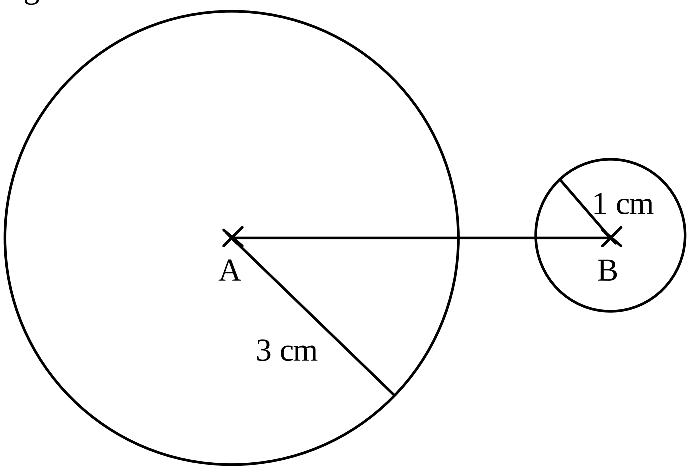
Activité inégalité triangulaire (unité le centimètre).

1/ Construire les trois points A, B, C tels que AB = 5, AC = 3 et BC = 1 puis tracer le triangle ABC.

Figure 1

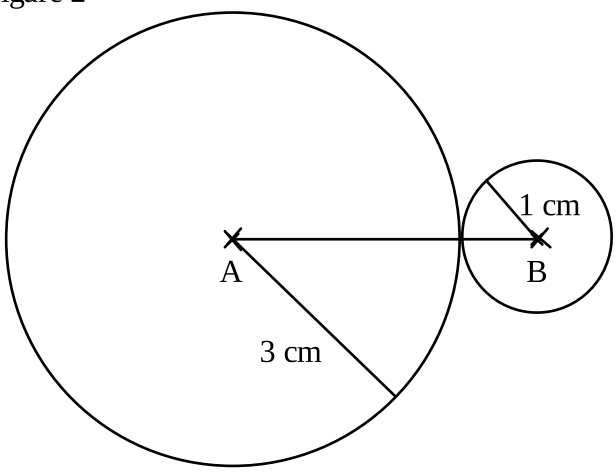


Remarques à obtenir :
Le plus grand côté est [AB] avec AB = 5 et il est trop grand …
La somme des deux autres est AC + BC = 4 …
AB > AC + BC
Les cercles n'ont aucun point commun …
On ne peut pas construire les trois points A, B et C ...
On ne peut pas tracer le triangle ABC.

Puisque 5 est trop grand, diminuons un peu et choisissons … AB = 4 !

2/ Construire les trois points A, B, C tels que AB = 4, AC = 3 et BC = 1 puis tracer le triangle ABC.

Figure 2

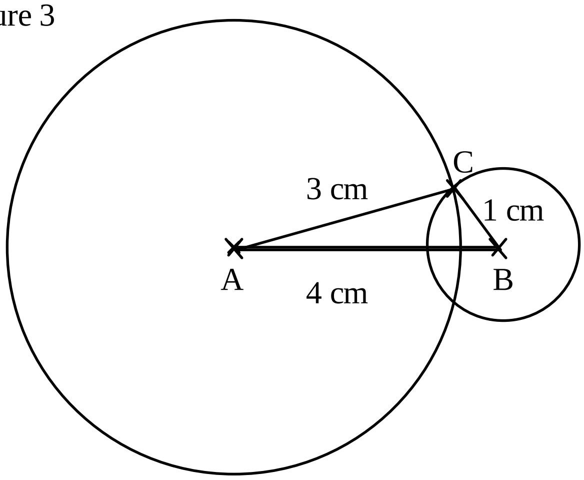


Le plus grand côté est [AB] avec AB = 4 …
La somme des deux autres est AC + BC = 4.
AB = AC + BC
Les cercles sont TANGENTS en C sur le segment [AB] …
On peut construire les trois points A, B et C ; on constate que le point C est situé sur le segment [AB] …
Mais on ne peut pas tracer le triangle ABC.

Puisque 4 est presque bon, diminuons un tout petit peu (pour garder AB le plus grand) … AB = 3,5 !

3/ Construire les trois points A, B, C tels que AB = 3,5, AC = 3 et BC = 1 puis tracer le triangle ABC.

Figure 3



Le plus grand côté est [AB] avec AB = 3,5 …
La somme des deux autres est AC + BC = 4.
Le plus grand côté est inférieur à la somme des deux autres c'est-à-dire AB < AC + BC
Les cercles sont SECANTS en deux points …
On peut construire le point C sur l'un des deux croisements …
Et cette fois-ci on peut tracer le triangle ABC.

4/ Conclusion : je peux construire trois points A, B et C lorsque la plus grande distance les séparant est inférieure ou égale à la somme des deux autres.

On dit qu'ils vérifient l'inégalité triangulaire : AB ⩽ AC + CB (si AB est la plus grande distance).

Alors si AB < AC + CB le triangle ABC existe (fig 3).
Alors si AB = AC + CB le triangle ABC n'existe pas car le point C est situé sur le segment [AB] (fig2).