CHAPITRE 5
NOMBRES DECIMAUX

5.1. MESURE DES LONGUEURS; PERIMETRES

Le périmètre d'une figure est une mesure de longueur. L'origine du mot est bien sur grecque perimetros de peri "autour" et metron "mesure".
Si une ligne fermée ne se recoupe pas elle-même, elle détermine une partie intérieure et une partie extérieure. ***On appelle périmètre la longueur du tour de la figure*** *ainsi délimitée, c'est à dire la longueur de la ligne.*

Pour les polygones , il faut connaître la longueur de chacun des côtés pour pouvoir en faire la somme et ainsi calculer le périmètre.
S'il s'agit de polygones particuliers qui ont des côtés égaux, la somme des côtés égaux peut être remplacée par la multiplication de la longueur de ce côté par le nombre de ces côtés égaux. On obtient alors des ***formules*** *de calcul de périmètres.*

Pour le ***carré*** *qui a quatre côtés de même longueur , on a* $\mathbf{P = 4 \times c}$ *, formule dans laquelle P désigne le périmètre et c la longueur du côté*
Cette formule est d'ailleurs valable pour tous les losanges (qui ont leurs quatre côtés égaux).

Pour le ***rectangle*** *qui a ses côtés égaux deux à deux , et que l'on désigne habituellement par la longueur et la largeur, on a la formule* $\mathbf{P = 2 \times a + 2 \times b}$ *ou* $\mathbf{2 \times (a + b)}$ *, formule dans laquelle a et b désignent les deux dimensions.*
Cette formule est valable pour tous les parallélogrammes.

Le périmètre du disque ou longueur du ***cercle*** *: .On remarque en mesurant le tour de tous les objets "ronds" avec une ficelle que la longueur du tour est en relation avec la longueur du diamètre. Il suffit pour cela de calculer le quotient* **Erreur !** *où P désigne le périmètre et D le diamètre. On remarque que ce quotient est toujours à peu près égal au même nombre. Ce nombre qui joue un rôle important en mathématiques a été désigné par la lettre grecque* π *et a une valeur un peu supérieure à 3. On a étudié ce nombre souvent et montré qu'il a une infinité de chiffres après la virgule. On en retient souvent les deux premiers* $\pi \approx 3{,}14$.
Donc $\mathbf{L = \pi \times D}$.

Fiche d'exercices

Exercice 1

1. *La largeur d'un champ rectangulaire est 26 m. Sa longueur est le triple de la largeur . Quel est son périmètre?*
2. *Trouver la longueur du côté d'un carré ayant même périmètre que ce rectangle.*

Exercice 2

1. *Un carré a un périmètre de 1 072 m. Quelle est la longueur de son côté?*
2. *Trouver les dimensions d'un rectangle ayant même périmètre que ce carré, sachant que sa longueur est le triple de sa largeur.*

Exercice 3

Un rectangle ABCD est tel que BC = 3 cm et AB = 2 ´ BC.

- *Représenter le rectangle ABCD.*
- *Calculer son périmètre.*
- *Tracer un rectangle DCEF tel que CE = 2 ´ DC. Combien y a-il de possibilités?*
- *Dans chaque cas calculer le périmètre du rectangle ABEF.*

Exercice 4

1. *Tracer un parallélogramme MNOP tel que MN = 6 cm et NO = 4 cm.*
2. *Tracer un carré ayant le même périmètre que MNOP.*
3. *Tracer quatre rectangles ayant le même périmètre que le parallélogramme MNOP.*

Exercice 5

Le périmètre d'un rectangle EFGH est 240 mm.

a. *Sachant que EF = 10 mm, calculer EH.*
b. *Sachant que EF = 45 mm, calculer EH.*
c. *Sachant que EH = 82 mm, calculer EF.*
d. *Reporter ces résultats dans le tableau que vous compléterez.*

EF	10	22		45			80	85		110	
EH			82		60	45			27		5

Exercice 6

Calculer la longueur du cercle dans chacun des cas suivants

1. *Quand le diamètre mesure 12 cm*
2. *Quand le rayon mesure 3,8 cm.*

5.2. Les puissances de 10

Puissances de 10

Ce sont les nombres qui ne s'écrivent qu'avec des 0 et des 1 (et peut-être une virgule) .

$$10^1 = 10\ ;\ 10^2 = 10\times 10 = 100\ ;\ 10^3 = 10\times 10\times 10 = 1000$$

$$10^{-1} = 0{,}1\ ;\ 10^{-2} = 0{,}01\ ;\ 10^{-3} = 0{,}001$$

$$\boxed{10^n = 1\underbrace{0\ldots\ldots0}_{n\ \text{zéro}} \qquad 10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots\ldots0}_{n\ \text{zéro}}1}$$

*Le nombre écrit en petit en haut à droite de 10 s'appelle l'**exposant**. C'est lui qui "expose" le nombre de facteurs 10 dans le produit.*
Par exemple dans 10^4, l'exposant est 4, ce qui signifie que 10^4 s'obtient en calculant le produit où apparaît 4 fois le facteur 10 : 10 × 10 × 10 × 10 = 10 000.
L'exposant représente aussi le nombre de 0 suivant le 1 dans l'écriture décimale.
Si l'exposant contient un signe - , cela indique que le nombre est plus petit que 1; l'exposant indique alors la position du 1 après la virgule.
Par exemple, le nombre 10^{-3} s'écrit 0,001 en écriture décimale. Le 1 se trouve en troisième position après la virgule.

Décomposer un nombre selon les puissances de 10

Tout nombre entier a une écriture de position, c'est à dire une écriture dans laquelle la position des chiffres donne une indication de la valeur que prenne ces chiffres.
Dans le nombre 7 326, le chiffre 7 est le chiffre des unités de mille, le chiffre 3 celui des centaines, le chiffre 2 celui des dizaines et le chiffre 6 celui des unités.
7 326 = (7 × 1 000) + (3 × 100) + (2 × 10) + (6 × 1)
147 589 = (1 × 100 000) + (4 × 10 000) + (7 × 1 000) + (5 × 100) + (8 × 10) + (9 × 1)
2 008 = (2 × 1 000) + (8 × 1)

Multiplier par une puissance de 10 plus grande que 1

Si le nombre à multiplier est entier , on rajoute autant de 0 à droite du nombre que l'indique l'exposant .
Exemples : *541 × 100 = 54 100* *820 × 1 000 = 820 000*

Si le nombre à multiplier est à virgule, on déplace la virgule vers la droite d'autant de rangs que l'indique l'exposant
Exemples : *5,41 × 100 = 541* *0,820 × 10 000 = 8 200*

Multiplier par une puissance de 10 plus petite que 1

On déplace la virgule vers la gauche d'autant de rangs que l'indique l'exposant .
Exemples : *541 × 0,01 = 5,41*
820 × 0,000 1 = 0,082 (le dernier 0 du nouveau nombre ne s'écrit plus .)

Lien entre multiplication et division

Multiplier par 10^{-n} équivaut à diviser par 10^n. Exemple : × 0,001 c'est ÷ 1 000
Diviser par 10^{-n} équivaut à multiplier par 10^n . Exemple : ÷ 100 , c'est × 0,01

Fiche d'exercices

Exercice 1

Donner l'écriture habituelle de ces puissances de 10 :

10^5 10^{-2} 10^3 10^{-7} 10^4 10^8

10^2 10^6 10^{-4}

Exercice 2

Donner une écriture avec des puissances de 10 des nombres suivants:

0,01 10 000 0,000 01 100 000 1 000 000

0,001 1 000 000 000

Exercice 3

Multiplier les nombres suivants par 100 :

87,25 9,635 45,2105 0,0034 37 021,8 7,0094

Diviser les nombres suivants par 100 :

87,25 9,635 45,2105 0,0034 37 021,8 7,0094

Multiplier les nombres suivants par 0,001 :

1 579,3 457,08 69 000 17 542,9 24,01 31

Multiplier les nombres suivants par10^4*:*

1 579,3 457,08 69 000 17 542,9 24,01 31

Diviser les nombres suivants par 10^{-3} *:*

87,25 9,635 45,2105 0,0034 37 021,8 7,0094

Exercice 4

Décomposer les nombres suivants selon les puissances de 10 :

Exemples : 1 725 = 1 000 + 700 + 20 + 5 = 1 ´ 1 000 + 7 ´ 100 + 2 ´ 10 + 5 ´ 1 , que l'on peut écrire aussi : 1 ´ $10^3 + 7$ ´ $10^2 + 2$ ´ $10^1 + 5$ ´ 10^0

Le nombre 58 263,6 s'écrira : 5 ´ $10^5 + 8$ ´ $10^4 + 2$ ´ $10^3 + 6$ ´ $10^2 + 3 + 6$ ´ 10^{-1}

435 18,34 124 357 56 020 108,035

5.3. Comparaison des nombres

Comparer *deux nombres, c'est déterminer un ordre entre ces deux nombres. C'est donc déterminer lequel est le plus grand, ou, ce qui revient au même, lequel est le plus petit.*
Pour écrire cette comparaison, on dispose de quatre signes particuliers qui sont :

- *< qui signifie : inférieur strictement à , ou : strictement plus petit que.*
- *> qui signifie : supérieur strictement à , ou : strictement plus grand que.*
- *³ qui signifie : supérieur ou égal à , ou : plus grand que*
- *£ qui signifie :inférieur ou égal à , ou : plus petit que.*

Exemples :

1 243 > 517
10 708 < 2 541 324

Les deux signes ³ et £ peuvent s'utiliser dans la comparaison des nombres, mais cela ne présente guère d'intérêt. On les utilise pour définir une liste de nombres.
Si on parle des nombres n tels que n £ 17, cela signifie que 17 est le dernier nombre de la liste, le plus grand de tous.
Alors que si l'on parle des nombres n tels que n < 17, le nombre 17 n'est pas compris dans la liste.

Lorsque l'on veut comparer plusieurs nombres ensemble, on parle d'ordre :

- *croissant (du plus petit au plus grand).*
- *décroissant (du plus grand au plus petit).*

Par exemple :
10,3 < 15 < 32,09 < 65,324 < 0145 < 888,301 est une liste rangée par ordre croissant.
1 000 > 921,306 > 855,4795 > 327,77 > 10 est une liste rangée par ordre décroissant.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Supprimer les 0 inutiles dans les écritures des nombres suivants :

0, 120 12 000, 08 0,0200 42,500 4,250 00,0124

15,87000 06,240080 30,024710 0000,12014 0,000

Exercice 2

Comparer deux à deux les nombres suivants:

14,742 et 14,728

65,201 et 65,18

12,9934 et 12,995

0,3214 et 0,3168

Exercice 3

Ranger par ordre croissant les listes suivantes

- *95; 254; 2314; 02485; 1024; 36520; 1475; 2698; 03254; 7842; 03215; 22012*
- *12,01; 54,03; 10,48; 20,39; 67,31; 9,24; 3,41*
- *17 254; 12 451; 10 957; 34 341; 98 245; 30 104*
- *0,002; 0,048; 0,0364; 0,14025; 0,0248; 0,00069; 0,000493*

Exercice 4

Compléter par un nombre entier (donner la liste de toutes les possibilités lorsqu'il y en a plusieurs):

8,214 < ....< 9,4

4,725 < ....< 6,04

2,5 < ....< 10,04

11,8 < ....< 13,05

19,24 < ....< 19,608

201,608 < ....< 203,07

65,24 < ....< 67,09

348,107 < ....< 350

18 < ....< 19,01

0,008 < ....< 4

Exercice 5

Ranger par ordre décroissant les listes suivantes

- *12; 15 ; 19 ; 31; 27; 19,7; 10,28; 37,9;*
- *1 000; 10 007; 997; 342; 678; 124; 657; 867,6*

Fiche de méthode

M1 : Changements d'unités; problèmes de périmètres.

*L'unité de base des longueurs est le mètre (abréviation : **m**)*
Les unités dérivées du mètre sont :

- *ces multiples qui utilisent des préfixes d'origine grecque:*
  - *Le décamètre : déca : dix. Abréviation : dam . 1 dam = 10 m.*
  - *L'hectomètre: hecto : cent. Abréviation : hm . 1 hm = 10 dam = 100 m*
  - *Le kilomètre : kilo : mille. Abréviation : km . 1 km = 10 hm= 100 dam = 1 00 m.*
- *ces sous-multiples qui utilisent des préfixes d'origine latine:*
  - *le décimètre : déci : dix. Abréviation : dm. 1 m = 10 dm.*
  - *Le centimètre : centi : cent. Abréviation : cm. 1 m = 10 dm = 100 cm.*
  - *Le millimètre : milli : mille. Abréviation : mm. 1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm.*

Pour changer d'unité de longueur, on multiplie ou on divise par 10 à chaque nouvelle unité.

Si on utilise une unité plus grande, la mesure sera plus petite.
Si on utilise une unité plus petite, la mesure sera plus grande.

Nombre plus grand	*Nombre plus petit*
42 dam = 4 200 dm	*5 300 cm = 53 m*
Unité plus petite	*Unité plus grande*

Exercice

- *Exprimer en mètres les sommes de longueurs suivantes :*

a) 53 hm + 27 dam + 36 m
b) 12 km + 352 dam + 320 m
c) 5 km + 17 hm + 360 dam + 50 m
d) 3 km + 100 hm + 250 dam + 3 000 m

- *Exprimer en cm les sommes de longueurs suivantes :*

a) 280 mm + 32 cm + 5 m
b) 3 500 mm + 3 m + 240 dm + 18 cm
c) 3 m + 9 dm + 35 cm + 400 mm
d) 29 m + 3 500 mm + 2 cm + 5 dam

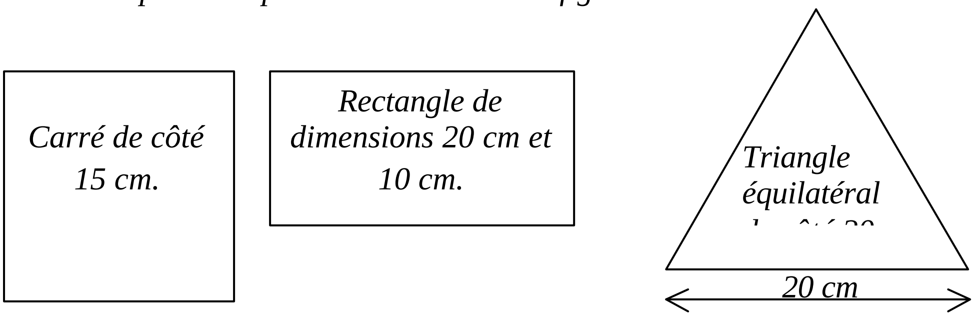
Fiche de méthode

<u>Problèmes de périmètres.</u>

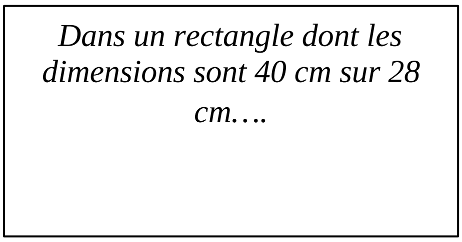
On appelle périmètre la longueur du ***tour*** *de la figure, c'est à dire la longueur de la ligne.*

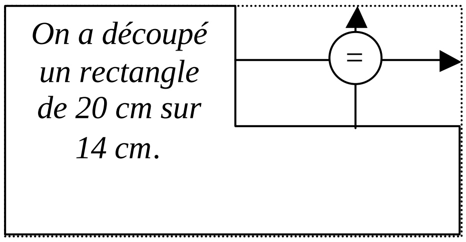
<u>Le périmètre n'a pas toujours de rapport avec la forme.</u>

Calculer et comparer les périmètres de ces trois figures.



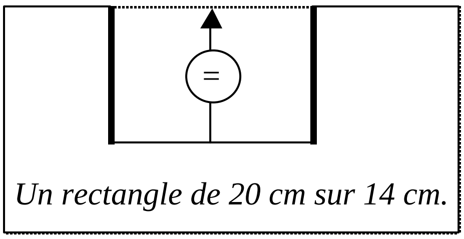
<u>Le périmètre peut ne pas changer ou augmenter quand la surface paraît plus petite.</u>

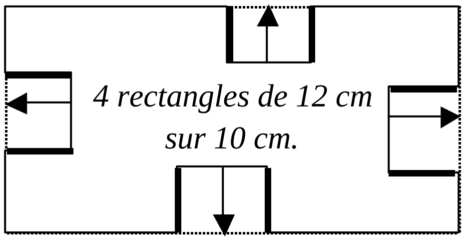




P = 2 ´ 40 + 2 ´ 28 = 136 cm

Le périmètre n'est pas modifié car par déplacement on peut retrouver les mêmes dimensions



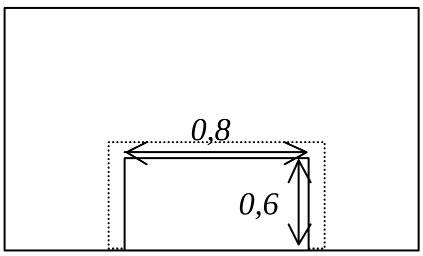


Par déplacement, la longueur 20 cm permet de reformer le rectangle initial.
Le périmètre augmente donc de 2 fois 14 cm (les deux mesures en trait épais).

Par déplacement, les longueurs 12 cm permettent de reformer le rectangle initial.
Le périmètre augmente donc de 8 fois 10 cm (les deux mesures en trait épais).

<u>Exercice</u>

Dans un rectangle de périmètre 12,60 m, on découpe un rectangle dont les dimensions sont 0,8 m sur 0,6 m (voir dessin).
Quel est le périmètre de la surface ainsi obtenue?
Sur le bord de la partie découpée, on découpe maintenant une bande de 10 cm de large (en pointillé). Quel est le périmètre de la nouvelle surface obtenue?



5.4. CALCUL DU PRODUIT

Rappelons les points essentiels de la technique de la multiplication des nombres à virgule.

Le seul problème nouveau par rapport au calcul des produits de nombres entiers est le problème de la virgule.

Nous avons vu les règles de multiplication par les puissances de 10 que nous allons utiliser maintenant.

Prenons un exemple.

Pour calculer le produit suivant : 4,32 ´ 17,1, comment procède-t-on?

On peut traiter séparément le problème des chiffres du produit et le problème de la virgule en utilisant les puissances de 10.

4,32 = 432 ´ 0,01 et 17,1 = 171 ´ 0,1.

Donc 4,32 ´ 17,1 = 432 ´ 0,01 ´ 171 ´ 0,1.

Utilisons la propriété de commutativité du produit qui nous permet de modifier l'ordre des facteurs; on obtient alors :

4,32 ´ 17,1 = (432 ´ 0,01) ´ (171 ´ 0,1) = (432 ´ 171) ´ (0,01 ´ 0,1).

Il reste à calculer d'une part le produit 432 ´ 171, et d'autre part le produit 0,01 ´ 0,1.

Ce produit 0,01 ´ 0,1 sert à compter le nombre de chiffres après la virgule. 0,01 indique qu'il y a deux chiffres après la virgule dans le nombre 4,32. Et 0,1 indique qu'il y a un chiffre après la virgule dans le nombre 17,1.

Le produit 0,01 ´ 0,1 est égal à 0,001, ce qui indique qu'il y aura trois chiffres après la virgule dans le produit. C'est que l'on résume habituellement en disant que l'on "ajoute" les nombres de chiffres après la virgule de chacun des facteurs.

Finalement,

4,32 ´ 17,1 = 432 ´ 0,01 ´ 171 ´ 0,1 = 432 ´ 171 ´ 0,01 ´ 0,1 = 73 872 ´ 0,001 = 73,872.

Exercice

Effectuer les calculs suivants :

7254,2	6349,8	2874,9	4765,7
× 74	× 98	× 59	× 78

3898,4	2794,7	3456,8	5789,5
× 49	× 58	× 87	× 69

5456	7679	6584	9378
× 39,2	× 53,4	× 67,9	× 83,6

7,501	8,609	12,025	6,508
× 302,3	× 409,7	× 507,8	× 409,07

5.5. TRANSFORMATION DU PRODUIT

Si on ***multiplie*** *un facteur d'un produit par un nombre, le produit est multiplié aussi par ce même nombre.*

$6 \times 7 = 42$ *et* $(6 \times \mathbf{5}) \times 7 = (6 \times 7) \times \mathbf{5} = 42 \times \mathbf{5}$. *On multiplie un facteur par 5, le produit est multiplié par 5*
$13 \times 4 = 52$ *et* $13 \times (4 \times \mathbf{7}) = (13 \times 4) \times \mathbf{7} = 52 \times \mathbf{7}$. *On multiple un facteur par 7, le produit est multiplié par 7.*

<u>Conséquence</u> <u>pour</u> <u>le</u> <u>quotient</u> <u>:</u>
7 est le quotient de 42 par 6, mais aussi de $42 \times \mathbf{5}$ *par* $6 \times \mathbf{5}$.
13 est le quotient de 52 par 4, mais aussi de $52 \times \mathbf{7}$ *par* $4 \times \mathbf{7}$.

> ***On ne change pas la valeur d'un quotient lorsque l'on multiplie, ou lorsque l'on divise, le dividende et le diviseur par le même nombre.***

<u>Exemples</u> :

$4800 : 600 = 48 : 6$. *On divise les deux nombres par 100 en supprimant les deux 0.*
$90 : 54 = 5 : 3$ *car* $90 = 5 \times \mathbf{18}$ *et* $54 = 3 \times \mathbf{18}$. *On divise les deux nombres par 18.*
$52 : 4 = 1\,300 : 100$ *car* $1\,300 = 52 \times \mathbf{25}$ *et* $100 = 4 \times \mathbf{25}$. *On multiplie les deux nombres par 25*

Si on multiplie plusieurs facteurs d'un produit par différents nombres, le produit a été multiplié par le produit de tous les nombres par lesquels on a multiplié.

$4 \times 7 = 28$ *et* $(4 \times \mathbf{5}) \times (7 \times \mathbf{3}) = 28 \times \mathbf{15}$ *car* $3 \times 5 = 15$
$6 \times 9 \times 11 = 594$ *et* $(6 \times \mathbf{2}) \times (9 \times \mathbf{3}) \times (11 \times \mathbf{5}) = 594 \times \mathbf{30}$ *car* $2 \times 3 \times 5 = 30$

Fiche d'exercices

Exercice 1

1. *On multiplie le premier facteur d'un produit par 3 et le second facteur par 4. Comparer le produit obtenu au premier produit. Donner une vérification sur deux exemples.*

2. *Un produit contient quatre facteurs. On multiplie chacun de ces facteurs par 3. Par combien est multiplié le produit?*

3. *Un produit contient deux facteurs. On multiplie le premier par 4 et on divise le second par 2. Donner trois exemples.*
   Que se passe-t-il pour le produit lui-même?

Exercice 2

A partir de la première égalité proposée, compléter les suivantes :

12 ´ 35 = 420	*21 ´ 42 = 882*	*75 ´ 18 = 1 350*	*36 ´ 15 = 540*
6 ´ …… = 420	*7 ´ …… = 882*	*25 ´ …… = 1 350*	*9 ´ …… = 540*
4 ´ …… = 420	*3 ´ …… = 882*	*15 ´ …… = 1 350*	*4 ´ …… = 540*
3 ´ …… = 420	*…… ´ 6 = 882*	*3 ´ …… = 1 350*	*18 ´ …… = 540*
…… ´ 5 = 420	*…… ´ 7 = 882*	*5 ´ …… = 1 350*	*…… ´ 5 = 540*
…… ´ 7 = 420		*…… ´ 9 = 1 350*	*…… ´ 3 = 540*
		…… ´ 6 = 1 350	*…… ´ 30 = 540*
		…… ´ 2 = 1 350	*180 ´ …… = 540*

Exercice 3

Classer ces produits en regroupant ceux qui sont égaux. Monter comment on peut retrouver ces égalités sans effectuer les calculs des produits :

21 ´ 42	*5 ´ 18*	*2 ´ 210*	*9 ´ 10*	*7 ´ 126*
7 ´ 60	*3 ´ 30*	*49 ´ 18*	*6 ´ 70*	*6 ´ 147*
4 ´ 105	*15 ´ 6*	*5 ´ 84*	*14 ´ 63*	*12 ´ 35*

Exercice 4

Classer ces quotients en regroupant ceux qui sont égaux (utiliser les résultats de l'exercice précédent):

Erreur !	***Erreur !***	***Erreur !***	***Erreur !***	***Erreur !***
Erreur !	***Erreur !***	***Erreur !***	***Erreur !***	***Erreur !***
Erreur !	***Erreur !***	***Erreur !***		

5.6. QUOTIENT ET PRODUIT

De même que les opérations d'addition, de soustraction ou de multiplication permettent d'en trouver un troisième à partir de deux nombres connus, quand on divise un nombre par un autre, on obtient leur quotient.
Nous avons déjà traité des problèmes de division entre entiers, et étudié les problèmes de divisibilité.
Rappelons pour mémoire que la division par 0 n'a pas de sens.
Et rappelons la définition du quotient d'un nombre a par un nombre b:

Le quotient d'un nombre a par un nombre b est le nombre q (comme quotient) tel que le produit de q par b est égal à a. Ce que l'on écrit : a ¸ b = q si b ´ q = a

Autrement dit, le problème de la division est surtout un problème de multiplication. Donc, pour pouvoir facilement calculer des quotients, il faut être à l'aise avec les produits, et en particulier les tables de multiplication.
<u>Exemples:</u>

- *170 : 34 = 5 car 5 ´ 34 = 170*
- *12,8 ´ 5,34 = 68,352, donc 68,352 ¸ 5,34 = 12,8 et 68,352 ¸ 12,8 = 5,34.*

Rappelons aussi une règle essentielle pour la suite de la leçon :

La valeur d'un quotient n'est pas modifiée si l'on multiplie ou divise les deux nombres par le même facteur.

<u>Exemples</u>

- *18,4 ¸ 5,12 = 9,2 ¸ 2,56 = 4,6 ¸ 1,28 = 2,3 ¸ 0,64 (on a divisé les deux nombres trois fois de suite par 2, c'est à dire en tout par 8; le quotient, lui, est toujours le même)*
- *136,17 ¸ 25 = 544,68 ¸ 100 (on a multiplié les deux nombres par 4)*

Exercice

Dans chaque cas, on donne un calcul (produit ou quotient) il faut donner les deux autres qui utilisent les mêmes nombres .

Produit	Quotient 1	Quotient 2
3,6 × 1,7 = 6,12		
	42 ÷ 7 = 6	
		250 ÷ 12,5 = 20
		315 ÷ 45 = 7
0,54 × 31 = 16,74		
		971,7 ÷ 8,2 = 118,5
12,1 × 64 = 774,4		
	0,2652 ÷ 0,17 = 1,56	
	42,1689 ÷ 1,31 = 32,19	
8,346 × 3,8 = 31,7148		
		15,162 ÷ 2,66 = 5,7
	122,362 ÷ 19,3 = 6,34	
18,5 × 0,012 = 0,222		
	6 937,2 ÷ 94 = 73,8	
34,95 × 0,056 = 1,9572		
		2 079,66 ÷ 411 = 5,06

Fiche de méthode

Objectif

M2 : Étude du quotient

Exercice 1 :

Calculer le produit 3,8 ´ 6,5

Pour la somme de 24,7 Fr., je peux acheter 6 kilos et demi de pommes de terre ou bien 3 kilos 800 grammes d'oranges. Quel est le prix au kilo des pommes de terre et des oranges? (Écrire les calculs et donner les résultats correspondants)

Dans chaque cas, on donne un calcul (produit ou quotient) il faut donner les deux autres qui utilisent les mêmes nombres .

Produit	*Quotient 1*	*Quotient 2*
3,6 ´ 1,7 = 6,12		
0,54 ´ 31 = 16,74		
12,1 ´ 64 = 774,4		
	6 937,2 ¸ 94 = 73,8	

Exercice 2 :

1.Tracer un rectangle de 3 sur 5. Calculer l'aire de ce rectangle.

2.Tracer un rectangle de 3 sur 15. Calculer l'aire de ce rectangle et la comparer au premier rectangle. ***Conclusion*** *: Si on multiplie l'un des facteurs par 3, le produit ……*

3.Tracer un rectangle de 9 sur 15. Calculer l'aire de ce rectangle et la comparer au premier rectangle. ***Conclusion*** *: Si on multiplie les deux facteurs par 3, le produit ……*

Exercice 3 :

1.On multiplie le premier facteur d'un produit par 3 et le second facteur par 4. Comparer le produit obtenu au premier produit. Donner une vérification sur deux exemples.

2.Un produit contient quatre facteurs. On multiplie chacun de ces facteurs par 3. Par combien est multiplié le produit ?

Exercice 4 :

Compléter les produits dans ce tableau.

Produit donné			
17´ 4 = 68	*17 ´ 8 =*	*17 ´ 16 =*	*17 ´ 24 =*
10 ´ 3 = 30	*20 ´ 3 =*	*15 ´ 3 =*	*17 ´ 3 =*
3,6 ´ 1,7 = 6,12	*36 ´ 1,7 =*	*72 ´ 1,7 =*	*360 ´ 1,7 =*
7 ´ 11 = 77	*14 ´ 11 =*	*35 ´ 11 =*	*56 ´ 11 =*

Fiche de méthode

Pour chaque ligne de ce tableau, on peut écrire quatre quotients égaux :

ligne	*Quotients égaux*
1.	——— = ——— = ——— = ———
2.	——— = ——— = ——— = ———
3.	——— = ——— = ——— = ———
4.	——— = ——— = ——— = ———

<u>Exercice 5</u>

Simplifier les quotients suivants; c'est à dire diviser le diviseur et le dividende par un même nombre lorsque c'est possible afin d'obtenir des nombres plus simples.

63 : 27 *45 : 35* *612 : 36* *625 : 75* *28 : 49*

5.7. ORDRE DE GRANDEUR DU QUOTIENT

Avec le développement de l'utilisation(fort regrettable) des machines à calculer, on s'est aperçu que beaucoup de personnes faisaient une confiance aveugle dans les résultats que proposent ces machines, sans avoir la moindre idée du résultat espéré, surtout quand il s'agit de calculs un peu compliqués. Le but est ici de mettre au point des méthodes pour pouvoir, sans effectuer les calculs exactement, avoir une idée du résultat à venir.

Par exemple : Si le prix d'une maison est 1 254 680 Fr., on peut, dans certaines circonstances dire que ce prix est "autour de 1 million deux cent mille francs". Une plus grande précision n'est pas toujours nécessaire. On aurait également pu dire "autour de 1 million trois cent mille francs". Il n'y a pas de règle stricte pour ce genre de problème.

<u>Évaluer l'ordre de grandeur d'un quotient.</u>

Soit à calculer le quotient : 6 524 ¸ 367.
On va déterminer ***l'ordre de grandeur*** *de ce quotient de la manière suivante:*
On remplace chacun des nombres par une valeur approchée qui ne comporte qu'un seul chiffre et des 0 : 6 524 par 6 000 ou 7 000 et 367 par 400. Et on calcule le quotient de ces deux valeurs approchées 6 000 ¸ 400 = 60 ¸ 4 = 15. On peut donc prévoir que le quotient ne sera pas très éloigné de ce nombre 15.

D'autres exemples:

quotient à calculer	*valeurs approchées utilisées*	*quotient des valeurs approchées = ordre de grandeur*	*quotient obtenu par un calcul habituel*
12 725 : 48,967	*12 725 ® 13 000* *48,967 ® 50*	*13 000 : 50 = 260*	*259,86889.....*
3,0265 : 892,3217	*3,0265 ® 3* *892,3217 ® 900*	*3 : 900 » 0,0033*	*0,00339......*
18,405 : 0,235	*18,405 ® 20* *0,235 ® 0,2*	*20 : 0,2 = 100*	*78,319.....*
67,324 : 0,00368	*67,234 ® 70* *0,00368 ® 0,004*	*70 : 0,004 = 17 500*	*18 294,565.....*
0,964 : 116	*0,964 ® 1* *116 ® 100*	*1 : 100 = 0,01*	*0,00831.....*

Fiche d'exercices

Exercice 1

Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

Nombre	Ordre de grandeur		Nombre	Ordre de grandeur
14,985			*9 324,85*	
68 241			*851,63201*	
74,69521			*85 245 324*	
99 584			*58,3647*	
6 301,8394			*312,862791*	

Exercice 2

Donner un ordre de grandeur des produits suivants :

95,34 ´ 34,83

106,97 ´ 0,786

2 751 ´ 99,8

44 ´ 666,83102

0,038 ´ 4 763

19,3068 ´ 9 875,421

0,000248 ´ 68 754 214

687,95124 ´ 3 847,964

0,967 ´ 0,86754

11 258,32 ´ 625 241,38

Exercice 3

Donner un ordre de grandeur des quotients suivants :

95,34 ¸ 34,83

106,97 ¸ 0,786

2 751 ¸ 99,8

44 ¸ 666,83102

0,038 ¸ 4 763

19,3068 ¸ 9 875,421

0,000248 ¸ 68 754 214

687,95124 ¸ 3 847,964

0,967 ¸ 0,86754

5.8. Calcul du quotient

Lorsque l'on calcule un quotient avec des décimaux, on cherche toujours à se ramener à un calcul avec des entiers ; il y a trois cas qui se présentent

1 Les deux nombres ont autant de décimales (de chiffres après la virgule)

En multipliant les deux nombres par la puissance de 10 convenable, on aura une division entre deux nombres entiers :

Exemples :

28,08 ¸ 4,32 = 2 808 ¸ 432 (on a multiplié les deux nombres par 100)

710,511 ¸ 12,802 = 710 511 ¸ 12 802 (on a multiplié les deux nombres par 1 000)

2. Il y a plus de décimales au dividende qu'au diviseur.

En multipliant les deux nombres par la puissance de 10 convenable, on transforme le diviseur en nombre entier.

Exemples :

28,08 ¸ 4,3 = 280,8 ¸ 43 (on a multiplié les deux nombres par 10)

710,511 ¸ 12,8 = 71 051,1 ¸ 128 (on a multiplié les deux nombres par 10)

3. Il y a plus de décimales au diviseur qu'au dividende.

En multipliant les deux nombres par la puissance de 10 convenable, on transforme le diviseur en nombre entier.

Exemples :

28,08 ¸ 4,307 = 28 080 ¸ 4 307 (on a multiplié les deux nombres par 1 000)

710,5 ¸ 0,128 = 710 500 ¸ 128 (on a multiplié les deux nombres par 1 000)

Dans tous les cas, il est plus simple de s'arranger pour faire disparaître la virgule du diviseur.

Fiche d'exercices

<u>Exercice 1</u>

Effectuer les calculs des quotients permettant de compléter le tableau suivant :
Dans chaque case, on donnera le nom q au quotient et on utilisera la notation présentée dans l'exemple.

Quotient	***Encadrements***			
	à l'unité	*au dixième*	*au centième*	*au millième*
732 ¸ 45	***16 < q < 17***			
67 ¸ 34				
341 ¸ 17				
624 ¸ 92				
865 ¸ 35				
9 200 ¸ 46				
11 117 ¸ 99				
852 ¸ 27				
967 ¸ 66				

<u>Exercice</u>

Effectuer les calculs suivants

25678 | 7,4	*5658,48 | 87*	*234,764 | 7,6*	*80,9565 | 93*
410827 | 47	*4583,74 | 58*	*36,8322 | 0,46*	*3,93528 | 570*

5.9. NOMBRE DECIMAUX; ARRONDIS

485 | 37
115 | 13,108..
❹0
300
❹

Le reste 4 réapparaît ; la division ne s'arrête pas .
Le quotient ne peut être écrit avec tous ses chiffres car son écriture est illimitée .(elle est pourtant prévisible). Ce n'est pas un nombre décimal.

Définition *: Un nombre décimal est un nombre dont on peut écrire tous les chiffres.*

Exemples : *nombres décimaux sans virgule : les entiers*
nombres décimaux avec virgule : 77,875
nombres non décimaux : impossible de les écrire .

Tous les nombres que l'on peut écrire sont donc des nombres décimaux. Les nombres qui ne sont pas décimaux ne peuvent pas être écrits, mais ils peuvent être décrits. Par exemple on peut parler du quotient de 2 par 3 en expliquant qu'il s'écrit avec un 0 suivi d'une virgule et d'une suite infinie de 6, mais il est impossible de l'écrire.
Le problème se pose essentiellement pour les quotients. Pour savoir si un quotient est ou non décimal, il faut effectuer le calcul du quotient. Deux possibilités :

- *le calcul s'arrête avec un reste nul : le quotient est décimal.*
- *Le même reste réapparaît une nouvelle fois : le quotient ne sera pas décimal.*

Encadrer un quotient

18 944 | 37
44 | 512
74
0

623 | 8
63 | 77,875
70
60
40
0

18 944 = 37 ´ 512. Il n'y a pas lieu de donner un encadrement pour ce quotient qui est exact. La division est euclidienne (ou entière)

Si on appelle q le quotient de 623 par 8:
623 = 8 ´ 77 + 7 *On peut écrire : 77 < q < 78 (encadrement à l'unité)*
623 = 8 ´ 77,8 + 0,6 *On peut écrire : 77,8 < q < 77,9 (encadrement au dixième)*
623 = 8 ´ 77,87 + 0,04 *77,87 < q < 77,88 (encadrement au centième)*
623 = 8 ´ 77,875 *Il n'y a plus lieu de faire d'encadrement car maintenant la division tombe juste. La division "s'arrête" quand le reste devient nul .*
*77,875 est le **quotient ("exact")** de 623 par 8 .*

Fiche d'exercices

Exercice 1

Effectuer les calculs des quotients suivants pour déterminer s'ils sont décimaux ou non décimaux.

675 ¸ 11
862 ¸ 21
1 245 ¸ 25
9 681 ¸ 3
7 265 ¸ 13
35 ¸ 48

Exercice 2

Prévoir que certains quotients sont décimaux (le dividende est entier)

- *Dans la division par 2*

Calculer les quotients de 1, de 2, de 3 par 2. Quelles sont les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 2?

- *Dans la division par 3*

Calculer les quotients de 1, de 2, de 3, de 4 par 3. Quelles sont les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 3?

- *Dans la division par 4*

Calculer les quotients de 1, de 2, de 3, de 4, de 5 par 4. Quelles sont les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 4?

- *Dans la division par 5*

Calculer les quotients de 1, de 2, de 3, de 4, de 5, de 6 par 5. Quelles sont les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 5?

A partir de ces résultats, on peut prévoir que certains quotients seront des nombres décimaux. Rédiger une conclusion pour les quotients d'entiers par 2, par 3, par 4 et par 5.

Exercice 3

Effectuer le calcul des quotients suivants et selon les cas donner :

- *l'écriture décimale du quotient*
- *un encadrement au centième lorsque le quotient n'est pas décimal.*

1 200 ¸ 75
371 ¸ 8
9 645 ¸ 24
587 ¸ 37
1 522 ¸ 96

Fiche de méthode

Objectif

M3 : La distributivité

Description d'un calcul de produit :

Que calcule – t – on lorsque l'on pose l'opération : 472 ´ 615 ?

			4	7	2	
		´	6	1	5	
		2	3	6	0	*: 5 ´ 472*
		4	7	2	0	*: 10 ´ 472. On décale en général l'écriture sans marquer le 0*
2	8	3	2	0	0	*: 600 ´ 472. On décale en général l'écriture sans marquer les 0*
2	9	0	2	8	0	*Enfin on ajoute les trois résultats partiels; c'est à dire que l'on calcule : 5 ´ 472 + 10 ´ 472 + 600 ´ 472*

On décompose donc (par habitude, sans plus se poser la question) le deuxième nombre 615 selon les puissances de 10. Et on effectue le produit de 472 par chacun des termes composants le nombre 615.

Résumons : 472 ´ 615 = 472 ´ (5 + 10 + 600) = 5 ´ 472 + 10 ´ 472 + 600 ´ 472

On dit que l'on a développé le produit 472 ´ 615

La distributivité

1. *Si on cherche à calculer le **double** du nombre 83, on peut facilement comprendre que 83 est la somme de 80 et de 3. Et pour calculer le double de 83, il suffit d'ajouter les doubles de 80 et de 3, ce qui se traduit par écrit de la manière suivante:*
   2 ´ 83 = 2 ´ (80 + 3) = 2 ´ 80 + 2 ´ 3 = 160 + 6 = 166
   La calcul du produit est remplacé par le calcul d'une somme où les termes sont des produits facilement calculables.
2. *Si on cherche à calculer le **triple** du nombre 199, on peut facilement comprendre que 199 est la différence 200 - 1. Et pour calculer le triple de 199, il suffit de soustraire le triple de 1 au triple de 200, ce qui se traduit par écrit de la manière suivante:*
   3 ´ 199 = 3 ´ (200 - 1) = 3 ´ 200 - 3 ´ 1 = 600 - 3 = 597.
   La calcul du produit est remplacé par le calcul d'une différence où les termes sont des produits facilement calculables.

*On emploie l'expression **distributivité** pour exprimer cette propriété qui consiste à remplacer un produit par une somme, ou une somme par un produit. Il faudrait dire : "distributivité du produit sur la somme", car il n'y a que pour de tels calculs que cette propriété existe.*

On la traduit par une écriture littérale où les lettres a, b et c représentent des nombres quelconques :

$$a ´ (b + c) = a ´ b + a ´ c$$
$$\text{et} \quad a ´ (b - c) = a ´ b - a ´ c$$

Fiche de méthode

Exercice 1

Développer un produit

On ***développe*** *le produit 47 ´ 41 en l'écrivant sous la forme d'une somme :*

47 ´ 41 = 47 ´ (1 + 40) = 47 ´ 1 + 40 ´ 47

a) *Vérifier que ces deux organisations du calcul donnent le même résultat:*

b) *Compléter les développements suivants et vérifier que les résultats sont identiques par les deux manières:*

3,5 ´ (4,7 + 5,3) = 3,5 ´ .... + 3,5 ´ ....

0,75 ´ (4,85 – 0,85) = 0,75 ´ .... – ....´ 0,85

Exercice 2

Développer les produits :

12 ´ (9,37 + 0,63) =

4,8 ´ (9,3 + 0,7) =

9,5 ´ (7,2 – 3,2) =

4,7 ´ (19,3 – 9,3) =

Exercice 3

Compléter les développements suivants:

4 ´ (7 + ...) = 4 ´ ..... + 4 ´ 13

0,02 ´ (..... - .....) = 2 - 0,2

..... ´ (..... + 1,4) = 3,5 ´ 2,6 + ... ´ .....

Exercice 4

Factoriser une somme*:*

On ***factorise*** *la somme 0,8 ´ 4,5 + 0,8 ´ 5,5 en l'écrivant sous la forme d'un produit*

0,8 ´ 4,5 + 0,8 ´ 5,5 = 0,8 ´ (4,5 + 5,5)

Vérifier que les deux manières donnent le même résultat.

Exercice 5

Factoriser les expressions:

7 ´ 15,6 + 7 ´ 4,4 =

1,2 ´ 24,5 - 1,2 ´ 4,5 =

20,4 ´ 93 - 20,4 ´ 3 =

Exercice 6

Compléter les factorisations suivantes:

25 ´ 9 + 25 ´ ..... = ... ´ (..... + 91)

3,7 ´ 2,4 - 3,7 ´ ..... = (..... - 1,4) ´ .....

0,05 ´ ..... + 0,05 ´ ..... = ... ´ (100 + 10)

CORRIGE DES EXERCICES CHAPITRE 5
NOMBRES DECIMAUX

5.1 Mesure des longueurs ; périmètres

Exercice 1

Le périmètre d'un rectangle se calcule au moyen de la formule : P = 2 ´ (L + l) où L est la longueur et l la largeur. l = 26 m et L = 3 ´ l = 3 ´ 26 = 78 m. Donc P = 2 ´ (26 + 78) = 2 ´ 104 = 208 m

Le périmètre d'un carré se calcule au moyen de la formule P = 4 ´ c où c représente la longueur du côté ; donc c = ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 52 m.*

Exercice 2

C = ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 268 m.*

P = 2 ´ (L + l) . Si L = 3 ´ l , alors P = 2 ´ (3 ´ l + l) = 2 ´ (4 ´ l) = 8 ´ l. Donc l = ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 134 m et L = 3 ´ 134 = 402 m.*

Exercice 3

Le rectangle ABCD a pour périmètre 2 ´ (AB + BC) = 2 ´ (6 + 3) = 18 cm.
Pour le rectangle DCEF, il y a deux possibilités :
1. C est entre B et E. Alors ABEF est un rectangle de dimensions 6 cm sur 15 cm. Son périmètre est donc égal à 42 cm
2. B est entre C et E . Alors ABEF est un rectangle de dimensions 6 cm sur 9 cm. Son périmètre est donc égal à 30 cm

Exercice 4

Tous ces quadrilatères ont pour périmètres 20 cm. Le carré a donc pour côté 5 cm. Les rectangles peuvent avoir pour dimensions , par exemple : 6 cm et 4 cm , ou bien 7,2 cm et 2,8 cm ou toute possibilité telle que la somme de ces deux dimensions soit égale à 10 cm.

Exercice 5

Sachant que EF **=** *10 mm, calculer EH = (240 - 2 ´ 10) ¸ 2 = 110 mm*
Sachant que EF **=** *45 mm, calculer EH = (240 - 2 ´ 45) ¸ 2 = 75 mm*
Sachant que EH **=** *82 mm, calculer EF = (240 - 2 ´ 82) ¸ 2 = 38 mm*

EF	*10*	*22*	***38***	*45*	***60***	***75***	*80*	*85*	***93***	*110*	***115***
EH	***110***	***98***	*82*	***75***	*60*	*45*	***40***	***35***	*27*	***10***	*5*

Exercice 6

Quand le diamètre mesure 12 cm ; P = ***p*** *´ 12 » 37,7 cm*
Quand le rayon mesure 3,8 cm. ; P = 2 ´ ***p*** *´ 3,8 » 23,9 cm*

✵ ✵ ✵ ✵ ✵

5.2 Les puissances de 10

Exercice 1

10^5 = 100 000 10^{-2} = 0,01 10^3 = 1 000 10^{-7} = 0,0000001 10^4 = 10 000
10^8 = 100 000 000 10^2 = 100 10^6 = 1 000 000 10^{-4} = 0,0001

Corrigés des exercices

Exercice 2

$0{,}01 = 10^{-2}$ $10\,000 = 10^{4}$ $0{,}000\,01 = 10^{-5}$ $100\,000 = 10^{5}$

$1\,000\,000 = 10^{6}$ $0{,}001 = 10^{-3}$ $1\,000\,000\,000 = 10^{9}$

Exercice 3

Multiplier les nombres suivants par 100 :

$87{,}25 \times 100 = 8\,725$ $9{,}635 \times 100 = 963{,}5$ $45{,}2105 \times 100 = 4\,521{,}05$

$0{,}0034 \times 100 = 0{,}34$ $37\,021{,}8 \times 100 = 3\,702\,180$ $7{,}0094 \times 100 = 700{,}94$

Diviser les nombres suivants par 100 :

$87{,}25 \div 100 = 0{,}8725$ $9{,}635 \div 100 = 0{,}09635$ $45{,}2105 \div 100 = 0{,}452105$

$0{,}0034 \div 100 = 0{,}000034$ $37\,021{,}8 \div 100 = 370{,}218$ $7{,}0094 \div 100 = 0{,}070094$

Multiplier les nombres suivants par 0,001 :

$1\,579{,}3 \times 0{,}001 = 1{,}5793$ $457{,}08 \times 0{,}001 = 0{,}45708$ $69\,000 \times 0{,}001 = 69$

$17\,542{,}9 \times 0{,}001 = 17{,}5429$ $24{,}01 \times 0{,}001 = 0{,}02401$ $31 \times 0{,}001 = 0{,}031$

Multiplier les nombres suivants par 10^{4} *:*

$1\,579{,}3 \times 10^{4} = 15\,793\,000$ $457{,}08 \times 10^{4} = 4\,570\,800$

$69\,000 \times 10^{4} = 690\,000\,000$ $17\,542{,}9 \times 10^{4} = 175\,429\,000$

$24{,}01 \times 10^{4} = 240\,1000$ $31 \times 10^{4} = 310\,000$

Diviser les nombres suivants par 10^{-3} *:*

$87{,}25 \div 10^{-3} = 87\,250$ $9{,}635 \div 10^{-3} = 9\,635$

$45{,}2105 \div 10^{-3} = 45\,210{,}5$ $0{,}0034 \div 10^{-3} = 3{,}4$

$37\,021{,}8 \div 10^{-3} = 37\,021\,800$ $7{,}0094 \div 10^{-3} = 7\,009{,}4$

Exercice 4

Décomposer les nombres suivants selon les puissances de 10 :

Exemples : $1\,725 = 1\,000 + 700 + 20 + 5 = 1 \times 1\,000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$ *, que l'on peut écrire aussi :* $1 \times 10^{3} + 7 \times 10^{2} + 2 \times 10^{1} + 5 \times 10^{0}$

Le nombre 58 263,6 s'écrira : $5 \times 10^{5} + 8 \times 10^{4} + 2 \times 10^{3} + 6 \times 10^{2} + 3 + 6 \times 10^{-1}$

$435 = 4 \times 10^{2} + 3 \times 10 + 5$ $18{,}34 = 10 + 8 + 3 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

$124\,357 = 10^{5} + 2 \times 10^{4} + 4 \times 10^{3} + 3 \times 10^{2} + 5 \times 10 + 7$

$56\,020 = 5 \times 10^{4} + 6 \times 10^{3} + 2 \times 10^{2}$

$108{,}035 = 10^{2} + 8 + 3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$

5.3 Comparaison des nombres

Exercice 1

Supprimer les 0 inutiles dans les écritures des nombres suivants :

$0{,}120 = 0{,}12$ *12 000,08 = inchangé* $0{,}0200 = 0{,}02$ $42{,}500 = 42{,}5$

$42{,}54250 = 42{,}5425$ $00{,}0124 = 0{,}0124$ $15{,}87000 = 15{,}87$

$06{,}240080 = 6{,}24008$ $30{,}024710 = 30{,}02471$ $0000{,}12014 = 0{,}12014$

$0{,}000 = 0$

Exercice 2

$14{,}742 > 14{,}728$ $65{,}201 > 65{,}18$ $12{,}9934 < 12{,}995$

$0{,}3214 > 0{,}3168$

Exercice 3

95< 254< 1 024< 1 475<2 314< 2 485< < 2 698< 3 215< 3 254< 7 842< < 22 012 < 36 520
3,41 < 9,24<10,48 < 12,01< 20,39< 54,03< 67,31
10 957< 12 451< 17 254< 30 104 < 34 341< 98 245
0,000493< 0,00069 <0,002< 0,0248< 0,0364< 0,048< 0,14025

Exercice 4
Compléter par un nombre entier (donner la liste de toutes les possibilités lorsqu'il y en a plusieurs):
8,214 **< 9** *< 9,4*
2,5 **< de 3 à 10<** *10,04*
19,24 **< rien.<** *19,608*
65,24 **< 66 ou 67<** *67,09*
18 **< .19.<** *19,01*
4,725 **< 5 ou 6<** *6,04*
11,8 **< 12 ou 13.<** *13,05*
201,608 **< 202 ou 203<** *203,07*
348,107 **< 349.<** *350*
0,008 **< .1 ou 2 ou 3.<** *4*

Exercice 5
Ranger par ordre décroissant les listes suivantes
37,9> 31>27>19,7>19 >15 >10,28>1
10 007>1 000>997>867,6>678>657>342>124

M1 Changement d'unités ; problèmes de périmètres.
Exercice
Exprimer en mètres les sommes de longueurs suivantes :
53 hm + 27 dam + 36 m = 5 300 + 270 + 36 = 5 606 m
12 km + 352 dam + 320 m = 12 000 + 3 520 + 320 = 15 840 m
5 km + 17 hm + 360 dam + 50 m = 5 000 + 1 700 + 3 600 + 50 = 10 350 m
3 km + 100 hm + 250 dam + 3 000 m = 3 000 + 10 000 + 2 500 + 3 000 = 18 500 m

Exprimer en cm les sommes de longueurs suivantes :
280 mm + 32 cm + 5 m = 28 + 32 + 500 = 560 cm
3 500 mm + 3 m + 240 dm + 18 cm = 350 + 300 + 2 400 + 18 = 3 068 cm
3 m + 9 dm + 35 cm + 400 mm = 300 + 90 + 35 + 40 = 465 cm
29 m + 3 500 mm + 2 cm + 5 dam = 2 900 + 350 + 2 + 5 000 = 8 252 cm

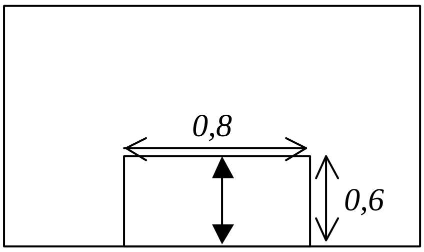
Corrigés des exercices

<u>Problèmes de périmètres.</u>

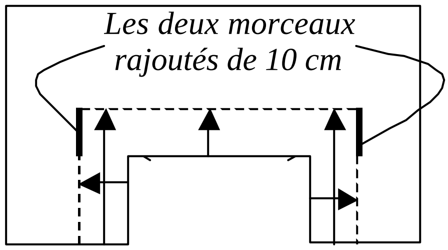
<u>Exercice</u>

Dans ce premier cas, on rajoute deux fois 60 cm au périmètre. Le nouveau périmètre est donc de 12,60 + 2 ´ 0,60 = 13,80 m

Dans ce deuxième cas, on rajoute deux fois 10 cm au périmètre. Le nouveau périmètre est donc de 13,80 + 2 ´ 0,10 = 14 m



Premier cas



Deuxième cas

✵ ✵ ✵ ✵ ✵

5.4 Calcul du produit

7254,2	6349,8	2874,9	4765,7
´ 74	´ 98	´ 59	´ 78
290168	507984	258741	381256
507794	571482.....	143745.....	333599.....
536810,8 .	622280,4...	169619,1...	371724,6...

3898,4	2794,7	3456,8	5789,5
´ 49	´ 58	´ 87	´ 69
350856	223576	241976	521055
155936.....	139735.....	276544.....	347370.....
191021,6...	162092,6...	300741,6....	399475,5...

5456	7679	6584	9378
´ 39,2	´ 53,4	´ 67,9	´ 83,6
10912	30716	59256	56268
49104....	23037....	46088...	28134....
16368........	38395........	39504.......	75024........
213875,2....	410058,6....	447053,6......	784000,8.....

7,501	8,609	12,025	6,508
´ 302,3	´ 409,7	´ 507,8	´ 409,07
22503	60263	96200	45556
15002...	77481...	84175...	58572........
22503..........	34436...........	60125..........	26032................
2267,5523....	3527,1073......	6106,295......	2662,22756.......

✵ ✵ ✵ ✵ ✵

Corrigés des exercices

5.5 Transformation du produit

Exercice 1

On multiplie le premier facteur d'un produit par 3 et le second facteur par 4. Le produit est multiplié par 12.

Un produit contient quatre facteurs. On multiplie chacun de ces facteurs par 3. Le produit est multiplié 4 fois par 3, donc par $3^4 = 81$

Un produit contient deux facteurs. On multiplie le premier par 4 et on divise le second par 2. Le produit est multiplié par 2 .

Exercice 2

12 ´ 35 = 420	*21 ´ 42 = 882*	*75 ´ 18 = 1 350*	*36 ´ 15 = 540*
*6 ´ **70** = 420*	*7 ´ **126** = 882*	*25 ´ **54** = 1 350*	*9 ´ **60** = 540*
*4 ´ **105** = 420*	*3 ´ **294** = 882*	*15 ´ **90** = 1 350*	*4 ´ **135** = 540*
*3 ´ **140** = 420*	***147** ´ 6 = 882*	*3 ´ **450** = 1 350*	*18 ´ **30** = 540*
***84** ´ 5 = 420*	***126** ´ 7 = 882*	*5 ´ **270** = 1 350*	***108** ´ 5 = 540*
***60** ´ 7 = 420*		***150** ´ 9 = 1 350*	***180** ´ 3 = 540*
		***225** ´ 6 = 1 350*	***18** ´ 30 = 540*
		***775** ´ 2 = 1 350*	*180 ´ **3** = 540*

Exercice 3

On utilise les résultats de l'exercice précédent

21 ´ 42 = 7 ´ 126 = 49 ´ 18 = 6 ´ 147 = 14 ´ 63 = 882

5 ´ 18 = 9 ´ 10 = 3 ´ 30 = 15 ´ 6 = 90

2 ´ 210 = 7 ´ 60 = 6 ´ 70 = 4 ´ 105 = 5 ´ 84 = 12 ´ 35 = 420

Exercice 3

Classer ces quotients en regroupant ceux qui sont égaux (utiliser les résultats de l'exercice précédent):

Erreur ! = Erreur ! = Erreur ! ***Erreur ! = Erreur !***

Erreur !

Erreur ! = Erreur ! ***Erreur ! = Erreur !***

Erreur ! = Erreur !

Erreur !

❋ ❋ ❋ ❋ ❋

Corrigés des exercices

5.6 Quotient et produit

Produit	*Quotient 1*	*Quotient 2*
3,6 ´ 1,7 = 6,12	*6,12 : 3,6 = 1,7*	*6,12 : 1,7 = 3,6*
13,9 ´ 7,2 = 100,08	*100,08 : 13,9 = 7,2*	*100,08 : 7,2 = 13,9*
5,18 ´ 0,45 = 2,331	*2,331 : 0,45= 5,18*	*2,331 : 5,18 = 0,45*
93 ´ 1,04 = 96,72	*96,72 : 93= 1,04*	*96,72 : 1,04 = 93*
0,54 ´ 31 = 16,74	*16,74 : 31 = 0,54*	*16,74 : 0,54 = 31*
118,5 ´ 8,2 = 971,7	*971,7 : 118,5 = 8,2*	*971,7 : 8,2 = 118,5*
12,1 ´ 64 = 774,4	*774,4 : 64 = 12,1*	*774,4 : 12,1 = 64*
1,56 ´ 0,17 = 0,2652	*0,2652 : 0,17 = 1,56*	*0,2652 : 1,56= 0,17*
32,19 ´ 1,31 = 42,1689	*42,1689 : 1,31 = 32,19*	*42,1689 : 32,19 = 1,31*
8,346 ´ 3,8 = 31,7148	*31,7148 : 8,346 = 3,8*	*31,7148 : 3,8 = 8,346*
5,7 ´ 2,66 = 15,162	*15,162 : 5,7 = 2,66*	*15,162 : 2,66 = 5,7*
6,34 ´ 19,3 = 122,362	*122,362 : 19,3 = 6,34*	*122,362 : 6,34 = 19,3*
18,5 ´ 0,012 = 0,222	*0,222 : 0,012 = 18,5*	*0,222 : 18,5 = 0,012*
73,8 ´ 94 = 6 937,2	*6 937,2 : 94 = 73,8*	*6 937,2 : 73,8 = 94*
34,95 ´ 0,056 = 1,9572	*1,9572 : 34,95 = 0,056*	*1,9572 : 0,056 = 34,95*
5,06 ´ 411 = 2 079,66	*2 079,66 : 5,06 = 411*	*2 079,66 : 411 = 5,06*

M2 Étude du quotient

Exercice 1 :

Calculer le produit 3,8 ´ 6,5 = 24,7

Pour la somme de 24,7 Fr., je peux acheter 6 kilos et demi de pommes de terre ou bien 3 kilos 800 grammes d'oranges.

Prix au kilo des pommes de terre : ***Erreur !*** *= 3,8*

Prix au kilo des oranges : ***Erreur !*** *= 6,5*

Corrigés des exercices

Produit	Quotient 1	Quotient 2
3,6 ´ 1,7 = 6,12	***Erreur !*** *= 1,7*	***Erreur !*** *= 3,6*
0,54 ´ 31 = 16,74	***Erreur !*** *= 31*	***Erreur !*** *= 0,54*
12,1 ´ 64 = 774,4	***Erreur !*** *= 64*	***Erreur !*** *= 12,1*
73,8 ´ 94 = 6 937,2	*6 937,2 ¸ 94 = 73,8*	*6 937,2 ¸ 73,8 = 94*

Exercice 2 :

Conclusion : *Si on multiplie l'un des facteurs par 3, le produit* ***est multiplié par 3***

Conclusion : *Si on multiplie les deux facteurs par 3, le produit* ***est multiplié par 9.***

Exercice 4 :

Produit donné			
17´ 4 = 68	*17 ´ 8 =* ***68 ´ 2 = 136***	*17 ´ 16 =* ***136 ´ 2 = 272***	*17 ´ 24 =* ***68 ´ 6 = 408***
10 ´ 3 = 30	*20 ´ 3 =* ***30 ´ 2 = 60***	*15 ´ 3 =* ***30 ´ 1,5 = 45***	*17 ´ 3 =* ***30 ´ 1,7 = 51***
3,6 ´ 1,7 = 6,12	*36 ´ 1,7 =* ***6,12 ´ 10 = 61,2***	*72 ´ 1,7 =* ***61,2 ´ 2 = 122,4***	*360 ´ 1,7 =* ***61,2 ´ 10 = 612***
7 ´ 11 = 77	*14 ´ 11 =* ***77 ´ 2 = 154***	*35 ´ 11 =* ***77 ´ 5 = 385***	*56 ´ 11 =* ***77 ´ 8 = 616***

ligne	Quotients égaux
	Erreur ! *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 17*
	Erreur ! *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 3*
	Erreur ! *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 1,7*
	Erreur ! *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 11*

Exercice 5

Simplifier les quotients suivants; c'est à dire diviser le diviseur et le dividende par un même nombre lorsque c'est possible afin d'obtenir des nombres plus simples.

63 : 27 = ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *45 : 35 =* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *612 : 36 =* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *= 17*

625 : 75 = ***Erreur !*** *=* ***Erreur !*** *28 : 49 =* ***Erreur !*** *=* ***Erreur !***

❉ ❉ ❉ ❉ ❉

5.7 Ordre de grandeur du quotient

Exercice 1

Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

Nombre	Ordre de grandeur		Nombre	Ordre de grandeur
14,985	***10***		*9 324,85*	***9 000***
68 241	***70 000***		*851,63201*	***900***
74,69521	***70***		*85 245 324*	***90 000 000***
99 584	***100 000***		*58,3647*	***60***
6 301,8394	***6 000***		*312,862791*	***300***

Corrigés des exercices

Exercice 2

95,34 ´ 34,83 » 100 ´ 30 = 3 000
106,97 ´ 0,786 » 100 ´ 0,8 = 80
2 751 ´ 99,8 » 3 000 ´ 100 = 300 000
44 ´ 666,83102 » 40 ´ 700 = 28 000
0,038 ´ 4 763 » 0,04 ´ 5 000 = 200
19,3068 ´ 9 875,421 » 20 ´ 10 000 = 200 000
0,000248 ´ 68 754 214 » 0,0002 ´ 70 000 000 = 14 000
687,95124 ´ 3 847,964 » 700 ´ 4 000 = 2 800 000
0,967 ´ 0,86754 » 1 ´ 0,9 = 0,9
11 258,32 ´ 625 241,38 » 10 000 ´ 600 000 = 600 000 000

Exercice 3

95,34 : 34,83 » 100 : 30 » 3
106,97 : 0,786 » 100 : 0,8 » 125
2 751 : 99,8 » 3 000 : 100 =30
44 : 666,83102 » 40 : 700 = 0,06
0,038 : 4 763 » 0,04 : 5 000 = 0,000008
19,3068 : 9 875,421 » 20 : 10 000 = 0,002
0,000248 : 68 754 214 » 0,0002 ; 70 000 000 = 0,00000000003
687,95124 : 3 847,964 » 700 : 4 000 = 0,2
0,967 : 0,86754 » 1 : 0,9 = 1,1
11 258,32 : 625 241,38 » 10 000 : 600 000 = 0,02

Corrigés des exercices

5.8 Calcul du quotient

Exercice 1

Quotient	*Encadrements*			
	à l'unité	*au dixième*	*au centième*	*au millième*
732 ¸ 45	***16 < q < 17***	*16,2 < q < 16,3*	*16,26 < q < 16,27*	*16, 266 < q < 16,267*
67 ¸ 34	*1 < q < 2*	*1,9 < q < 2*	*1,97 < q < 1,98*	*1,97 < q < 1,971*
341 ¸ 17	*20 < q < 21*	*20 < q < 20,1*	*20,05 < q <20,06*	*20,058< q <20,059*
624 ¸ 92	*6 < q < 7*	*6,7 < q < 6,8*	*6,78 < q <6,79*	*6,782< q <6,783*
865 ¸ 35	*24 < q < 25*	*24,7 < q < 24,8*	*24,71 < q <24,72*	*24,714< q <24,715*
9 200 ¸ 46	*Le quotient étant égal à 200, il n'y a pas d'encadrement à donner.*			
11 117 ¸ 99	*112 < q < 113*	*112,2 < q < 112,3*	*112,29 < q <112,3*	*112,292< q <112,293*
852 ¸ 27	*31 < q < 32*	*31,5 < q < 31,6*	*31,55 < q <31,56*	*31,555< q <31,556*
967 ¸ 66	*14 < q < 15*	*14,6 < q < 14,7*	*14,65 < q <14,66*	*14,651< q <14,652*

Exercice 2

256780	*74*
34780	*3470*
5180	
00	

5658,48	*87*
43848	*65,04*
348	
0	

2347,64	*76*
6764	*30,89*
684	
0	

80,9565	*93*
65565	*0,8705*
465	
0	

410827	*47*
34827	*8741*
1927	
47	
0	

4583,74	*58*
52374	*79,03*
174	
0	

3683,22	*46*
322	*80,07*
0	

3,935280	*570*
515280	*0,006904*
2280	
0	

575128000	*67*
39128000	*8584000*
5628000	
268000	
0000	

557,612	*58*
35612	*9,614*
812	
232	
0	

4217430	*49*
297430	*86070*
3430	
0	

5654,82	*79*
12482	*71,58*
4582	
632	
0	

Corrigés des exercices

778,596	*124*	*14989,6*	*457*	*131165*	*709*	*40349,4*	*546*
34596	*6,279*	*12796*	*32,8*	*60265*	*185*	*21294*	*73,9*
9796		*3656*		*3545*		*4914*	
1116		*0*		*0*		*0*	
0							

5.9 Nombres décimaux ; arrondis

Exercice 1

675 : 11 : non décimal » 61,363636....
862 : 21 : non décimal » 17,238095 2380.....
1 245 : 25 décimal = 49,8
9 681 : 3 : décimal = 3 227
7 265 : 13 non décimal » 558,846153 846....
35 : 48 : non décimal » 0,729166666....

Exercice 2

Dans la division par 2
Les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 2 sont :
Soit le quotient est entier; soit il se termine par ...,5
Dans la division par 3
Les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 3 sont :
soit ...,333333....   soit ...,66666...   soit c'est un entier.
Dans la division par 4
Les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 4 sont :
Soit ...,25   soit ...,5   soit ....,75   soit c'est un entier.
Dans la division par 5
Les "terminaisons" possibles des quotients d'un entier par 5 sont :
Soit ...,2   soit ...,4   soit ...,6   soit ...,8   soit c'est un entier.
Conclusion : Les quotients par 2, 4 et 5 sont décimaux. les quotients par 3 sont décimaux(entiers) une fois sur trois.

Exercice 3

1 200 : 75 = 16   371 : 8 = 46,375   9 645 : 24 = 401,875
15,86 < 587 : 37 < 15,87   15,85 < 1 522 : 96 < 15,86

Corrigés des exercices

M3 La distributivité

Exercice 1

3,5 ´ (4,7 + 5,2) **=** *3,5 ´ 4,7 + 3,5 ´ 5,2 = 16,45 + 18,2 = 34,65*
ou 3,5 ´ (4,7 + 5,2) = 3,5 ´ ***9,9 = 34,65***
0,75 ´ (3,2 - 0,8) = 0,75 ´ 3,2. -.0,75 ´ 0,8 = 2,4 - 0,6 = 1,8.
ou 0,75 ´ (3,2 - 0,8) = 0,75 ´ 2,4 = 1,8

Exercice 2

12 ´ (9 + 2) = 12 ´ 9 + 12 ´ 2
4,8 ´ (9,3 + 0,7) = 4,8 ´ ***9,3*** *+ 4,8 ´ 0,7*
9,5 ´ (7,2 - 4,8) = ***9,5*** *´ 7,2 - 9,5 ´ 4,8*
4,7 ´ (9,3 - 2,8) = 4,7 ´ 9,3 - 4,7 ´ 2,8

Exercice 3

4 ´ (9 + ***13****.) = 4 ´ 9. + 4 ´ 13*
0,02 ´ (100. - 10) = 2 - 0,2
3,5. ´ (.2,7+ 1,4) = 3,5 ´ 2,7 + 3,5 ´ 1,4

Exercice 5

7 ´ 5 + 7 ´ 3 = 7 ´ (5 + 3)
1,2 ´ 4,5 - 1,2 ´ 3,6 = 1,2 ´ (4,5 - 3,6)
0,4 ´ 100 - 0,4 ´ 10 = 0,4 ´ (100 - 10)

Exercice 6

25 ´ 9 + 25 ´ 91. = 25 ´ (9 + 91)
3,7 ´ 2,4 - 3,7 ´1,4. = (2,4 - 1,4) ´ 3,7.
0,05 ´ 100 + 0,05 ´ 10. = 0,05 ´ (100 + 10)