CHAPITRE 1
NOMBRES ET OPERATIONS

1.1. NUMERATION DECIMALE

Pour écrire les ***nombres****, on utilise des* ***chiffres****.*

En mathématique, un chiffre est le signe utilisé pour l'écriture. Dans le langage courant, on utilise parfois le mot "chiffre" à la place du mot "nombre". On entend souvent dire : "les chiffres du loto" ou encore "les chiffres du chômage", alors qu'il s'agit dans tous les cas de nombres. Il faut accepter l'idée que l'on ne parle pas exactement en mathématiques comme dans la vie de tous les jours.

On utilise dix chiffres. C'est pourquoi on parle de ***système décimal***[1]*.*
Ces chiffres sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9.
Avec ces chiffres, on construit des ***nombres*** *qui utilisent un ou plusieurs chiffres.*
Le nombre 435 s'écrit avec trois chiffres.
Le nombre 5 s'écrit avec un seul chiffre.
On pense parfois à tort que les nombres ne commencent qu'à 10 (quand ils ont au moins deux chiffres). C'est une erreur.

Le chiffre est le signe, le nombre est la valeur.

Si l'on peut comparer, c'est comme avec les ***lettres et les mots****. Notre alphabet comporte vingt-six lettres avec lesquelles nous formons des mots. Il y a des mots qui ne sont formés que d'une seule lettre. Par exemple, dans la phrase précédente, "y" et "a" sont des mots qui ne comportent qu'une seule lettre.*

La valeur représentée par un chiffre dépend aussi de sa ***position*** *dans l'écriture du nombre.*
Dans le nombre 838,78, le premier 8 est le chiffre des centaines et représente le nombre 800. Le deuxième 8 est le chiffre des unités et représente le nombre 8, le troisième 8 est le chiffre des centièmes et représente le nombre 0,08.

On connaît d'autres systèmes d'écriture des nombres.
Par exemple les ***romains*** *utilisaient seulement sept chiffres : I, V , X, L, C, D, M.*
Dans ce système, le nombre trois cent vingt et un que nous écrivons avec trois chiffres (321) s'écrit avec six chiffres CCCXXI.
Le nombre dix neuf que nous écrivons avec deux chiffres (19) s'écrit avec trois chiffres : IXX

[1] Deci signifie dix en latin

Fiche d'exercices

Exercice 1

1. *Écrire en toutes lettres les nombres suivants:*
   7 218 10 120 448 80 388 10 101

2. *Écrire en chiffres :*
   Trois mille douze Cinq cent deux mille
   un milliard Trente deux mille neuf cent sept.

Exercice 2

Donner le chiffre des dizaines des nombres suivants :

8 693 111 4 404 21

Combien y a t il de dizaines dans:

8 693 431 4 404 21

Exercice 3

Combien y a-t-il de dizaines dans 90 082 ?
Combien de centaines dans 90 082?
Combien de milliers dans 10 208 ?

Exercice 4

Pour chacun des nombres suivants indiquer le chiffre des centaines, puis le nombre de centaines :

6 342 ; 4 225 ; 347 ; 15 405 ; 18 025

Exercice 5

Quels sont les nombres de trois chiffres différents que l'on peut écrire avec les trois chiffres : 6 ; 2 ;5

Exercice 6

1. *Quelle est l'écriture décimale des nombres donnés en chiffres romains :*
   DLXII MCMXCVIII MCCLIV
2. *Écrire en chiffres romains les nombres suivants:*
   354 ; 912 ; 2672

Exercice 7

Un livre contient 256 pages. On veut numéroter toutes les pages.
Combien de fois utilisera-t-on le chiffre 4?

1.2. LES ECRITURES MATHEMATIQUES

*Pour les problèmes mathématiques, on utilise des écritures particulières qui ont une signification **très précise**. De même que l'emploi approximatif ou incorrect de la ponctuation peut modifier le sens d'une phrase, l'emploi incorrect des écritures mathématiques peut être très gênant.*
Dans les calculs, le signe le plus utilisé est le signe = qui signifie "est égal à".
C'est à dire que ce qui est écrit de part et d'autre de ce signe sont deux quantités parfaitement égales.
Il est donc nécessaire de manier ces écritures avec beaucoup de soin.
Par exemple, on ne doit pas écrire les égalités suivantes, même si le résultat du calcul est correct:
$12 + 58 + 68 + 32 = 70 + 68 = 138 + 32 = 170$
En effet, 70 + 68 n'est pas égal aux autres quantités proposées.
On n'écrit pas exactement comme on pense. Et si l'on veut montrer que l'on effectue ce calcul par étapes, on écrira :
12 + 58 + 68 + 32 = 70 + 68 + 32 = 138 + 32 = 170. C'est à dire que l'on reproduira ce qui n'a pas été modifié d'une étape à la suivante.

<u>Les principales écritures mathématiques relatives aux nombres sont :</u>

- ✍ *Le signe d'égalité =* *3 + 65 = 68*
- ✍ *Le signe contraire de l'égalité ?* *6 + 9 ? 14*
- ✍ *Le signe d'une valeur approchée ?* *42 ? 9 ? 5*
- ✍ *Les signes de comparaison <, >, ? , ?* *6 < 13* *9 > 8*

<u>Comparer deux nombres</u>

*Il y a plusieurs manières de comparer deux nombres. Une de ces manières consiste à classer les nombres du plus petit au plus grand (ordre **croissant**) ou du plus grand au plus petit (ordre **décroissant**). On utilise alors pour cela les signes <, >, ? , ? .*

6 < 13 signifie que 6 est plus petit que 13.
9 > 8 signifie que 9 est plus grand que 8.
Les deux autres signes sont utilisés lorsqu'il s'agit de décrire une liste de nombres, afin d'y inclure le nombre de fin de liste (le plus petit ou le plus grand)
<u>Exemple</u> :
n ? 5 (n est inférieur ou égal à 5) signifie : n est un nombre choisi parmi 0, 1, 2, 3, 4 ou 5.
n ? 12 (n est supérieur ou égal à 12) désigne tous les nombres plus grands que 12, en commençant à 12.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Reprendre les calculs suivants qui sont mal présentés et en donner une présentation qui respecte une utilisation correcte du signe = :

a) *1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 3 +3 = 6 + 4 = 10 + 5 = 15 + 6 = 21 + 7 = 28*

b) *18 + 25 + 31 = 43 = 74*

c) *3 ? 5 ? 7 = 15 = 105*

d) *618 - 9 = 618 - 10 = 608 + 1 = 609*

e) *57 - 12 - 30 + 7 = 45 - 30 = 15 + 7 = 22*

Exercice 2

Classer les nombres suivants par ordre ***croissant***

- *12 ; 721 ; 0 ; 46 ; 1 002 ; 102 ; 201 ; 1 020 ; 1 202 ; 2 001*
- *tous les nombres qui sont à la fois strictement*[2] *supérieurs à 7 et inférieurs ou égaux à 15*

Exercice 3

Classer les nombres suivants par ordre ***décroissant***

- *180; 205; 250; 32; 560; 241; 28; 034; 620; 602*
- *Les nombres qui sont compris entre 19 et 30, strictement.*

Exercice 4

Dresser la liste par ordre croissant de tous les nombres inférieurs à 1 000 que l'on peut écrire en utilisant au plus une fois l'un au moins des chiffres 3, 7 et 2.

Par exemple : 72 : on a utilisé au moins un des chiffres (on en a utilisé deux : 7 et 2); on les a utilisé pas plus d'une fois.

[2] Strictement : qui n'est pas égal à .

1.3. LES OPERATIONS

Les opérations peuvent être groupées en deux catégories :
1. *Addition et soustraction*
2. *Multiplication et division*

L'addition et la multiplication sont les opérations de base. La soustraction découle directement de l'addition et la division découle de la multiplication.

Dans une écriture du type 3 **+** *8* **=** *11, l'addition est symbolisée par le signe* **+** *de l'opération. 3* **+** *8 est l'écriture de la* ***somme*** *des deux nombres 3 et 8. Cette somme n'est pas effectuée. La valeur de la* ***somme effectuée*** *est 11. Les deux nombres 3 et 8 sont appelés les* ***termes*** *de la somme.*

De l'opération précédente découlent deux soustractions :

3 + 8 = 11,	*alors 11 - 3 = 8*	*8 est la* ***différence*** *entre 11 et 3.*
	Et 11 - 8 = 3	*3 est la* ***différence*** *entre 11 et 8.*

Dans une écriture du type 5 ? 7 **=** *35, la multiplication est symbolisée par le signe ? de l'opération. 5 ? 7 est l'écriture du* ***produit*** *des deux nombres 5 et 7. Ce produit n'est pas effectué. La valeur du* ***produit effectué*** *est 35. Les deux nombres 5 et 7 sont appelés les* ***facteurs du produit****.*

De l'opération précédente découlent deux divisions :

5 ? 7 **=** *35*	*alors 35 ? 5 = 7*	*7 est le* ***quotient*** *de 35 par 5.*
	Et 35 ? 7 = 5	*5 est le* ***quotient*** *de 35 par 7.*

Calculer, c'est remplacer un produit (ou la somme) non effectué par le produit (ou la somme) effectué

Dans la pratique, on confond souvent calcul et opération. Il s'agit là d'un des nombreux ***abus de langage***[3] *que l'on utilise tous les jours.*
En revanche, en math, il est nécessaire de s'habituer à l'utilisation correcte des mots suivants:

- ✍ ***somme***
- ✍ ***termes***
- ✍ ***produit***
- ✍ ***facteur***
- ✍ ***quotient***
- ✍ ***différence***

[3] un abus de langage est un mot ou une expression employé dans un sens inexact, mais avec la certitude que la personne à qui l'on s'adresse comprendra ce que l'on veut dire et que ce n'est pas l'expression correcte.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Compléter les phrases suivantes avec les mots corrects:

- *8 est la .... des deux nombres 3 et 5.*
- *9 ? 7 est un .... de deux ....*
- *La somme 4 + 8 + 16 + 7 est composée de quatre ....*
- *La ....entre 12 et 5 n'est pas identique à la .... entre 13 et 7.*
- *Dans le ....de 16 par 4, 16 s'appelle le dividende.*

Exercice 2

Écrire les nombres suivants et les calculer.

- *Quotient de 15 520 par 40*
- *produit des nombres 3, 7 et 68*
- *Différence entre 108 et 47*
- *Somme du produit de 5 par 9 et de 17*

Exercice 3

Poser et effectuer les calculs suivants:

124 907 + 97 685 + 8 075 *83 143 + 26 139 + 71 921 + 5 487*

99 384 + 2 456 + 16 748 + 419 976 *727 + 8 977 + 973 281 + 7 658*

63 875 - 23 696 *35 942 - 19 875* *27 159 - 18 467*

89 725 ? 670 *54 092 ? 980* *75 304 ? 750*

25 678 : 74 *565 848 : 87* *234 764 : 76*

Exercice 4

Traduire chaque phrase par une écriture mathématique :

- *Le produit de 5 par 9 est égal au produit de 9 par 5.*
- *Le produit de 12 par la somme de 9 et 13 est égal à la somme des produits de 12 par 9 et de 12 par 13.*

Exercice 5

Traduire chaque écriture mathématique par une phrase.

- *583 ? 19 ? 11 600*
- *43 ? 17 ? 47 ? 13*
- *46 : 23 = 26 : 13*

1.4. ADDITION ET SOUSTRACTION

<u>Dans une somme :</u>

1. *L'ordre des termes ne modifie pas la valeur d'une somme:*
   8 + 25 = 25 + 8 = 33 . On dit que l'addition est <u>commutative.</u>
2. *Dans une somme de plusieurs termes , il est utile de rechercher des groupements simples :*
   24 + 13 + 16 + 7 = (24 + 16) + (13 + 7) = 40 + 20 = 60. On dit que l'addition est <u>associative</u>

<u>Utilisation de parenthèses.</u>

On utilise des parenthèses pour regrouper (on dit associer) les termes d'une somme et ainsi montrer la manière de faire le calcul. Ces parenthèses donnent la ***priorité*** *aux calculs qui y figurent. C'est à dire qu'ils sont à effectuer avant ceux qui ne sont pas regroupés dans des parenthèses. Dans le cadre d'additions, les parenthèses ne modifient en rien la valeur de la somme; elles n'ont d'utilité que pour l'organisation : si on veut insister, par exemple, sur certaines étapes du calcul.*

<u>Dans une différence</u>

- *Elle n'est pas commutative. Par exemple, 17 - 9 = 8, mais 9 - 17 ? 8.*
- *Elle n'est pas associative, 125 - 17 - 4 - 8 ? (125 - 17) - (4 - 8).*

Dans une suite de soustractions comme 125 - 17 - 4 - 8 , il faut soustraire les nombres dans l'ordre de leur écriture de gauche à droite.
125 - 17 - 4 - 8 = 108 - 4 - 8 = 104 - 8 = 96
Alors que (125 - 17) - (4 - 8) = 108 - ? car, pour l'instant (4 - 8) n'a pas de valeur.

En revanche, soustraire plusieurs nombres est équivalent à soustraire leur somme :

125 - 17 - 4 - 8 = 125 - (17 + 4 + 8) = 125 - 29 = 96 .

Si on ajoute un même nombre aux deux termes d'une différence, cette différence est inchangée.

<u>Exemple</u> *59 - 34 = (59 + 1) - (34 + 1) = 60 - 35 = 25*
126 - 87 = (126 + 3) - (87 + 3) = 129 - 90 = 39

Si on soustrait un même nombre aux deux termes d'une différence, cette différence est inchangée.

<u>Exemple</u> *63 - 38 = (63 - 3) - (38 - 3) = 60 - 35 = 25*
141 - 76 = (141 - 1) - (76 - 1) = 140 - 75 = 65

Fiche d'exercices

Exercice 1

Calculer les sommes suivantes en cherchant des groupements intéressants

- *438 + 247 + 62 =*
- *24 + 13 + 16 + 7 =*
- *123 + 45 + 27 + 14 + 5 + 36 =*
- *37 + 56 + 121 + 44 + 79 + 63 =*

Exercice 2

Mener ces calculs en respectant les modèles de la leçon:

- *45 + (27 + 57) + (157 + 92 + 76) =*
- *(47 + 521) + (64 + 942 + 87) + 66 =*
- *10 + (54 + 743) + (624 + 973 + 67) =*

Exercice 3

Compter en ligne

978 - 435 =	*796 - 342 =*	*915 - 640 =*	*6 541 - 5 078 =*
659 - 536 =	*856 - 554 =*	*845 - 671 =*	*5 304 - 3 936 =*
789 - 551 =	*935 - 471 =*	*628 - 582 =*	*7 604 - 5 948 =*
967 - 421 =	*637 - 382 =*	*912 - 761 =*	*4 310 - 3 928 =*
875 - 412 =	*528 - 473 =*	*8 062 - 3 575 =*	*8 045 - 7 806 =*

Exercice 4

Regrouper tous les nombres à soustraire pour ne plus avoir qu'une seule soustraction :

- *1 875 - 65 - 857 - 352 =*
- *624 - 67 - 8 - 512 =*
- *3 210 - 87 - 95 - 875 - 1 215 - 637 =*

Exercice 5

En ajoutant le même nombre aux deux termes de la différence, faire apparaître des différences plus simples à calculer.

- *487 - 39 = (487 +   ) - (39 +   ) =   -   =*
- *638 - 549 =*
- *30 242 - 6 654 =*
- *9 661 - 548 =*

Exercice 6

En soustrayant le même nombre aux deux termes de la différence, faire apparaître des différences plus simples à calculer.

- *453 - 68 = (453 -   ) - (68 -   ) =   -   =*
- *672 - 98 =*
- *967 - 129 =*
- *3 248 - 635 =*

1.5. LA MULTIPLICATION

La multiplication est une opération qui permet de résumer, d'écrire plus simplement une suite d'additions pour laquelle tous <u>les termes sont identiques</u>.

<u>Par exemple</u> : la somme : 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 est un peu longue à écrire. On la remplace par l'écriture plus courte 9 ? 5 car le nombre 5 apparaît neuf fois dans la somme. On la lit : "neuf fois cinq", ou bien : "neuf multiplié par cinq". Dans tous les cas cela est toujours égal à 45.

9 ? 5 est le <u>produit non effectué</u> de 9 et 5
45 est le <u>produit effectué</u> de 9 et 5
9 et 5 sont les <u>facteurs du produit</u>

<u>Dans un produit</u>,:

- ✍ *On peut modifier l'ordre des facteurs sans modifier la valeur du produit.*
  9 ? 5 = 5 ? 9 = 45
- ✍ *Dans un produit de trois facteurs ou plus, on peut regrouper (associer) les facteurs sans se soucier de l'ordre de l'écriture. On dit que la multiplication est **associative**. Ce qui permet de mener les calculs des produits en recherchant ce qui semble le plus simple.*

<u>Par exemple</u> : pour effectuer le produit : 25 ? 7 ? 4 ? 9 , on <u>peut</u> regrouper les facteurs de la manière suivante : (25 ? 4) ? (7 ? 9) , soit 100 ? 63 = 6 300.

Il est peut-être utile de rappeler ici que la connaissance <u>parfaite</u> des tables de multiplication est indispensable pour permettre une certaine aisance dans tous les problèmes de mathématiques. Connaître par cœur les tables, cela consiste à pouvoir donner <u>sans réfléchir</u> les valeurs des produits habituels (comme un réflexe), mais aussi "à l'envers" pouvoir rapidement retrouver quel est le produit dont on connaît la valeur. Par exemple, retrouver rapidement que 45 est la valeur de 9 ? 5 , que 72 est celle de 8 ? 9 etc.

***<u>Pour multiplier par des nombres tels que 10, 100, 1 000, 10 000</u>**, etc.(que l'on appelle des puissances de 10), on ajoute à droite du nombre autant de zéros qu'en compte le facteur.*
Par exemple : 624 ? 100 = 62 400 . Penser à conserver au produit une écriture traditionnelle avec un espace tous les trois chiffres, ce qui permet une lecture facile.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Compléter les phrases suivantes :

6 ? 8 est un .... de .... facteurs qui sont .... et ....

3 ? 8 ? 6 est un produit de trois .... qui sont 3, 8 et 6.

Exercice 2

a) Écrire chacun de ces nombres sous la forme d'un produit de deux facteurs (donner dans chaque cas toutes les possibilités):

12 30 45 62 78 104 1035

b) Écrire chacun de ces nombres sous la forme d'un produit de trois facteurs (donner dans chaque cas toutes les possibilités):

12 30 45 80 1001 616

Exercice 3

Effectuer les produits suivants en faisant apparaître les regroupements qui permettent des calculs très simples.

2 ? 39 ? 5

8 ? 125 ? 3

25 ? 58 ? 4

4? 6 ? 5 ? 3 ? 25 ? 2

4 ? 6 ? 5 ? 2 ? 8 ? 25 ? 7 ? 125

45 ? 4 ? 25 ? 6 ? 2 ? 5

Exercice 4

Calculer les produits suivants sans poser les opérations :

47 ? 10	*23 ? 100*	*95 ? 1 000*	*27 ? 10*
52 ? 100	*87 ? 1 000*	*106 ? 10*	*251 ? 100*
139 ? 1 000	*67 ? 10*	*342 ? 100*	*609 ? 10*

Exercice 5

Calculer les produits suivants sans poser les opérations :

47 ? 20	*23 ? 200*	*95 ? 2 000*	*27 ? 40*	*52 ? 400*	*87 ? 4 000*
106 ? 80	*251 ? 800*	*139 ? 8 000*	*67 ? 50*	*342 ? 500*	*609 ? 50*

Fiche de méthode

OBJECTIF :

M1 : Mise au point de méthodes de vérification du calcul d'un produit.

Position du problème :

Aucune de ces méthodes ne permet d'avoir la certitude que la valeur obtenue pour le résultat du calcul du produit est exacte.
Il s'agit surtout ici de pouvoir ***écarter des résultats qui sont totalement impossibles****.*
L'usage de plus en plus répandu des calculatrices entraîne souvent une confiance aveugle dans les résultats qu'elle propose. Or les erreurs de manipulation sont fréquentes, ainsi que les inversions dans les calculs à poser (mais ce problème ne se pose pas pour les multiplications.)

Ordre de grandeur

Calculer l'ordre de grandeur d'un produit, c'est déterminer la "taille" du résultat attendu, c'est à dire le nombre de chiffres qui le compose.
De plus, il est bon de connaître le premier de ces chiffres, ou à peu près.
Dans ce problème d'ordre de grandeur, il n'y a pas vraiment de méthode imposée, mais l'idée est la suivante :

Ordre de grandeur du produit : 635 ? 429.

On remplace chacun des facteurs par un nombre simple , "rond" qui n'est constitué que d'un chiffre suivi de zéro.
635 est compris entre 600 et 700, mais plus proche de 600. On le remplace par 600.
429 est compris entre 400 et 500, mais plus proche de 400. On le remplace par 400.
L'ordre de grandeur est donc égal à : 600 ? 400 = 240 000.
On sait donc que le produit : 635 ? 429 est un nombre de 6 chiffres, c'est à dire compris entre 100 000 et 1 000 000.
Les nombres intervenant dans le calcul exact étant plus grands que ceux utilisés pour le calcul de l'ordre de grandeur, le résultat exact sera plus grand que l'ordre de grandeur obtenu, c'est à dire 240 000.

D'autres exemples :

Produit à calculer	*Ordre de grandeur*
62 ? 1 205	*60 ? 1 000 = 60 000*
957 ? 34	*1 000 ? 30 = 30 000*
5 687 ? 98	*6 000 ? 100 = 600 000*
6 ? 514	*6 ? 500 = 3 000*

Quelques remarques :
Les nombres à un seul chiffre sont conservés.
Dans le dernier cas, on aurait pu calculer 700 ? 10 = 7 000 qui est un calcul simple.
En général, si on augmente l'un des nombres, on diminue l'autre. Par exemple pour le produit 5 687 ? 98, on aurait pu calculer 5 000 ? 100 = 500 000.

Dans tous les cas, le calcul de l'ordre de grandeur doit de faire ***de tête, avant le calcul exact.***

Calculer l'ordre de grandeur pour chacun des produits suivants :

Fiche de méthode

Produit à calculer	***Ordre de grandeur***
532 ? 37	
964 ? 321	
18 ? 462	
3 258 ? 6 542	
7 ? 639	
6 591 ? 844	
8 730 ? 6	

Chiffre des unités

Un autre moyen de voir qu'un résultat est faux lorsque l'on calcule un produit est de s'intéresser au chiffre des unités.

Il est effet obtenu en multipliant les derniers chiffres de chacun des facteurs du produit.

Par exemple, pour le produit : 18 ? 462 , les chiffres des unités de chacun des facteurs sont 8 et 2; 8 ? 2 = 16. Le produit se terminera donc par 6.

Produit à calculer	***Chiffre des unités***
532 ? 37	
964 ? 321	
18 ? 462	
3 258 ? 6 542	
7 ? 639	
6 591 ? 844	
8 730 ? 6	

Produit à calculer	***Chiffre des unités***
23 ? 37	
95 364 ? 21	
15 866 ? 462	
3 257 ? 6 541	
75 ? 634	
659 ? 843	
8 737 ? 62	

Pour chaque produit proposé, éliminer toutes les valeurs sûrement impossibles d'après les deux méthodes proposées.

Produit	*791 ? 864*	*5325 ? 49*	*719 ? 8*	*659 ? 37*	*413 ? 69*	*2059 ? 84*	*743 ? 942*
Valeurs proposées	*883 424*	*265 627*	*6 215*	*22 328*	*209 407*	*17 856*	*845 236*
	68 424	*37 965*	*6 352*	*24 383*	*19 547*	*17 256*	*702 304*
	6 835 244	*684 325*	*5 752*	*26 932*	*28 497*	*285 716*	*75 326*
	681 622	*1 218 925*	*6 722*	*2 654*	*18 493*	*78 656*	*83 016*
	683 424	*485 655*	*3 628*	*2 343*	*12 328*	*172 956*	*28 358*
	675 766	*260 925*	*5 458*	*32 253*	*38 597*	*142 954*	*699 906*
	576 424	*280 632*	*9 420*	*12 510*	*28 457*	*174 515*	*700 024*

1.6. LA DISTRIBUTIVITE

Rappelons la méthode classique pour "poser" une multiplication, afin d'en expliquer les raisons. Par exemple, lorsque l'on veut calculer 28 ? 19, on écrit:

28	*Qu'écrit-on exactement sur chacune des lignes?*
? 19	
252	*252 c'est **9** ? **28***
28 .	*Le point représente un 0. Et 280, c'est **10** ? **28***
532	*On ajoute les deux résultats précédents, c'est à dire que l'on calcule (9 ? 28) + (10 ? 28) car 19 est égal à 10 + 9*

Cette possibilité que l'on a de transformer un produit en somme est une des règles importantes des opérations.
On remplace 28 ? 19 par (9 ? 28) + (10 ? 28) car 19 est égal à 10 + 9.
Soit, finalement 28 ? 19 = 28 ? (10 + 9) = (9 ? 28) + (10 ? 28).
*Pour exprimer cette propriété, on dit que la multiplication est **distributive**[4] sur l'addition. On utilise ce mot parce que l'on peut comprendre que l'on a distribué le facteur 28 à chacun des termes 10 et 9 qui composent le nombre 19.*

On généralise cette règle de la manière suivante :

a ? (b + c) = (a ? b) + (a ? c)
ou aussi
a ? (b - c) = (a ? b) - (a ? c)

En appliquant cette règle, on aura :
45 ? 24 = 45 ? (20 + 4) = 45 ? 20 + 45 ? 4 = 900 + 180 = 1 080
Mais aussi, en faisant apparaître une différence :
37 ? 99 = 37 ? (100 - 1) = 37 ? 100 - 37 ? 1 = 3 700 - 37 = 3 663
*Dans les deux cas, on dit que l'on **développe le produit**.*

On peut aussi utiliser la règle dans le sens contraire
Par exemple :

6 ? 24 + 6 ? 36 = 6 ? (24 + 36) =6 ? 60 = 360.
18 ? 59 - 18 ? 9 = 18 ? (59 - 9) = 18 ? 50 = 900.

*Dans les deux cas, on dit que l'on **factorise la somme.***

[4]Cette question de la distributivité est une règle essentielle pour les années à venir.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Poser les opérations pour calculer les produits suivants :

38 ? 41   45 ? 29   97 ? 68   246 ? 78   905 ? 23   417 ?   83

134 ? 574   352 ? 959   3 218 ? 746   6 584 ? 9 713

Exercice 2

Calculer en ligne les produits en développant :

38 ? 41 = 38 ? (40 + 1) =

45 ? 29 = 45 ? (30 - 1) =

97 ? 68 = (100 - 3) ? 68 =

246 ? 78 = 246 ? (80 - 2) =

905 ? 23 = 905 ? (20 + 3) =

417 ? 83 = 417 ? (80 + 3) =

Exercice 3

Calculer en ligne les sommes en commençant par factoriser :

29 ? 55 + 29 ? 45 =

34 ? 17 + 166 ? 17 =

491 ? 51 + 9 ? 51 =

32 ? 86 + 114 ? 32 =

66 ? 544 + 56 ? 66 =

604 ? 41 + 604 ? 17 + 604? 42 =

53 ? 18 + 53 ? 39 + 57 ? 47 =

29 ? 68 + 37 ? 68 + 66 ? 32 =

1.7. LA DIVISION EUCLIDIENNE

On veut ranger des œufs dans des boîtes par douzaines. Si on a 80 œufs à ranger, on peut dire qu'il faut 6 boîtes (72 œufs) et que 8 œufs ne seront pas rangés; ou bien on peut considérer qu'il faut 7 boîtes mais qu'il manquera 4 œufs pour que la septième boîte soit pleine. Mais quelle que soit la solution adoptée, on n'aura jamais réussi à ranger tous ces œufs dans un ensemble de boîtes pleines.
Le partage ne sera donc <u>pas exact</u>, et le nombre de boîtes ne peut être qu'une valeur <u>approchée</u> (il ne peut y avoir des morceaux de boîte).
Dans un cas de ce type, on parle de ***division euclidienne.*** *C'est une opération qui ne fait intervenir* ***que des nombres entiers****.*

*80 = 12 ? **6** + 8 est l'écriture "en ligne" de la division euclidienne de 80 par 12.*
80 est le dividende; 12 est le diviseur; 6 est le ***quotient euclidien****; 8 est le reste.*

Le reste est un nombre entier inférieur au diviseur. Par exemple, dans la division euclidienne par 6 le reste ne peut pas être plus grand que 5. Il y a donc ***six*** *restes possibles : 0, 1, 2, 3, 4, et 5.*
Toutefois lorsque le reste vaut O (il ne reste "plus rien" à diviser), la division n'est plus vraiment euclidienne, c'est une "vraie" division et le résultat n'est plus le quotient euclidien mais tout simplement le quotient. Mais il n'est peut-être pas indispensable de trop discuter sur ce point. Le cas où le reste est nul sera particulièrement étudié lors de la sixième semaine.

<u>l'écriture en ligne</u>

Pour calculer le quotient euclidien et le reste on pose la division comme à l'habitude; ce qui permet de donner ensuite l'écriture en ligne :

19	*5*
4	*3*

*L'écriture en ligne : 19 = 5 ? **3** + 4 . 3 est le quotient euclidien et 4 est le reste.*

Lorsque le reste vaut O, on écrit simplement : 54 = 9 ? 6

<u>Le problème de la division par O.</u>

Lorsque l'on parle d'un quotient, il faut que ce quotient existe, d'une part, et qu'il n'ait qu'une seule valeur possible, d'autre part.
Si l'on veut calculer le quotient d'un nombre par 0, on cherche un nombre q, dont le produit par 0 soit égal au dividende. Or tout produit par 0 est égal à 0. Donc deux cas se présentent :
Si le dividende est 0, tout nombre peut être quotient; il n'y a pas un quotient unique.
Pour toutes les autres valeurs du dividende, on ne pourra pas trouver de valeur pour q.
Donc, le quotient par 0 n'existe pas.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Trouver le quotient euclidien et le reste en posant les opérations.
*Donner dans chaque cas **l'écriture en ligne**.*

205 par 3	*318 par 5*	*437 par 9*	*698 par 6*
782 par 4	*285 par 3*	*1 087 par 7*	*1 248 par 8*
4 345 par 25	*2 005 par 13*	*1 848 par 27*	*987 par 30*
1 253 par 95	*7 253 par 78*		

Exercice 2

Dans un collège, 143 élèves sont inscrits en classe de sixième.

1. *Combien peut-on former d'équipes de basket à 5 joueurs? Combien d'élèves ne pourront pas être intégrés dans une équipe?*
2. *Combien peut-on former d'équipes de football à 11 joueurs? Combien d'élèves ne pourront pas être intégrés dans une équipe?*
3. *Combien peut-on former d'équipes de rugby à 15 joueurs? Combien d'élèves ne pourront pas être intégrés dans une équipe?*

Exercice 3

1. *Quels sont les restes possibles dans la division euclidienne par 7?*
2. *Quels sont les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 31?*
3. *Quels sont les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 43?*
4. *Quels sont les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 64?*

Exercice 4

1. *Dans une division euclidienne, le quotient euclidien est 13, le reste est 7 et le dividende est 202. Combien vaut le diviseur?*
2. *Dans une division euclidienne, le quotient euclidien est 18, le reste est 4 et le dividende est 238. Combien vaut le diviseur?*
3. *Dans une division euclidienne, le quotient euclidien est 4, le reste est 3 et le dividende est 203. Combien vaut le diviseur?*

Exercice 5

Voici un petit défilé d'animaux qui se déplace de la gauche vers la droite.

D	z	b	r	o	s	D	z	b	r	o	s	D
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Le défilé est constitué de 200 animaux qui sont rangés toujours dans ce même ordre.

1. *Quelles sont les places occupées par les papillons entre la $10^{ème}$ et la $30^{ème}$ place?*
2. *Quel animal sera situé à la place n°43?*
3. *Quel animal sera situé à la place n°189?*

Fiche de méthode

Les unités de temps

OBJECTIF

M2 : Savoir transformer les mesures de durées.

Présentation du problème :

Les unités de temps et de durée ne respecte pas le système décimal utilisé habituellement pour les mesures (longueurs, masses, températures, etc.)

L'unité de base est la ***seconde*** *(abréviation : s)*

Les unités plus petites que la seconde respectent les habituelles divisions en dixièmes, centièmes, millièmes etc. Mais nous n'en parlerons pas ici.

60 secondes correspondent à une ***minute****(abréviation : min.): 60s = 1 min.*
60 minutes correspondent à une ***heure****(abréviation : h.): 60 min. = 1 h.*

Au delà des heures, on peut compter en jours, en semaines en années…

Convertir dans une unité inférieure:

Pour transformer une durée dans une unité inférieure, il suffit de ***multiplier*** *:*

- ✍ *Par 60 pour passer des heures aux minutes ou des minutes aux secondes.*
- ✍ *Par 3 600 (60 ? 60) pour passer directement des heures aux minutes.*

Par exemple :

- ✍ *3h = 3 ? 60 = 180 min.*
- ✍ *12 min. = 12? 60 = 720 min.*
- ✍ *4h 27 min. = 4 ? 60 + 27 = 240 + 27 = 267 min.*
- ✍ *1h 32 min. = 3 600 + 32 ? 60 = 3 600 + 1 920 = 5 520 s.*
- ✍ *5h 08 min. 42 s = 5 ? 3 600 + 8 ? 60 + 42 = 18 000 + 480 + 42 = 18 522 s.*

Exercice : Transformer :

- ✍ *En minutes :*
  - *24 h*
  - *12 h*
  - *6 h 15 min.*
  - *4 h 52 min.*
- ✍ *En secondes :*
  - *18 min.*
  - *54 min.*
  - *1h 23 min.*
  - *3h 26 min. 18s.*
  - *7 h 19 min. 45s.*

Convertir dans une unité supérieure:

Pour transformer une durée dans une unité supérieure, il suffit de faire la ***division euclidienne*** *:*

Fiche de méthode

Si la mesure initiale est exprimée en secondes.
En divisant par ***3 600*** *: le quotient est le nombre* ***d'heures****. Et le reste est un nombre de secondes, que l'on cherche à convertir en minutes.*
En divisant le reste par ***60****, le quotient est un nombre de* ***minutes****, et le* ***reste*** *un nombre de* ***secondes****.*
Par exemple *: pour convertir 5 000 s :*
5 000 = ***1*** *? 3 600 + 1 400. Dans 5 000 s , il y a 1 heure, et il reste 1 400 s.*
1 400 = ***23*** *? 60 + 20. Dans 1 400 s , il y a 23 min. et il reste 20 s.*
Donc, finalement : ***5 000 s = 1 h 23 min. 20 s.***

Exercice : Convertir en h, min., s.

10 000 s	*2 000 min.*	*100 s*	*100 min.*	*500 s*	*500 min.*
200 min.	*4 512 s.*	*38 450 s.*			

Opérations sur les durées :

Additions et multiplications:

On ajoute ensemble (ou on multiplie) les heures, puis les minutes, puis les secondes. Si le nombre de minutes ou de secondes est supérieur à 60, on les convertit dans l'unité supérieure comme il est montré plus haut.
Exemples :
2h 24 min. 36 s + 1h 12 min. 18 s = 3h 36 min. 54 s.
1h 45 min. + 2h 35 min. = 3h 80 min. = 3h + (1h 20 min.) = 4h 20 min.
3 ? (35 min. 40 s) = 105 min. 120 s = (1h 45 min.) + 2 min. = 1h 47 min.

Soustractions :

Si le nombre de minutes ou de secondes à soustraire est plus grand que le nombre auquel on le soustrait, il faudra convertir une unité supérieure pour que la situation s'inverse.
Exemples :
3h 30 min. - 1h 18 min. = 2h 12 min.
5h 20 min. - 2h 53 min. = (5 - 1)h + (20 + 60)min. - 2h 53 min. = 4h 80 min. - 2h 53 min.
= 2h 27 min.

Exercice : Calculer :

1h 47 min. 24 s + 5h 32 min. 56 s.
(39 min. 25s) ? 2
12h 53 min. 36 s + 7h 21 min. 34 s
1h 30 min. - 48 min.
2h 36 min. - 53 min. 40 s.
3 ? 6h 52 min. 16 s.

1.8. OPERATIONS ASSOCIEES

Les opérations sont associées deux à deux.

*La **soustraction** est l'opération associée à l'addition.*
*La **différence** entre les deux nombres 54 et 32 est le nombre qu'il faut ajouter à 32 pour obtenir 54.*
Faire une soustraction c'est en fait faire une addition à trou.
Calculer : 54 - 32 est équivalent à compléter la somme : 32 + …… = 54.

*La division est une **opération** qui, à partir de deux nombres permet d'en obtenir un troisième que l'on appelle le **quotient**.*
*La division est l'opération **associée à** la multiplication. C'est à dire que si on appelle q le quotient du nombre a par le nombre b, alors a est le produit de b par q.*
Le signe de la division peut être deux points (:) ou un trait horizontal (une barre comme dans les fractions). Parfois on rajoute un trait entre les deux points pour que le signe soit plus visible (?).
On écrit donc :

$$a : b = q \text{ ou } a\ ?\ b = q \text{ ou } \frac{a}{b} = q \text{ lorsque } b\ ?\ q = a$$

<u>Exemples</u> *:*

- *125 : 25 = 5 car 5 ? 25 = 125*
- *32 : 4 = car 8 ? 4 = 32*

Faire une division c'est en fait faire une multiplication à trou.
Calculer : 54 ? 9 est équivalent à compléter le produit : 9 ? …… = 54.

Dans les calculs des quotients, on pratique les tables de multiplication. C'est pourquoi on ne parle pas de" tables de division". Dès que l'on connaît la valeur d'un produit, on connaît la valeur de deux quotients.
<u>Exemples</u> *:*

Si on connaît 8 ? 7 = 56, on connaît 56 : 7 = 8 et 56 : 8 = 7
Si on connaît 9 ? 3 = 27, on connaît 27 : 3 = 9 et 27 : 9 = 3

C'est à dire qu'un produit donne automatiquement deux quotients.

Fiche d'exercices

Exercice 1

Compléter les calculs suivants :

356 + …… = 854. *312 + …… = 952.* *34 + …… = 14.* *66 + …… = 102.*
91 - …… = 44. *67 + …… = 134.* *37 + …… = 63.* *17 + …… = 95.*

Exercice 2

Écrire les deux autres calculs qui utilisent les trois mêmes nombres que ceux intervenant dans ces produits :

6 ? 7 = 42 *5 ? 17 = 85* *23 ? 8 = 184* *36 ? 11 = 396*
63 : 7 = 9 *35 : 5 = 7* *93 : 3 = 31* *105 : 5 = 21*

Exercice 3

Compléter les calculs suivants

28 ? ..... = 952 *53 ? .... = 2 438* *495 ? .... = 11 385*
..... : 10 = 47 *...... : 27 = 3* *..... : 12 = 35* *..... : 61 = 19*

Exercice 4

Compléter ces multiplications à trous; chaque espace(?) correspond à un chiffre.

3 ? ?	4 3 2	5 ? 8	9 1 3
? 43	? 3 ?	? ? 7	? ? ?
? 6 3	? ? 2 ?	? 7 6 6	? ? ? 5
? ? 8 4 .	? ? ? ? .	1 ? 1 4 .	? ? ? 6 .
? ? ? ? ?	? ? ? ? 4	? ? ? ? ?	? ? ? ? 5

1.9. ÉQUATIONS

Une équation est une présentation de ces opérations à trou avec un vocabulaire plus mathématique. C'est une question : il s'agit de trouver la valeur d'un nombre inconnu dans une opération lorsque l'on connaît le résultat..

C'est une égalité dans laquelle un des nombres est inconnu.
Ce nombre ***inconnu*** *est représenté par une lettre.*
Cette égalité n'est vraie que pour certaines valeurs de l'inconnue. Ces valeurs sont appelées les ***solutions*** *de l'équation. (en général, pour commencer, on ne verra que des équations qui ont une solution; parfois même aucune.)*

Exemples numériques		***Modèle littéral***	
Équation	*Solution*	***Type d'équation*** *x est le nombre inconnu a et b sont les deux nombres connus*	***Résolution*** *: Le calcul à faire pour trouver la valeur de l'inconnue*
35 + x = 47	*x = 47 - 35 =* ***12***	*a + x = b*	*x = b - a*
x + 8 = 32	*x = 32 - 8 =* ***24***	*x + a = b*	*x = b - a*
x - 5 = 34	*x = 34 + 5 =* ***39***	*x - a = b*	*x = b + a*
91 - x = 62	*x = 91 - 62 =* ***29***	*a - x = b **	*x = a - b*
7 ? x = 91	*x = 91 ? 7 =* ***13***	*a ? x = b*	*x = b ? a*
x ? 5 = 205	*x = 205 ? 5 =* ***41***	*x ? a = b*	*x = b ? a*
x ? 6 = 27	*x = 27 ? 6 =* ***162***	*x ? a = b*	*x = b ? a*
15 ? x = 3	*x = 15 ? 3 =* ***5***	*a ? x = b **	*x = a ? b*

** Ces deux modèles d'équations posent de fréquents problèmes. Pour retrouver le modèle de résolution, on peut se placer dans une circonstance analogue que l'on se crée avec des nombres connus.*

Par exemple, Si l'on cherche à résoudre l'équation : 299 ?   x = 13 et que l'on hésite, on peut se dire que dans le quotient 50 ? 10 = 5 , pour retrouver le nombre 10, il faudrait diviser 50 par 5. Donc de manière analogue, dans l'équation proposée, on divisera 299 par 13 pour trouver la valeur de x.

Vérification des solutions :
Dans tous les cas, une fois que l'on pense avoir trouvé la solution, on refait le calcul avec la valeur obtenue pour confirmer l'exactitude de la solution.

Exercice

Résoudre les équations suivantes :

Équation	***Résolution***	***Solution***
18 + x = 25		
k - 987 = 54		
n + 95 = 324		
425 + p = 9 753		
654 - t = 329		
x + 67 = 129		
14 ? x = 322		
x ? 35 = 385		
x ? 6 = 108		
689 ? x = 53		
a + 15 = 65		
y - 690 = 1 201		
25 ? x = 450		
x ? 23 = 437		
7 385 ? x = 35		
x ? 23 = 391		
x ? 12 = 38		
1 197 ? x = 21		

Fiche de méthode

OBJECTIF

M3 : Présentation des calculs; des exercices et des devoirs

Comment mener proprement un calcul

Exemple :

Pour calculer la somme : (15 + 36) + (157 + 69 + 58) + 34 , on présentera ainsi le calcul au propre (au brouillon il n'y a aucune règle particulière):

$(15 + 36) + (157 + 69 + 58) + 34 =$

$51 + 284 + 34 = 369$

*On fait apparaître les **résultats partiels**, ceux des sommes qui figurent entre parenthèses, en essayant de respecter l'ordre.*

L'ensemble d'un calcul (son écriture) doit tenir sur la même ligne.

Comment présenter correctement un exercice

- *Présenter l'énoncé*

Une phrase parfois, un ou deux mots peut-être peuvent suffire pour présenter les données du problème que l'on va traiter.
On peut aussi résumer l'énoncé par un schéma.
Il faut en tout cas, que le lecteur (le correcteur) puisse savoir ce que contient l'énoncé sans avoir besoin de s'y reporter.

- *Présenter les questions traitées.*

De même, une phrase parfois, un ou deux mots peut-être peuvent suffire pour présenter la question que l'on va traiter. Chaque calcul, s'il permet de traiter une question d'un problème, par exemple, doit être introduit de la manière la plus simple par un mot ou une phrase pour que l'on sache à quelle question il répond.

- *Mettre en évidence les points essentiels*

Souligner les résultats intermédiaires qui seront réutilisés par la suite.
Encadrer, rajouter des couleurs

- *Faire apparaître très clairement la réponse à la question posée.*
-

Montrons cela sur un exemple

Énoncé : *Un triangle a pour périmètre 25 cm. Sachant que le premier côté mesure 6 cm , le deuxième 11 cm, calculer la longueur du troisième.*

Solution *:*

On sait que : *Le périmètre (appelons-le p) mesure 25 cm : $p = 25$*
Deux côtés mesurent 6 et 11 cm.
On cherche : *La longueur du troisième côté appelons-la x*

$p = x + 6 + 11 = 25$

donc $x + 17 = 25$, *d'où* $x = 25 - 17 = 8$

Conclusion : *Le troisième côté mesure 8 cm.*

Comment présenter proprement un devoir.

Exercice n°... → *Toujours numéroter très clairement les exercices.*

Fiche de méthode

<u>Quelques remarques générales :</u>

? *Toujours* ***relire*** *son devoir après l'avoir terminé pour éliminer le maximum de* ***fautes d'orthographe****.*

? *Toutes les figures géométriques, les dessins, les schémas sont faits au crayon et très proprement.*

? *Les résultats importants sont soulignés ou encadrés.*

? *Ne jamais oublier que le résultat n'est pas toujours le plus important, et qu'un résultat juste avec des explications incompréhensibles ou des calculs faux n'a guère de valeur.(de même qu'une totale absence d'explication)*

? *Il vaut mieux (s'il faut vraiment choisir) une méthode correctement présentée avec un résultat inexact, plutôt qu'un résultat juste sans explication ou avec une méthode ou un calcul faux.*

? *En cas d'impossibilité à résoudre un problème, il vaut mieux dire clairement où ça bloque et pourquoi, plutôt que de se contenter de dire "je n'ai rien compris".*

CORRIGE DES EXERCICES PARTIE 1

Numération décimale

Exercice 1

7 218 = Sept mille deux cent dix-huit
10 120 448 = dix millions cent vingt mille quatre cent quarante huit
80 388 = trente mille trois cent quatre vingt huit
10 101 = dix mille cent un

Exercice 2

	8 693	111	4 404	21
Chiffre des dizaines	9	1	0	2
Nombre de dizaines	869	11	440	2

Exercice 3

Nombre de dizaines dans 90 082 : 9 008
Nombre de centaines dans 90 082 : 900
Nombre de milliers dans 10 208 : 10

Exercice 4

	6342	4225	347	15405	18025
Chiffre des centaines	3	2	3	4	0
Nombre de centaines	63	42	3	154	180

Exercice 5

Les nombres de trois chiffres différents que l'on peut écrire avec 6 ; 2 ;5 sont :
625; 652; 265; 256; 526; 562

Exercice 6

En chiffres romains
354 CCCLIV 912 : CMXII 2 672 : MMDCLXXII

Exercice 7

<table>
<tr><td>Pour écrire les nombres :</td><td>On utilise le chiffre 4</td><td>total</td><td>total</td></tr>
<tr><td>De 1 à 10 :</td><td>1 fois</td><td rowspan="4">20 fois</td><td rowspan="8">56 fois</td></tr>
<tr><td>De 11 à 39</td><td>3 fois</td></tr>
<tr><td>De 40 à 49</td><td>11 fois</td></tr>
<tr><td>De 50 à 100</td><td>5 fois</td></tr>
<tr><td>De 101 à 200</td><td>20 fois</td><td rowspan="4">36 fois</td></tr>
<tr><td>De 201 à 239</td><td>4 fois</td></tr>
<tr><td>De 240 à 249</td><td>11 fois</td></tr>
<tr><td>Pour 254</td><td>1 fois</td></tr>
</table>

Les écritures mathématiques

Exercice 1

Corrigés des exercices

- *1 + 2 + 3+ 4 + 5+ 6 + 7 = 3 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 6+ 4 + 5 + 6 + 7 = 10 + 5 + 6 + 7 = 15 + 6 + 7 = 21 + 7 = 28*
- *18 + 25 + 31 = 43 + 31 = 74*
- *3 ? 5 ? 7 = 15 ? 7 = 105*
- *618 - 9 = 618 -10 + 1 = 608 + 1 = 609*
- *57 - 12 - 30 + 7 = 45 - 30 + 7 = 15 + 7 = 22*

<u>Exercice 2</u>

Par ordre croissant

? *0; 12; 46 ; 102; 201; 721; 1 002; 1 020; 1 202; 2 001.*

? *tous les nombres qui sont à la fois strictement supérieurs à 7 et inférieurs ou égaux à 15: 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15.*

<u>Exercice 3</u>

Par ordre décroissant

? *620; 602; 560; 250; 241; 205; 180; 034; 32; 28*

? *Les nombres qui sont compris entre 19 et 30, strictement :*
29; 28; 27; 26; 25; 24; 23; 22; 21; 20.

<u>Exercice 4</u>

Les nombres possibles sont :

2 3 7 23 27 32 37 72 73 237 273 327 372 723 732

✍✍✍✍✍

Les opérations

<u>Exercice 1</u>

8 est la somme. des deux nombres 3 et 5.
9 ? 7 est un .produit. de deux facteurs.
La somme 4 + 8 + 16 + 7 est composée de quatre termes.
La différence .entre 12 et 5 n'est pas identique à la différence entre 13 et 7.
Dans le quotient de 16 par 4, 16 s'appelle le dividende.

<u>Exercice 2</u>

? *Quotient de 15 520 par 40 15 520 : 40 = 388*
? *produit des nombres 3, 7 et 68 : 3 ? 7 ? 68 = 1 428*
? *Différence entre 108 et 47 : 108 - 47 = 61*
? *Somme du produit de 5 par 9 et de 17 : 5 ? 9 + 17 = 45 + 17 = 62*

Corrigés des exercices

Exercice 3

124 907 + 97 685 + 8 075 = 230 667   83 143 + 26 139 + 71 921 + 5 487 = 186 690
99 384 + 2 456 + 16 748 + 419 976 = 538 564   727 + 8 977 + 973 281 + 7 658 = 990 643
63 875 - 23 696 = 40 179   35 942 - 19 875 = 16 067   27 159 - 18 467 = 8 692
89 725 ? 670 = 60 115 750 ; 54 092 ? 980 = 53 010 160 ; 75 304 ? 750 = 56 478 000
25 678 : 74 = 347   565 848 : 87 = 6 504   234 764 : 76 = 3 089

Exercice 4

? *Le produit de 5 par 9 est égal au produit de 9 par 5. s'écrit : 5 ? 9 = 9 ? 5*
? *Le produit de 12 par la somme de 9 et 13 est égal à la somme des produits de 12 par 9 et de 12 par 13. s'écrit : 12 ? (9 + 13) = (12 ? 9) + (12 ? 13)*

Exercice 5

? *583 ? 19 ? 11 600 se traduit par : le produit de 583 par 19 vaut environ 11 600.*
? *43 ? 17 ? 47 ? 13 : le produit de 43 et 17 n'est pas égal au produit de 47 et 13.*
? *46 : 23 = 26 : 13 : les quotients de 46 par 23 et de 26 par 13 sont égaux.*

Addition et soustraction

Exercice 1

438 + 247 + 62 = ***(438 + 62) + 247 = 500 + 247 = 747***
24 + 13 + 16 + 7 = ***(24 + 16) + (13 + 7) = 40 + 20 = 60***
123 + 45 + 27 + 14 + 5 + 36 = ***(123 + 27) + (45 + 5) + (14 + 36) = 150 + 50 + 50 = 250***

Exercice 2

45 + (27 + 57) + (157 + 92 + 76) = ***45 + 84 + 325 = 454***
(47 + 521) + (64 + 942 + 87) + 66 = ***568 + 1 093 + 66 = 1 727***
10 + (54 + 743) + (624 + 973 + 67) = 10 + 797 + 1 664 = 2 471

Exercice 3

978 - 435 = ***543***	*659 - 536 =* ***123***	*789 - 551 =* ***238***	*967 - 421 =* ***546***
875 - 412 = ***463***	*796 - 342 =* ***454***	*856 - 554 =* ***302***	*935 - 471 =* ***464***
637 - 382 = ***255***	*528 - 473 =* ***55***	*915 - 640 =* ***275***	*845 - 671 =* ***174***
628 - 582 = ***46***	*912 - 761 =* ***151***	*8 062 - 3 575 =* ***4 487***	*6 541 - 5 078 =* ***1 463***
5 304 - 3 936 = ***1 368***	*7 604 - 5 948 =* ***1 656***	*4 310 - 3 928 =* ***382***	*8 045 - 7 806 =* ***239***

Exercice 4

1 875 - 65 - 857 - 352 = ***1 875 - (65 + 857 + 352) = 1 875 - 1 274 = 601***
624 - 67 - 8 - 512 = ***624 - (67 + 8 + 512) = 624 - 587 = 37***
3 210 - 87 - 95 - 875 - 1 215 - 637 = ***3 210 - (87 + 95 + 875 + 1 215 + 637)***
= 3 210 - 2 909 =301

Corrigés des exercices

Exercice 5

487 - 39 = (487 + 1) - (39 + 1) = 488 - 40 = ***448***
638 - 549 = ***(638 + 1) - (549 + 1) = 639 - 550 = 89***
30 242 - 6 654 = ***(30 242 + 6) - (6 654 + 6) = 30 248 - 6 660 = 23 588***
9 661 - 548 = ***(9 661 + 2) - (548 + 2) = 9 663 - 550 = 9 113***

Exercice 6

453 - 68 = (453 - 8) - (68 - 8) = 445 - 60 = ***385***
672 - 98 = ***(672 - 8) - (98 - 8) = 664 - 90 = 574***
967 - 129 = ***(967 - 9) - (129 - 9) = 958 - 120 = 838***
3 248 - 635 = ***(3 248 - 5) - (635 - 5) = 3 243 - 630 = 2 613***

✍✍✍✍✍

La multiplication

Exercice 1

6 ? 8 est un produit. de 2 facteurs qui sont 6 et 8.
3 ? 8 ? 6 est un produit de trois facteurs qui sont 3, 8 et 6.

Exercice 2

a)	b)
12 = 2? 6 = 3 ? 4	12 = 2 ? 2 ? 3
30 = 2 ? 15 = 3 ? 10 = 6 ? 5	30 = 2 ? 3 ? 5
45 = 3 ? 15 = 5 ? 9	45 = 3 ? 3 ? 5
62 = 2 ? 31	80 = 2 ? 2 ? 20 = 2 ? 4 ? 10 = 2 ? 8 ? 5 = 4 ? 4 ? 5
78 = 2 ? 39 = 3 ? 26 = 6 ? 13	1001 = 11 ? 13 ? 17
104 = 2 ? 52 = 4 ? 26 = 8 ? 13	616 = 2 ? 2 ? 154 = 2 ? 4 ? 77 = 2 ? 28 ? 11
1035 = 3 ? 345 = 5 ? 207 = 9 ? 115 =	= 4 ? 14 ? 11 = 8 ? 7 ? 11 = 2 ? 7 ? 44
23 ? 45 = 15 ? 69	= 2 ? 14 ? 22 = 4 ? 7 ? 22

Exercice 3

? 2 ? 39 ? 5 = (2 ? 5) ? 39 = 10 ? 39 = 390
? 8 ? 125 ? 3 = (8 ? 125) ? 3 = 1 000 ? 3 = 3 000
? 25 ? 58 ? 4 = (25 ? 4) ? 58 = 100 ? 58 = 5 800
? 4? 6 ? 5 ? 3 ? 25 ? 2 = (4 ? 25) ? (5 ? 2) ? 6 ? 3 = 100 ? 10 ? 18 = 18 000
? 4 ? 6 ? 5 ? 2 ? 8 ? 25 ? 7 ? 125 = (4 ? 25) ? (8 ? 125) ? (5 ? 2) ? 7 ? 6
= 100 ? 1 000 ? 10 ? 42 = 42 000 000
? 45 ? 4 ? 25 ? 6 ? 2 ? 5 = (45 ? 2) ? (4 ? 25) ? (6 ? 5) = 90 ? 100 ? 30 = 270 000

Exercice 4

47 ? 10 = 470	23 ? 100 = 2 300	95 ? 1 000 = 95 000	27 ? 10 = 270
52 ? 100 = 5 200	87 ? 1 000 = 87 000	106 ? 10 = 1 060	251 ? 100 = 25 100
139 ? 1 000 = 139 000	67 ? 10 = 670	342 ? 100 = 34 200	609 ? 10 = 6 090

Exercice 5

Corrigés des exercices

47 ? 20 = 940 23 ? 200 = 4 600 95 ? 2 000 = 190 000 27 ? 40 = 1 080
52 ? 400 = 20 800 87 ? 4 000 = 34 800
106 ? 80 = 8 480 251 ? 800 = 200 800 139 ? 8 000 = 1 112 000
67 ? 50 = 3 350 342 ? 500 = 171 000 609 ? 50 = 30 450

✍✍✍✍✍

Fiche méthode : vérification des produits

l'ordre de grandeur pour chacun des produits suivants :

Produit à calculer	*Ordre de grandeur*
532 ? 37	*500 ? 40 = 20 000*
964 ? 321	*1 000 ? 300 = 300 000*
18 ? 462	*20 ? 500 = 10 000*
3 258 ? 6 542	*3 000 ? 7 000 = 21 000 000*
7 ? 639	*7? 600 = 4 200*
6 591 ? 844	*6 000 ? 900 = 5 400 000*
8 730 ? 6	*9 000 ? 6 = 54 000*

Chiffre des unités

Produit à calculer	*Chiffre des unités*		*Produit à calculer*	*Chiffre des unités*
532 ? 37	*4*		*23 ? 37*	*1*
964 ? 321	*4*		*95 364 ? 21*	*4*
18 ? 462	*6*		*15 866 ? 462*	*2*
3 258 ? 6 542	*6*		*3 257 ? 6 541*	*7*
7 ? 639	*3*		*75 ? 634*	*0*
6 591 ? 844	*4*		*659 ? 843*	*7*
8 730 ? 6	*0*		*8 737 ? 62*	*4*

Pour chaque produit proposé, éliminer toutes les valeurs sûrement impossibles d'après les deux méthodes proposées.

Produit	*791 ? 864*	*5325 ? 49*	*719 ? 8*	*659 ? 37*	*413 ? 69*	*2059 ? 84*	*743 ? 942*
Valeurs conservées							
				24 383			
			5 752		*28 497*		
	683 424					*172 956*	
		260 925					*699 906*

✍✍✍✍✍

La distributivité

Exercice 1

Corrigés des exercices

38 ? 41 = 1 558	*45 ? 29 = 1 305*	*97 ? 68 = 6 596*
246 ? 78 = 19 188	*905 ? 23 = 20 815*	*417 ? 83 = 34 611*
134 ? 574 = 76 916	*352 ? 959 = 337 568*	*3 218 ? 746 = 2 400 628*
6 584 ? 9 713 = 63 950 392		

Exercice 2

38 ? 41 = 38 ? (40 + 1) = 38 ? 40 + 38 = 1 520 + 38 = 1 558.

45 ? 29 = 45 ? (30 - 1) = 45 ? 30 - 45 = 1 350 - 45 = 1 305

97 ? 68 = (100 - 3) ? 68 = 100 ? 68 - 3 ? 68 = 6 800 - 204 = 6 596

246 ? 78 = 246 ? (80 - 2) = 246 ? 80 - 246 ? 2 = 19 680 - 492 = 19 188

905 ? 23 = 905 ? (20 + 3) = 905 ? 20 + 905 ? 3 = 18 100 + 2 715 = 20 815

417 ? 83 = 417 ? (80 + 3) = 417 ? 80 + 417 ? 3 = 33 360 + 1 251 = 34 611

Exercice 3

29 ? 55 + 29 ? 45 = 29 ? (55 + 45) = 29 ?   100 = 2 900

34 ? 17 + 166 ? 17 = 17 ? (34 + 166) = 17 ? 200 = 3 400

491 ? 51 + 9 ? 51 = 51 ?   (491 + 9) = 51 ? 500 = 25 500

32 ? 86 + 114 ? 32 = 32 ? (114 + 86) = 32 ? 200 = 6 400
66 ? 544 + 56 ? 66 = 66 ? (544 + 56) = 66 ? 600 = 39 600
604 ? 41 + 604 ?   17 + 604 ? 42 = 604 ? (41 + 17 + 42) = 604 ? 100 = 60 400
53 ? 18 + 53 ? 39 + 57 ? 47 = 53 ? (18 + 39) + 57 ? 47 = 53 ? 57 + 57 ? 47
57 ? (53 + 47) =57 ? 100 = 5 700.
29 ? 68 + 37 ? 68 + 66 ? 32 = 68 ? (29 + 37) + 66 ? 32 = 68 ? 66 + 66 ? 32 =
66 ? (68 + 32) = 66 ? 100 = 6 600.

✍✍✍✍✍

Corrigés des exercices

La division euclidienne

Exercice 1

	quotient euclidien	reste	écriture en ligne
205 par 3	*68*	*1*	*205 = 3 ? 68 + 1*
318 par 5	*63*	*3*	*318 = 5 ? 63 + 3*
437 par 9	*48*	*5*	*437 = 9 ? 48 + 5*
698 par 6	*116*	*2*	*698 = 6 ? 116 + 2*
782 par 4	*195*	*2*	*782 = 4 ? 195 + 2*
285 par 3	*95*	*0*	*285 = 3 ? 95*
1 087 par 7	*155*	*2*	*1 087 = 7 ? 155 + 2*
1 248 par 8	*156*	*0*	*1 248 = 8 ? 156*
4 345 par 25	*173*	*20*	*4 345 = 25? 173 + 20*
2 005 par 13	*154*	*3*	*2 005 = 13 ? 154 + 3*
1 848 par 27	*68*	*12*	*1 848 = 27 ? 68 + 12*
987 par 30	*32*	*27*	*987 = 30 ? 32 + 27*
1 253 par 95	*13*	*18*	*1 253 = 95 ? 13 + 18*
7 253 par 78	*92*	*77*	*7 253 = 78 ? 92 + 77*

Exercice 2

Dans un collège, 143 élèves sont inscrits en classe de sixième.

a) équipes de basket à 5 joueurs : 143 = 28 ? 5 + 3 . Il y aura 28 équipes et 3 joueurs de reste

b) équipes de football à 11 joueurs : 143 = 11 ? 13 . Il y aura exactement 13 équipes.

c) équipes de rugby à 15 joueurs : 143 = 9 ? 15 + 8 . Il y aura 9 équipes et il restera 8 élèves.

Exercice 3

a) Dans la division euclidienne par 7 les restes possibles sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, (il y en a 7)

b) Les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 31 s'obtiennent en calculant le produit 31 ? 7 et en rajoutant tous les restes possibles. Ce sont donc les nombres compris ***entre 217 et 223 inclus****.*

c) Les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 43 s'obtiennent en calculant le produit 43 ? 7 et en rajoutant tous les restes possibles. Ce sont donc les nombres compris ***entre 301 et 307 inclus***

d) Les dividendes possibles dans la division euclidienne par 7 lorsque le quotient euclidien vaut 64 s'obtiennent en calculant le produit 64 ? 7 et en rajoutant tous les restes possibles. Ce sont donc les nombres compris ***entre 448 et 454 inclus***

Exercice 4

a) Soit d le diviseur; on sait que : 13 ? d + 7 = 202. Donc 13 ? d = 202 - 7 = 195 . Donc d = 195 : 13 = 15

b) Soit d le diviseur; on sait que : 18 ? d + 4 = 238. Donc 18 ? d = 238 - 4 = 234 . Donc d = 234 : 18 = 13

c) Soit d le diviseur; on sait que : 4 ? d + 3 = 203. Donc 4 ? d = 203 - 3 = 200 . Donc d = 200 : 4 = 50

Exercice 5

Corrigés des exercices

1. *Les papillons entre la 10ème et la 30ème place sont situés aux places 11, 17, 23 et 29; c'est à dire de 6 en 6.*
2. *43 = 6 ? 7 + 1 . Avant le n° 43, il y a donc 7 groupes complets, et le n°43 se trouve à la première place du 8ème groupe. C'est donc un chien.*
3. *189 = 6 ? 31 + 3. Le n° 189 est donc le troisième du 32ème groupe.*

✍✍✍✍✍

Fiche méthode : les unités de temps

Exercice de transformation :

24 h = 1 440 min. *12 h = 720 min.* *6h 15 min. = 375 min.*
4h 52 min. = 292 min.
18 min. = 1 080 s *54 min. = 3 240 s* *1h 23 min. = 4 980 s*
2h 26 min. 18s = 8 778s *7h 19 min. 45s = 26 385 s.*

Convertir en h,min.,s

10 000 s = 2h 46 min. 40s *2 000 min. = 33 h 20 min.*
100 s = 1 min. 40s *100 min. = 1h 40 min.* *500 s = 8 min. 20 s.*
500 min. = 8 h 20 min. *200 min. = 3 h 20 min.* *4 512 s = 1h 15 min. 16s.*
38 450 s = 10 h 40 min. 50 s.

Opérations sur les durées:

1h 47 min. 24 s + 5h 32 min. 56 s = 7h 20 min. 20s.
(39 min. 25s) ? 2 = 1h 18 min. 50s
12h 53min. 36s + 7h 21 min. 34s = 20h 15 min. 10s
1h 30 min. - 48 min. = 42 min.
2h 36 min. - 53 min. 40s = 1h 42 min. 20s.
3 ? (6h 52 min. 16s) = 20h 36 min. 48s.

✍✍✍✍✍

Opérations associées

Exercice 1

*356 + **498** = 854* *312 + **640** = 952* *34 + impossible = 14* *66 + **36** = 102*
*91 - **47** = 44* *67 + **67** = 134* *37 + **26** = 63* *17 + **78** = 95*

Exercice 2

6 ? 7 = 42 *42 : 6 = 7* *et 42 : 7 = 6*
5 ? 17 = 85 *85 : 5 = 17* *et 85 : 17 = 5*
23 ? 8 = 184 *184 : 23 = 8* *et 184 : 8 = 23*
36 ? 11 = 396 *396 : 36 = 11* *et 396 : 11 = 36*
63 : 7 = 9 *9 ? 7 = 63* *et 63 : 9 = 7*
35 : 5 = 7 *7 ? 5 = 35* *et 35 : 7 = 5*
93 : 3 = 31 *31 ? 3 = 93* *et 93 : 31 = 3*
105 : 5 = 21 *21 ? 5 = 105* *et 105 : 21 = 5*

Exercice 3

Corrigés des exercices

$28 ? 34 = 952$	$53 ? 46 = 2\,438$		$495 ? 23 = 11\,385$
$470 : 10 = 47$	$81 : 27 = 3$	$420 : 12 = 35$	$1\,159 : 61 = 19$

Exercice 4

321	4 3 2	9 1 3	538
? 43	? 37	? 25	? 37
963	3024	4565	3766
1284 .	1296 .	1826 .	1614 .
13803	15984	22825	19906

✍✍✍✍✍

Équations

$18 + x = 25$	$x = 25 - 18 = 7$
$k - 987 = 54$	$k = 54 + 987 = 1\,041$
$n + 95 = 324$	$n = 324 - 95 = 229$
$425 + p = 9\,753$	$p = 9\,753 - 425 = 9\,328$
$654 - t = 329$	$t = 654 - 329 = 325$
$x + 67 = 129$	$x = 129 - 67 = 62$
$14 ? x = 322$	$\boldsymbol{x = 322 : 14 = 23}$
$x ? 35 = 385$	$\boldsymbol{x = 385 : 35 = 11}$
$x : 6 = 108$	$\boldsymbol{x = 108}\ ?\ \boldsymbol{6 = 648}$
$689 : x = 53$	$\boldsymbol{x = 689 : 53 = 13}$
$a + 15 = 65$	$a = 65 - 15 = 50$
$y - 690 = 1\,201$	$y = 1201 + 690 = \boldsymbol{1\,891}$
$25 ? x = 450$	$\boldsymbol{x = 450 : 25 = 18}$
$x ? 23 = 437$	$\boldsymbol{x = 437 : 23 = 19}$
$7\,385 : x = 35$	$\boldsymbol{x = 7\,385 : 35 = 211}$
$x ? 23 = 391$	$\boldsymbol{x = 391 : 23 = 17}$
$x : 12 = 38$	$\boldsymbol{x = 12}\ ?\ \boldsymbol{38 = 456}$
$1\,197 : x = 21$	$\boldsymbol{x = 1\,197 : 21 = 57}$