

Chapitre 7 : Quotients, écritures fractionnaires

I. DIVISION DECIMALE

1/ ACTIVITES PREPARATOIRES

a/ Partage d'une ficelle de 23,8 cm en 7 morceaux de longueur égale.

Il faut effectuer $23,8 : 7$ pour obtenir le résultat en cm. On se ramène à la division euclidienne en raisonnant en mm : $238 : 7 = 34$ donc $23,8 : 7 = 3,4$.

b/ 8 personnes se partagent 14 euros. La division euclidienne ne permet pas de conclure, mais en centimes d'euros on obtient $1400 : 8 = 175$ donc $14,00 : 8 = 1,75$.

2/ BILAN

Lorsque dans une division (décimale) on rencontre la virgule dans le dividende, on la place dans le quotient et on poursuit la division.

3/ APPLICATION

Poser et effectuer les divisions suivantes et écrire les égalités multiplicatives correspondantes.

$54 : 8$; $507,71 : 7$ et $30,96 : 86$.

II. QUOTIENT, ECRITURE FRACTIONNAIRE

1/ ACTIVITE PREPARATOIRE

Marc a mis trois fois plus de temps que Jean pour faire ses devoirs. Marc a mis 5 heures.

Combien de temps Jean a-t-il travaillé ?

Cela revient à chercher le nombre manquant dans $\square \times 3 = 5$.

Ce nombre est le quotient de 5 par 3 et pour le calculer il faut effectuer la division $5 : 3$.

La division ne tombe pas juste ... Le temps de travail de Jean n'est pas une quantité décimale d'heure.

Pourtant ce temps existe sous forme décimale (et même entière) en minutes : $(5 \times 60) : 3 = 100$...

2/ DEFINITION

Le quotient d'un nombre a par un nombre b (non nul) est le nombre (exact) par lequel il faut multiplier b pour obtenir a (ou qu'il faut multiplier par b pour obtenir a).

C'est le nombre manquant dans $\square \times b = a$ ou $b \times \square = a$.

Pour le noter on utilise l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ et pour le calculer il faut effectuer la division $a : b$.

Dans certains cas, cette division s'arrête et le quotient des deux nombres est un nombre décimal (il possède un nombre fini de chiffres et éventuellement une virgule si ce n'est pas un nombre entier).

Dans d'autres cas, le résultat n'est pas un nombre décimal (il faudrait une infinité de chiffres pour l'écrire sous forme décimale ...) il faut se contenter d'un résultat décimal approché : on utilise soit une troncature soit un arrondi à un rang donné.

3/ APPLICATION

a/ Compléter :

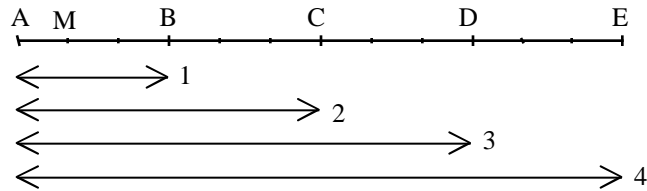
$$4 \times \frac{3}{4} = \dots ; 3 \times \frac{\dots}{3} = 11 ; \dots \times \frac{4}{5} = 4 ; 6 \times \frac{1}{\dots} = 1 ; 2 \times \frac{\dots}{\dots} = 7,3 ; 5 \times \frac{7}{\dots} = \dots$$

b/ Compléter :

	123,6957		17,545		7825,5	
	Troncature	Arrondi	Troncature	Arrondi	Troncature	Arrondi
À la dizaine						
À l'unité						
Au dixième						
Au centième						
Au millième						

4/ QUOTIENTS EGAUX

On place côte à côte quatre bâtons identiques partagés chacun en trois parties de même longueur.



Il faut ... fois la longueur AM pour obtenir l'unité de longueur AB.

AM est le nombre manquant dans : $3 \times AM = 1$. Donc AM =

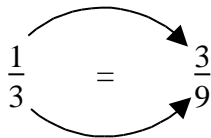
En observant AM par rapport à AC on obtient aussi : AM =

Trouver encore deux écritures fractionnaires de la longueur AM :

Les différentes écritures de la longueur AM donnent : ... = ... = ... = ...

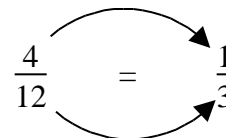
Lorsqu'on passe de AB à AD, le nombre de bâtons est

On a :



Lorsqu'on passe de AE à AB, le nombre de bâtons est

On a :



Bilan : Le quotient de deux nombres ne change pas si on multiplie ces deux nombres par un même nombre et il ne change pas non plus si on divise les deux nombres par un même nombre.

5/ APPLICATIONS

a/ Diviser un décimal par un décimal

Pour effectuer la division d'un nombre décimal par un nombre décimal, on multiplie dividende et diviseur par 10 (ou 100, ou 1000 ...) de telle sorte que le diviseur devienne entier.

Exemple : effectuer $23,45 : 3,4$ revient à effectuer $234,5 : 34$ en multipliant dividende et diviseur par 10.

b/ Diviser par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ...

Compléter :

$$17 : 0,1 = (17 \times \dots) : (0,1 \times \dots) = \dots : \dots = \dots$$

Diviser un nombre par 0,1 revient à

$$0,34 : 0,01 = (0,34 \times \dots) : (0,01 \times \dots) = \dots : \dots = \dots$$

Diviser un nombre par 0,01 revient à

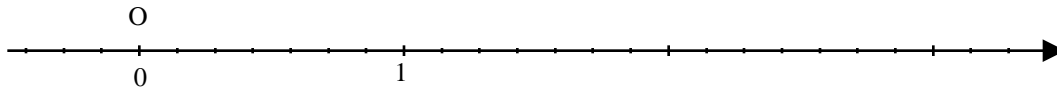
$$1,325 : 0,001 = (1,325 \times \dots) : (0,001 \times \dots) = \dots : \dots = \dots$$

Diviser un nombre par 0,001 revient à

Bilan : Diviser un nombre décimal par 0,1 (ou 0,01 : ou 0,001 etc) revient à multiplier ce nombre

III. ÉCRITURES FRACTIONNAIRES, FRACTIONS.

1/ Vocabulaire :



La droite graduée ci-dessus a été graduée en :

Placer sur la droite graduée les points d'abscisse indiquée : A($\frac{1}{7}$) ; B($\frac{2}{7}$) ; C($\frac{3}{7}$) ; D($\frac{7}{7}$) ; E($\frac{9}{7}$) ; F($\frac{11}{7}$).

Le « bas » de l'écriture fractionnaire lui donne son

Le « haut » de l'écriture fractionnaire lui donne sa

Dans l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ (b non nul) : Le nombre a s'appelle le numérateur et le nombre b s'appelle le dénominateur.

Une écriture fractionnaire au numérateur et au dénominateur entier s'appelle une fraction.

2/ Propriété :

Toute écriture fractionnaire d'un quotient peut être ramené à une fraction (en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre : 10, 100 ou 1000 ...).

Exemples : Transformer les écritures fractionnaires suivantes en fractions

$\frac{9,2}{3,4} = \frac{9,2 \dots\dots\dots}{3,4 \dots\dots\dots} =$	$\frac{0,25}{13,49} = \frac{0,25 \dots\dots\dots}{13,49 \dots\dots\dots} =$	$\frac{17}{1,4} = \frac{17 \dots\dots\dots}{1,4 \dots\dots\dots} =$
$\frac{23,55}{19} = \frac{23,55 \dots\dots\dots}{19 \dots\dots\dots} =$	$\frac{5,8}{1,684} = \frac{5,8 \dots\dots\dots}{1,684 \dots\dots\dots} =$	$\frac{17,25}{3} = \frac{17,25 \dots\dots\dots}{3 \dots\dots\dots} =$

3/ Simplification de fractions

Critères de divisibilité : Un nombre entier est divisible par

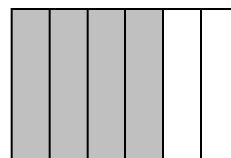
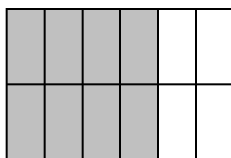
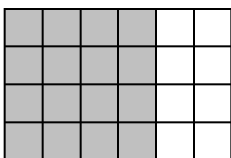
- 2 si son dernier chiffre est pair (si il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 5 si son dernier chiffre est 0 ou 5.
- 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- 10 si son dernier chiffre est 0.

Exemples d'utilisation :

a/ Cocher en fonction des critères de divisibilité :

Divisible par :	815	48	823	240	5208	360	116	7963
2								
3								
5								
9								
10								

b/ Simplifier une fraction :



Quelles fractions du rectangle représente la partie grisée ?

Quelle est la plus « compliquée » ? La plus « simple » ?

Comment passe-t-on de la première à la deuxième ?

IV. FRACTION D'UNE QUANTITE

1/ ACTIVITE PREPARATOIRE

Une personne doit toucher les trois quarts de la valeur d'un billet.

a/ Si c'est un billet d'un euro, la personne doit toucher trois quarts d'euro soit :

b/ Si c'est un billet de vingt euros, il y a plusieurs façons de faire le calcul trois quarts de vingt :

Considérer que la personne touche vingt fois plus qu'au a/ :	Calculer le quart de vingt euros puis en prendre le triple :	Calculer le triple de vingt euros puis en prendre le quart :
---	---	---

$$\frac{3}{4} \times 20 = 0,75 \times 20 = 15 \text{ €}$$

$$3 \times \frac{20}{4} = 3 \times 5 = 15 \text{ €}$$

$$\frac{3 \times 20}{4} = 60 : 4 = 15 \text{ €}.$$

2/ REGLE DE CALCUL

Pour calculer la fraction $\frac{a}{b}$ de la quantité c il y a trois possibilité (qui donnent le même résultat) :

$$\frac{a}{b} \times c = (a : b) \times c$$

$$a \times \frac{c}{b} = a \times (c : b)$$

$$\frac{a \times c}{b} = (a \times c) : b$$

Dans la pratique, on examine en premier les divisions, sinon on effectue la multiplication en espérant qu'alors la division tombe juste (sinon on est sûr que le résultat sera approximatif).

Exemples :

Calculer les quatre septièmes de : a/ 560 € ; b/ 1,33 m ; c/ 357 g.

Calculer $\frac{6}{21}$ de : a/ 42 ; b/ 6,3 ; c/ 45.

2/ POURCENTAGE D'UNE QUANTITE

Calculer t % d'une quantité revient à calculer $\frac{t}{100}$ de cette quantité.

Pour calculer un pourcentage d'une quantité, on effectue d'abord la division par 100 la plus facile puis on termine par la multiplication.

Exemples :

Sur 540 élèves d'un collège, 35 % étudient l'Espagnol. Combien cela fait-il d'élèves ?

Solde sur un pantalon coûtant 46 € : 20 %. Quel est le montant de la remise puis le nouveau prix ?