

D E C I M A L / N O N D E C I M A L

Partie 1 : introduction

Poser et effectuer les divisions suivantes jusqu'à ce que le reste soit nul, ou jusqu'à être sûr qu'elle ne s'arrêteront jamais.

$$99 : 36 \quad 43 : 7$$

Il y a donc deux types de quotients :
Écriture finie : nombre décimal
Écriture infinie : nombre non-décimal

Partie 2 : Les nombres décimaux

Il s'agit de mettre au point une méthode qui permet de prévoir si un quotient (présenté sous forme de fraction) est décimal.

Par exemple pour la fraction $\frac{99}{36}$:

1. Simplification de la fraction : $\frac{99}{36}$? — . La fraction obtenue est

Rappelons la règle de transformation des fractions :

.....
.....
...

2. Transformation de la fraction en fraction décimale, puis en écriture décimale :

$$\text{---} ? \frac{?}{?} ? \text{---} ?$$

3. Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10, qui n'est donc obtenu qu'en multipliant des 2 et des 5. Il faut donc qu'au dénominateur de la fraction initiale on ait un nombre qui soit un produit de facteurs égaux à 2 ou à 5.

Par exemples : 2 ou 4 (car $4 = \dots$) ou 5 ou 8 (car $8 = \dots$).

Rechercher tous les dénominateurs possibles de ce genre inférieurs à 50.

Application :

Déterminer, parmi les fractions suivantes, celles qui sont des nombres décimaux :

$$\frac{49}{28} \quad \frac{39}{75} \quad \frac{172}{68} \quad \frac{36}{91} \quad \frac{115}{46}$$

Partie 3 : Les nombres non-décimaux

Écriture périodique d'un quotient non-décimal

Dans le calcul du quotient de 43 par 7, un même nombre réapparaît au reste, qui fait réapparaître le même chiffre dans l'écriture du quotient. A partir de ce moment, on est sûr que la division ne s'arrêtera jamais, car la même séquence va se reproduire infiniment.

On dit que l'écriture est **périodique**; la période est de 6 pour le quotient de 43 par 7. ce nombre 6 indique que le même **groupe de 6 chiffres** peut être répété à l'infini dans l'écriture.

On ne peut donc pas écrire ce nombre, mais on peut savoir quels sont tous ses chiffres.

Par exemple, on est sûr que c'est le chiffre 1 qui occupe la première place après la virgule, mais aussi la 7^e, la 13^e, la 19^e,

Quel est le chiffre qui occupe la 27^e place après la virgule ?

Quel est le chiffre qui occupe la 1 203^e place après la virgule ?

Quel est le chiffre qui occupe la 27 000^e place après la virgule ?

Valeurs approchées ; encadrements et arrondis

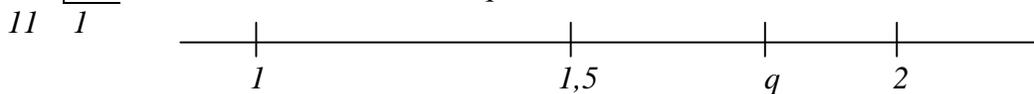
Puisque l'on ne peut pas donner une écriture décimale de ces nombres, on ne pourra qu'en donner des valeurs approchées.

Poser la division de 24 par 13.

A chaque pas de la division, écrire l'encadrement le plus simple, placer les deux valeurs qui encadrent ce quotient sur l'axe, ainsi que le "milieu" de ces deux nombres. Situer le quotient par rapport aux trois nombres placés. Et choisir parmi les deux valeurs qui encadrent celle qui est la plus proche du quotient. (on appelle q le quotient)

Exemple : au premier pas :

24 $\overline{)13}$ Encadrement à l'unité: $1 < q < 2$



Le "milieu" s'appelle en réalité la moyenne : la moyenne de 1 et 2 est 1,5; on la calcule en ajoutant les deux nombres et en divisant par 2

q est plus grand que 1,5 car le reste 11 est plus grand que la moitié de 13. (il revient au même de dire que le double du reste 11 est plus grand que le diviseur 13)

Conclusion : q est plus proche de 2 que de 1. Donc **2 est l'arrondi de q à l'unité.**

Écriture en fraction d'un nombre à écriture périodique

⋮

Appelons a le nombre à écriture infinie, de période 4, dont l'écriture commence par : 342,567567567...

Alors $(1\ 000 ? a)$ a une écriture infinie, de période 4, qui commence par : 342 567,567567

En calculant la différence $(1\ 000 ? a) - a$ les chiffres après la virgule vont disparaître et on obtient un nombre entier égal à 342 225.

Or $(1\ 000 ? a) - a$ est égal à $999 ? a$. D'où l'égalité : $999 ? a = 342\ 225$.

Conclusion : le nombre a est égal au quotient : $\frac{342225}{999}$ qui est simplifiable par 27 et est égal

à la fraction irréductible : $\frac{12675}{37}$

Rechercher de même quel quotient donne :

8,1441 1441 1441.....

22,99261 99261 99261