MNP étant équilatéral, ses trois angles sont égaux . La somme des angles d'un triangle est égale à 180°, donc chaque angle mesure 60°.

[MI) étant la bissectrice de $\widehat{PMN}$, $\widehat{IMN} = 30°$. *De même,* $\widehat{INM} = 30°$.

Dans le triangle MIN, la somme des trois angles est égale à 180°,

donc $\widehat{MIN} =$ *180 - 2 ´ 30 = 180 - 60 = 120°*

Exercice 2



On peut mesurer les angles en A et en B formés par les droites (d) et (d') avec le bord de la feuille.

Les angles $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{ACB}$ *sont les supplémentaires de ces angles. On peut donc les calculer. Et ensuite par la règle de la somme des angles dans le triangle, on peut calculer l'angle en A.*
Par exemple, si les mesures sont :
en B : 107° et en C : 110°, on obtient :

$\widehat{ABC} = 180 - 107 = 83°$

et $\widehat{ACB} = 180 - 110 = 70°$

D'où $\widehat{BAC} = 180 - (83 + 70) = 180 - 153 = 27°$

Exercice 3

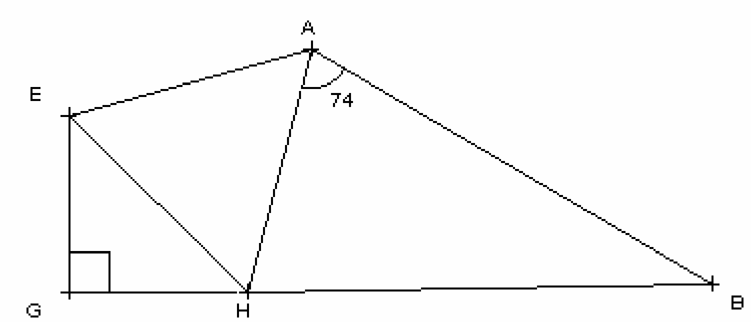
Dans les triangles HBC et KBC, la somme des angles est égale à 180°, donc :

$\widehat{HBC} = 180 - (\widehat{BCH} + \widehat{BHC})$ *et* $\widehat{KCB} = 180 - (\widehat{CBK} + \widehat{BKC})$

D'après ce qui est indiqué sur la figure $\widehat{CBK} = \widehat{BCH}$ *et* $\widehat{BKC} = \widehat{BHC} = 90°$.

Donc $\widehat{HBC} = \widehat{KCB}$.

Exercice 4



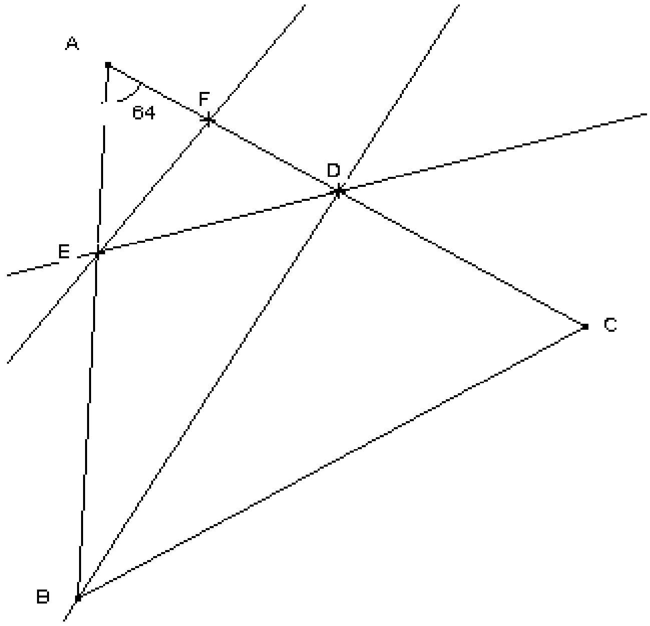
Il semble que les points G, H et B soient alignés.
GHE est rectangle et isocèle, donc ses deux angles aigus mesurent chacun 45°.
EHA est équilatéral, donc ses angles mesurent 60°.

ABH est isocèle, donc $\widehat{AHB} = \widehat{HAB} = 74°$

Donc : $\widehat{GHB} = 45 + 60 + 74 = 181°$. *Les points ne sont donc pas alignés.*

Corrigé des exercices

Exercice 5



On va montrer que les droites (DB) et (EF) ne sont pas parallèles en montrant que le angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AEF}$ (qui occupent des positions d'angles correspondants pour ces droites coupées par la sécante (AB)) ne sont pas égaux. Car si les droites sont parallèles, ces angles sont égaux; donc si ces angles ne sont pas égaux, les droites ne peuvent pas être parallèles.

Dans le triangle isocèle ABC, les deux angles en B et en C sont égaux.

Donc , $\widehat{ABC}$ = (180 - 64) : 2 = 58°

(BD) est la bissectrice de cet angle $\widehat{ABC}$, donc <u>$\widehat{ABD}$ = 58 : 2 = 29°.</u>

Dans le triangle ABD : $\widehat{ADB}$ = 180 - ($\widehat{BAD}$ + $\widehat{ABD}$) = 180 - (64 + 29) = 180 - 93 = 87°.

(DE) est la bissectrice de cet angle $\widehat{ADB}$, donc $\widehat{ADE}$ = 87 : 2 = 43,5°

Dans le triangle AED , $\widehat{AED}$ = 180 - ($\widehat{DAE}$ + $\widehat{ADE}$) = 180 - (64 + 43,5) = 180 - 107,5 = 72,5°

(EF) est la bissectrice de cet angle $\widehat{AED}$, donc <u>$\widehat{AEF}$ = 72,5 : 2 = 36,25°</u>

<u>Conclusion</u> : $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AEF}$ ne sont pas égaux.
On pourrait faire des essais avec d'autres mesures pour l'angle en A, mais aucune en donnera de droites parallèles; il n'est pas question de donner ici de justification à cette impossibilité.

Exercice 6

Énoncé : Tracer un triangle ABC tel que AB = 112 mm, $\widehat{BAC}$ = 80° et $\widehat{ABC}$ = 68°
L'angle manquant mesure : 180 - (80 + 68) = 180 - 148 = 32°

Exercice 7

1. *Un triangle isocèle a un angle de 50°.*
Les deux autres angles mesurent :
(180 - 50) : 2 = 130 : 2 = 65° ou bien 50° et 180 - 2 ´ 50 = 80°
2. *Un triangle isocèle a un angle de 100°.*
Les deux autres angles mesurent : (180 - 100) : 2 = 40° et c'est la seule possibilité.

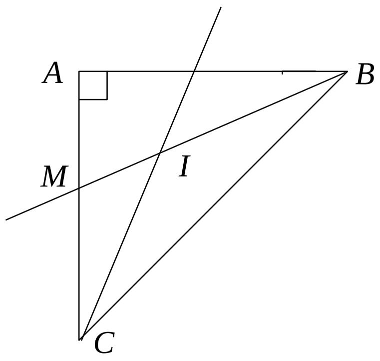
Corrigé des exercices

Exercice 8

La phrase vraie est la n° 2 car :

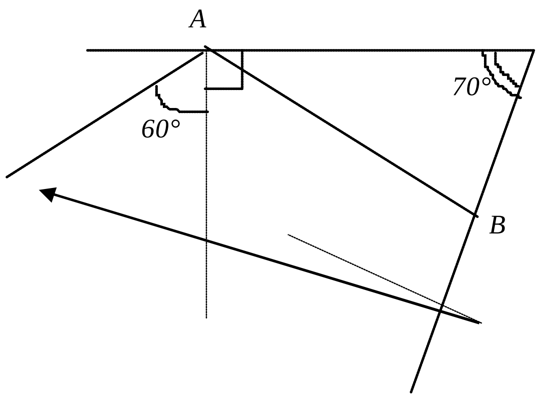
1. *Si un triangle isocèle a un angle de 45°, alors il peut avoir deux angles à la base de (180 - 45) : 2 = .67,7°. Donc il n'est pas forcément rectangle.*
2. *Si un triangle rectangle a un angle de 45°, alors le troisième angle mesure 180 - (90 + 45) = 45°, donc il est isocèle.*

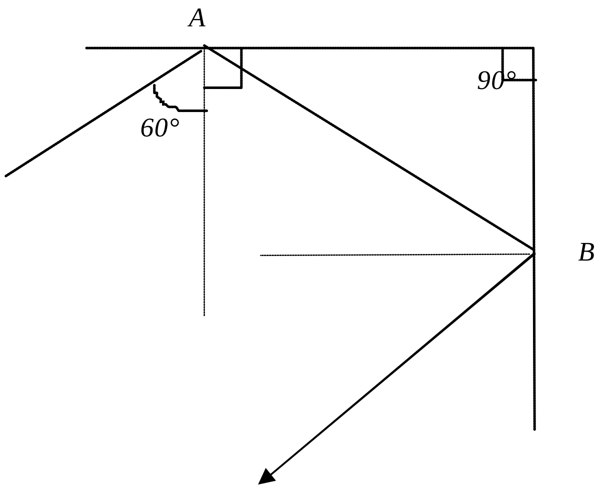
Exercice 9



45 : 2 = 22,5	*L'un des quatre angles* $\widehat{ACI}$, $\widehat{ICB}$, $\widehat{MBC}$ *et* $\widehat{MBA}$.
180 - 22,5 ´ 2 = 135	*L'angle* $\widehat{CIB}$
180 - (22,5 + 45)	*L'angle* $\widehat{BMC}$
180 - (112,5 + 22,5)	*L'angle* $\widehat{MIC}$

Exercice 10



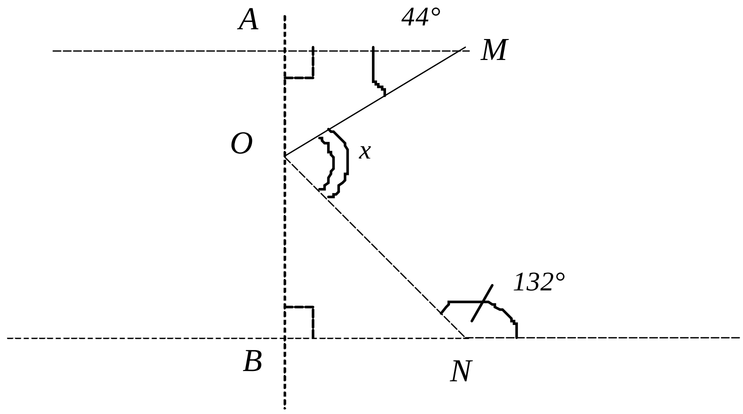


Dans le deuxième cas (angle de 90° entre les deux miroirs), le rayon réfléchi est parallèle au rayon qui frappe le miroir 1.

Corrigé des exercices

Exercice 11

Sur la figure, on trace les perpendiculaires à chacune des deux droites en pointillé, passant par O. On calcule alors la valeur de x pour que l'angle $\widehat{AOB}$ soit plat. Ainsi, ces deux perpendiculaires seront confondues et les deux droites en pointillé étant perpendiculaires à la même droite (AB) seront parallèles.



Dans OBM, $\widehat{OMB} = 180 - 132 = 48°$, donc $\widehat{BOM} = 90 - 48 = 42°$.

Dans AOM, $\widehat{AOM} = 90 - 44 = 46°$.

*Si on choisit la valeur **x = 92°,** alors AOB = 46 + 92 + 42 = 180°.*

Exercice 12

Le triangle ABC est isocèle, donc : $\widehat{BAC} = 180 - 2t$

$\widehat{CAx}$ est le supplémentaire de $\widehat{BAC}$, donc $\widehat{CAx} = 2t$

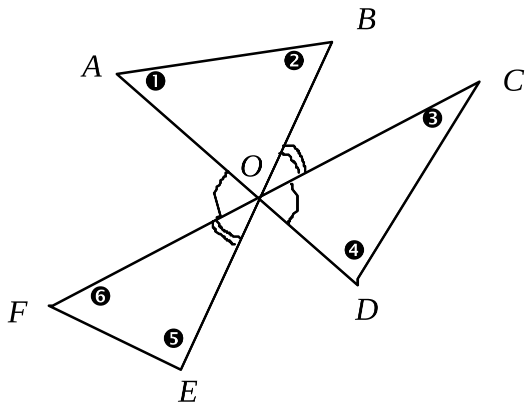
[Ay) est la bissectrice de $\widehat{xAC}$, donc $\widehat{CAy} = t$

Corrigés des Exercices pages 111 et 112

Exercice 1

Dans chaque cas la somme des six angles est très proche de 360°

Nous allons donc démontrer cela pour un triangle quelconque.



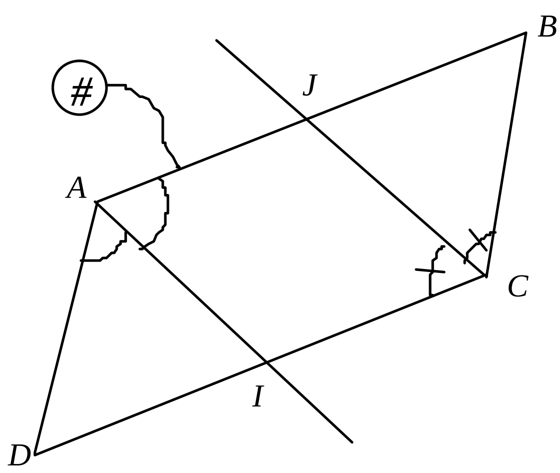
Si on calcule la somme des angles des trois triangles (appelons-la S), on obtient :
180 ´ 3 = 540°
Mais dans la somme proposée des six angles numérotés (appelons-la S'), on ne compte pas les trois angles en O.

Or , $\widehat{COD}$ = $\widehat{AOF}$ et $\widehat{FOE}$ = $\widehat{BOC}$ car ils sont opposés par le sommet.
La somme de ces trois angles en O est donc égale à $\widehat{AOF} + \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 180°$.

Donc S' = 540 - 180 = 360°

Exercice 2

Figure



Hypothèses

- *ABCD est un parallélogramme*
- *[AI) bissectrice de $\widehat{BAD}$*
- *[CJ) bissectrice de $\widehat{BCD}$.*

Démontrons que (AI) et (BJ) sont parallèles :
ABCD est un parallélogramme
Dans un parallélogramme, les angles opposés sont égaux.
Donc $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$

[AI) bissectrice de $\widehat{BAD}$ et [CJ) bissectrice de $\widehat{BCD}$.

Donc $\widehat{BAI}$ = 1/2 $\widehat{BAD}$ et $\widehat{JCI}$ = 1/2 $\widehat{BCD}$.

*D'où les angles **$\widehat{BAI}$ et $\widehat{JCI}$ sont égaux**.*

Corrigé des exercices

Pour les droites (AB) et (CD), coupées par la sécante (AI), les angles $\widehat{BAI}$ et $\widehat{AID}$ occupent des positions d'angles alternes-internes.

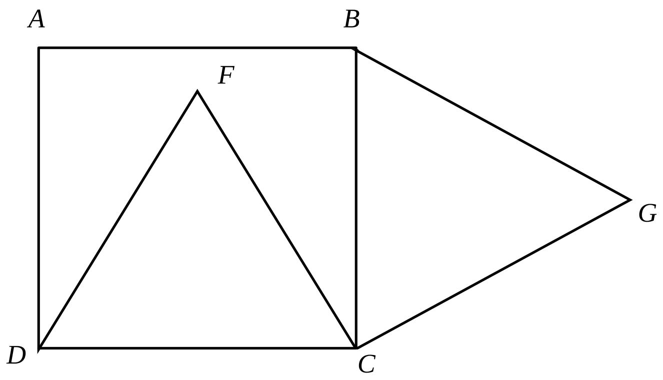
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, donc ***$\widehat{BAI}$ et ~~$\widehat{AID}$~~ sont égaux****.*

$\widehat{BAI}$ et $\widehat{JCI}$ sont égaux et $\widehat{BAI}$ et $\widehat{AID}$ sont égaux, donc $\widehat{JCI} = \widehat{AID}$.
Ces deux angles occupent des positions d'angles correspondants par rapport aux droites (AI) et (BJ), coupées par la sécante (DC).
Donc en application de la réciproque de propriété des angles, ***les droites sont parallèles****.*

Démontrons que (IJ), (AC) et (BD) sont concourantes.
AJCI est un parallélogramme car ses côtés sont parallèles deux à deux.
Dans un parallélogramme, les diagonales ont le même milieu. Appelons O le milieu de [AC] et de [IJ].
ABCD est un parallélogramme, donc ses diagonales ont le même milieu. O étant le milieu de [AC], ce sera aussi le milieu de [BD] .
Conclusion : ***les trois droites (IJ), (AC) et (BD) passent par le même point O****.*

Exercice 3

Figure



Hypothèses

- *ABCD est un carré*
- *DFC est équilatéral*
- *BGC est équilatéral*

Démontrons que A, F et G sont alignés :
Pour cela, on va calculer la mesure de l'angle $\widehat{AFG}$.

Dans les triangles équilatéraux, les angles mesurent 60°; et dans les carrés, ils mesurent 90°

Donc $\widehat{ADF} = 30°$, $\widehat{FCG} = 90°$

Dans ADF isocèle (car AD = DF), par la règle de la somme des angles, on peut calculer $\widehat{AFD}$ $= (180 - 30) : 2 = 75°$

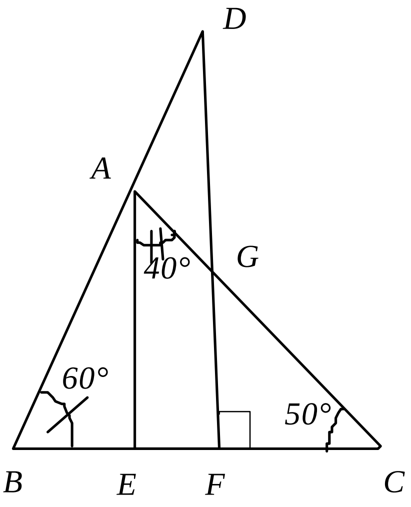
Dans FCG isocèle (car FC = CG), par la règle de la somme des angles, on peut calculer $\widehat{GFC} = (180 - 90) : 2 = 45°$

$\widehat{AFG} = \widehat{AFD} + \widehat{DFC} + \widehat{GFC} = 75 + 60 + 45 = 180°$.

Les trois points sont alignés puisque l'angle est plat.

Corrigé des exercices

Exercice 4



$\widehat{BAy}$, = $\widehat{BAx}$ - $\widehat{xAy}$ = 180 - 68 = 112°. De même $\widehat{DAx}$ = 112°

$\widehat{DAB}$ = $\widehat{xAy}$ = 68° (opposés par le sommet)

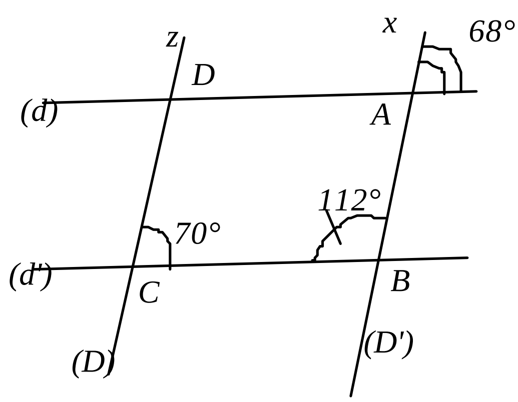
Les angles $\widehat{BAy}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux et occupent une position d'angles alternes-internes par rapport aux droites (d) et (d') coupées par la sécante (D').

*Donc **<u>les droites (d) et (d') sont parallèles.</u>***

Donc les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{ADz}$ qui sont correspondants sont égaux (à 70°).

*Les angles $\widehat{ADz}$ et $\widehat{xAy}$ qui occupent une position d'angles correspondants par rapport aux droites (D) et (D') coupées par la sécante (d), ne sont pas égaux, donc les droites (D) et (D') **<u>ne sont pas parallèles</u>**.*

Exercice 5



Dans le triangle AEC, $\widehat{AEC}$ = 180 - (40 + 50) = 90°
Les deux droites (AE) et (DF) étant toutes deux perpendiculaires à la même droite (BC), elles sont parallèles.

Dans le triangle GFC, on calcule l'angle $\widehat{FGC}$ = 40°

*Donc **<u>$\widehat{AGD}$ = 40°,</u>** car il est opposé à $\widehat{FGC}$.*

Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC}$ = 180 - (60 + 50) =70°.

*Donc **<u>$\widehat{DAG}$</u>** = 180 - 70 = **<u>110°.</u>***

*Et finalement**, $\widehat{ADG}$** = 180 - (110 + 40) =**<u>30°</u>***

Exercice 6

(DE) et (BC) étant parallèles, les angles correspondants sont égaux.

Donc $\widehat{ADE}$ = $\widehat{ABC}$ = 60° et $\widehat{AED}$ = $\widehat{ACB}$ = 40°.

Et enfin : $\widehat{DAE}$ = 180 - (60 + 40) = 80°.

Exercice 7

$\widehat{BAD}$ = 105°, donc $\widehat{xAD}$ = 180 - 105 = 75°
Les deux angles $\widehat{xAD}$ et $\widehat{ADC}$ qui occupent une position d'angles alternes-internes sont égaux donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles, et ABCD est un trapèze.