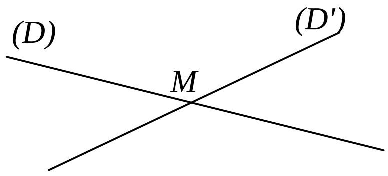
CHAPITRE 4
PARALLÉLISME ET PERPENDICULARITÉ

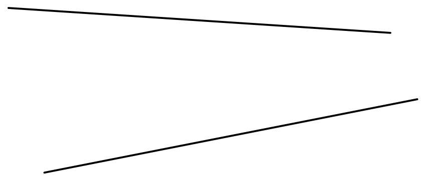
4.1. Sécantes et parallèles

Droites sécantes

*Deux droites qui passent par un même point sont appelées des droites **sécantes**.*
*On dit alors qu'elles ont un point commun. Ce point est appelé le **point d'intersection**.*



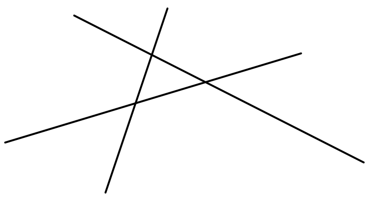
(D) et (D') sont sécantes en M.



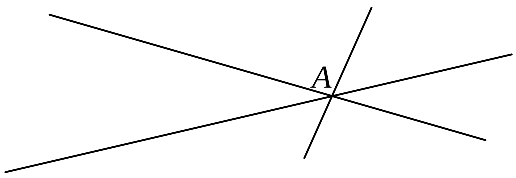
Le point d'intersection peut ne pas apparaître sur le dessin.

Si deux droites ont plus qu'un point en commun (par exemple deux points communs), alors elles ne peuvent être que confondues. Il s'agit en fait de deux fois la même droite.

*Si trois droites passent par un même point et ne sont pas confondues, on dit qu'elles sont **concourantes**. Le point qu'elles ont en commun s'appelle le **point de concours**.*



Les trois droites sont sécantes deux à deux.

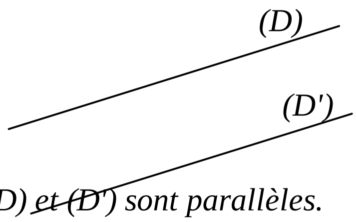


Les trois droites sont concourantes en A.

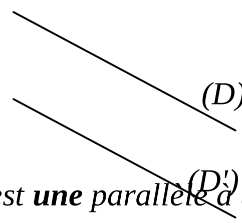
Droites parallèles

Si deux droites ne sont pas sécantes, alors elles sont parallèles
*Si deux droites sont **parallèles** , elles n'ont pas de point commun .*

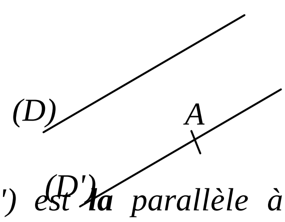
Propriété *Par un point A donné , il ne passe qu'une seule parallèle à une droite donnée .*



(D) et (D') sont parallèles.



*(D) est **une** parallèle à (D)*

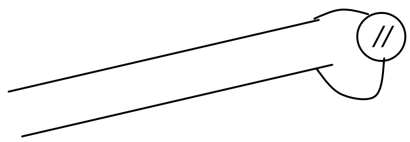


*(D') est **la** parallèle à (D) passant par A.*

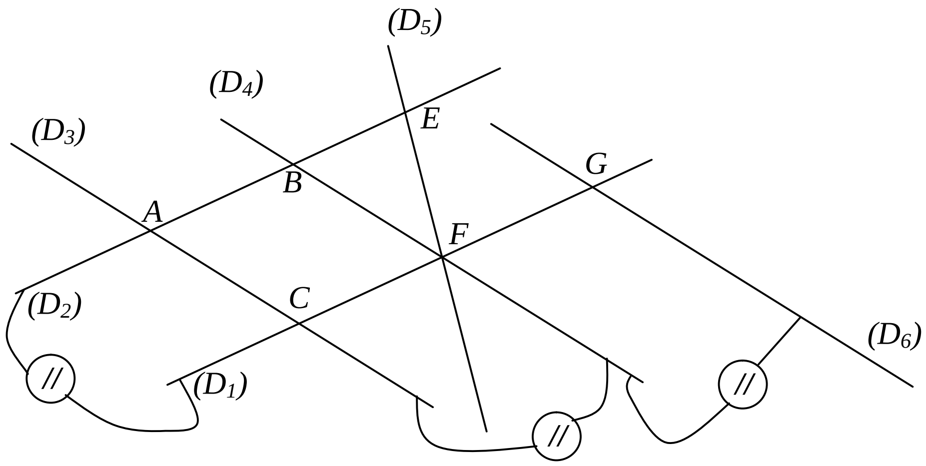
Écriture et codage.

Pour simplifier les écritures on utilise le symbole // pour signifier que deux droites sont parallèles.
Ce signe ne peut être utilisé qu'entre deux noms de droites.
*On écrira : **(D) // (D')** mais on n'écrira pas : (D) est // à (D'), ni (D) et (D') sont //.*

Sur une figure, si l'on veut marquer la certitude que deux droites sont parallèles, on utilise le codage suivant :
On "accroche" aux deux droites une sorte d'étiquette utilisant le symbole du parallélisme.



Exercice 2



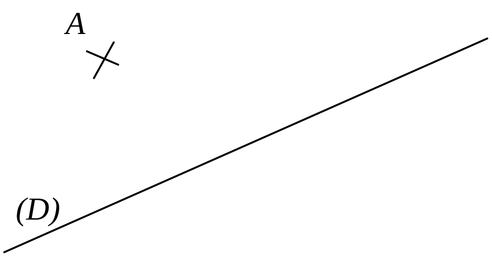
D'après le dessin ci dessus, compléter :

- ✍ *(D_1) et (D_2) sont ……………………….*
- ✍ *(D_3) et (D_5) sont ……………………….*
- ✍ *(D_2) et (D_4) sont ……………………….*
- ✍ *(D_6) est la …………………. à (D_3) ……………………….*
- ✍ *(D_1) et (D_6) sont ……………………….*
- ✍ *(D_1), (D_4) et (D_5) sont ……………………….*

Exercice 3

Pour construire avec le compas la parallèle à une droite (D) donnée passant par un point A donné :
Placer un point B sur (D).
Tracer un arc de centre B, passant par A.
Il coupe (D) en C.
Tracer deux arcs de rayon AB, de centres A et C.
Ils se coupent en E.
(AE) est la parallèle à (D) passant par A.

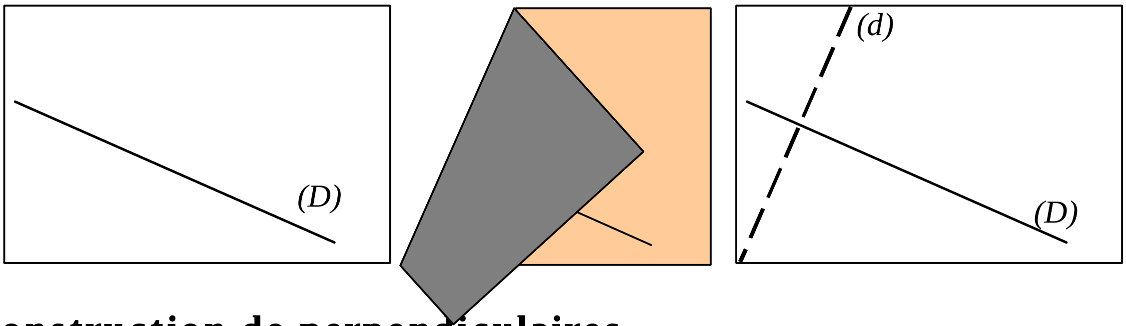
Exécuter cette construction ci-contre.



4.2. Droites perpendiculaires

Pliage et perpendiculaires

Sur une feuille de papier, on trace une droite (D) et y place un point A.
On plie la feuille au niveau du point A, de manière à ce que les deux parties de la droite se superposent exactement.
La marque de la pliure est une droite (d) qui est sécante à la droite (D) initiale, et que l'on qualifie de perpendiculaire à (D).

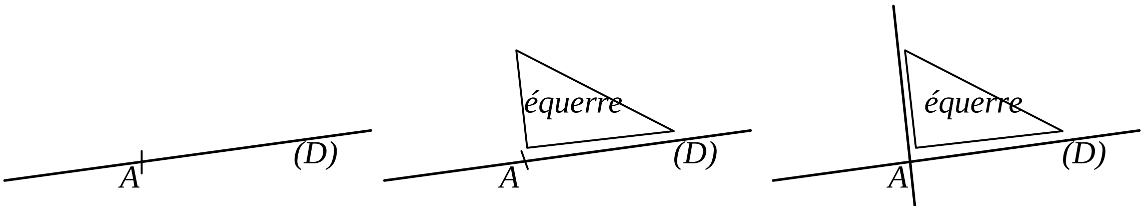


Construction de perpendiculaires

Propriété *Par un point A donné , il ne passe qu'une seule perpendiculaire à une droite donnée .*

C'est parce qu'elle est unique qu'on l'appelle : ***la perpendiculaire à (D) passant par A*** *.*

Pour construire une perpendiculaire à (D) passant par A, avec l'équerre.

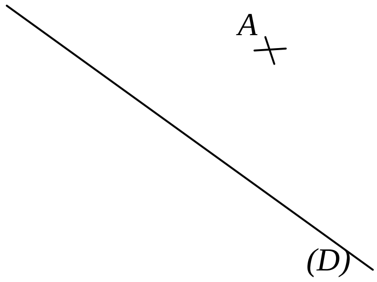


(D) et A sont donnés.	*On glisse un côté de l'équerre sur (D) jusqu'au point A*	*On trace la droite portée par l'autre côté de l'équerre.*

Construction avec le compas :

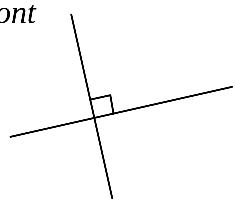
On trace un arc de cercle de centre A
Il coupe (D) en deux points B et C.
On trace deux arcs de même rayon, de centres B et C.
Ils se coupent en M.
(AM) est la perpendiculaire à (D) en A.

Exécuter cette construction sur la figure ci-contre :



Écriture et codage.

Pour simplifier les écritures on utilise le symbole ? pour signifier que deux droites sont perpendiculaires.
On écrira : ***(D)*** *?* ***(D')*** *mais on n'écrira pas : (D) est ? à (D'), ni (D) et (D') sont ? .*
Sur une figure, si l'on veut marquer que deux droites sont perpendiculaires, on marque un petit carré à leur intersection.



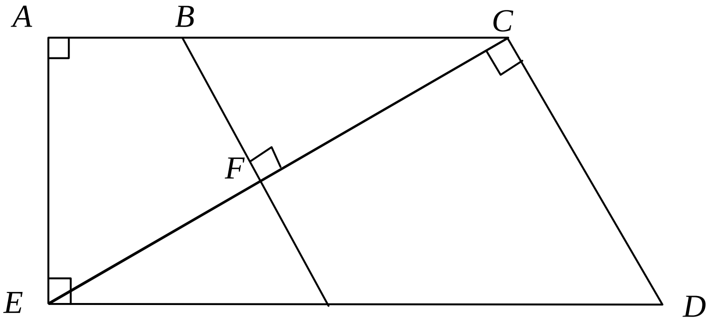
Exercice 2

Tracer un triangle ABC et placer un point P à l'intérieur de ce triangle.
Tracer, passant par P, les perpendiculaires à chacun des côtés.

Exercice 3

Construire un triangle ABC tel que AB = 7 cm, BC = 8 cm et AC = 9 cm.
Tracer la droite (D) passant par A et perpendiculaire à (BC). Elle coupe (BC) en A'.
Tracer la droite (D'), passant par B et perpendiculaire à (AC). Elle coupe (AC) en B'..
(D) et (D') se coupent en H.
[AA'] et [BB'] sont deux ***hauteurs*** *du triangle ABC.*
Tracer (CH). Que constate-t-on?

Exercice 4



Citer les droites qui sont deux à deux perpendiculaires.
Citer les droites qui sont deux à deux parallèles.

Exercice 5

Tracer un cercle C de centre O, de rayon 2,5 cm. Tracer un diamètre [AB].
Par le point A, tracer la droite (D) perpendiculaire à [OA].
On dit que (D) est ***tangente*** *au cercle en A.*
Tracer (D') la tangente à C en B..
Comment semblent être les deux tangentes?

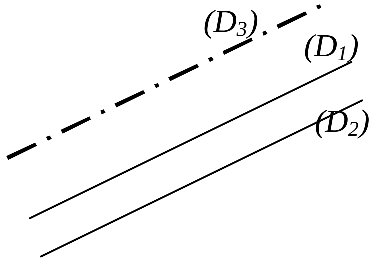
4.3. Propriétés

Une propriété énonce le lien qui existe entre une situation voulue, choisie, et une conséquence automatique, obligatoire, découlant de cette situation.
Voyons ici ce qui se passe si à une situation initiale simple (deux droites sont parallèles ou bien sont perpendiculaires), on rajoute un élément nouveau (ici une troisième droite).

Situation 1 : si deux droites sont parallèles

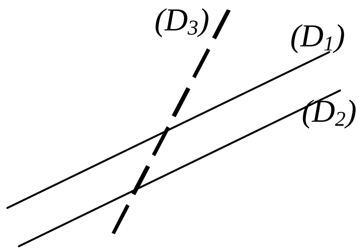
On a deux droites (D_1) et (D_2) qui sont parallèles :

Si on trace une droite parallèle à l'une



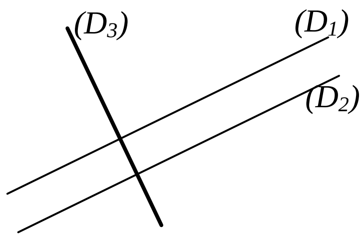
Alors elle est aussi parallèle à l'autre
Si *(D_1)//(D_2) et si (D_3)//(D_1)*
Alors *(D_3)//(D_2)*

Si on trace une droite sécante à l'une



Alors elle est aussi sécante à l'autre
Si *(D_1)//(D_2) et si (D_3) coupe (D_1)*
Alors *(D_3) coupe (D_2)*

Si on trace une droite perpendiculaire à l'une

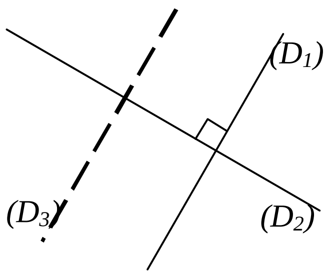


Alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre
Si *(D_1)//(D_2) et si (D_3)? (D_1)*
Alors *(D_3)? (D_2)*

Situation 2 : si deux droites sont perpendiculaires

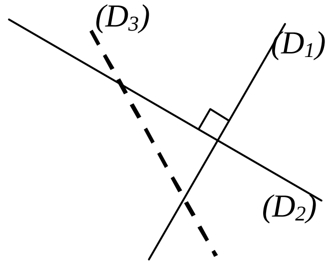
On a deux droites (D_1) et (D_2) qui sont perpendiculaires :

Si on trace une droite parallèle à l'une



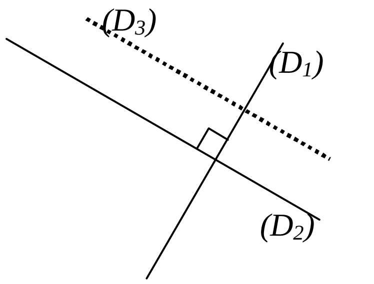
Alors elle est perpendiculaire à l'autre
Si *(D_1)? (D_2) et si (D_3) //(D_1)*
Alors *(D_3) ? (D_2)*

Si on trace une droite sécante à l'une



Alors elle est aussi sécante à l'autre
Si *(D_1) ? (D_2) et si (D_3) coupe (D_1)*
Alors (D_3) coupe (D_2)

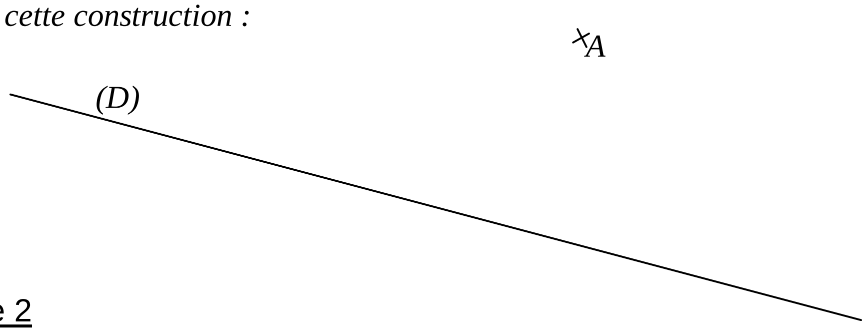
Si on trace une droite perpendiculaire à l'une



Alors elle est parallèle à l'autre
Si *(D_1)? (D_2) et si (D_3)? (D_2)*
Alors *(D_3) //(D_2)*

Exercice 1 Construction de parallèles avec le compas.

On a une droite (D) et un point A donné.
En reprenant la méthode de construction de la perpendiculaire décrite page 74, on trace :
(d) , la perpendiculaire à (D) passant par A.
(D_1) la perpendiculaire à (d) passant par A.
Comme (D_1)? (d) , et (d) ? (D) , on aura donc . (D_1) // (D).
Exécuter cette construction :



Exercice 2

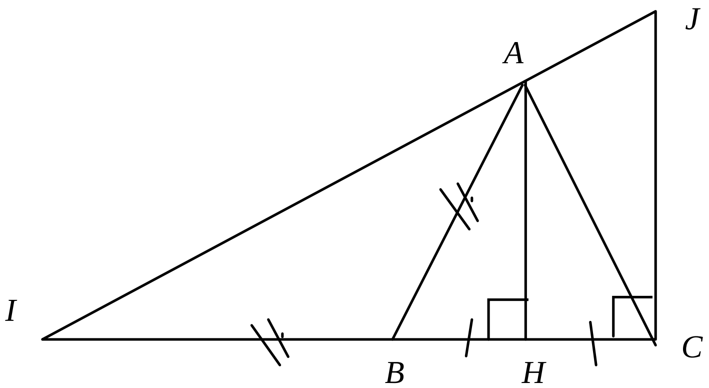
Soit (d) et (d') deux droites perpendiculaires, sécantes en un point O. Soit R et S deux points de (d) distincts de O, F et G deux points de (d') distincts de O.
Construire les droites (D) et (D') perpendiculaires en R et en S à la droite (d).
Construire les droites (D_1) et (D_2) perpendiculaires en F et en G à la droite (d').

En utilisant cette figure, compléter ce tableau avec les signes ? ou //.

	(d)	(d')	(D)	(D')	(D_1)	(D_2)
(d)						
(d')						
(D)						
(D')						
(D_1)						
(D_2)						

Exercice 3

Reproduire cette figure en prenant les dimensions suivantes : IB = 3 cm, BH = 2 cm.
Puis rédiger le programme de construction de la figure.



Objectif

M1 : Les propriétés . Hypothèses et conclusion.

Une propriété énonce le lien qui existe entre une situation voulue, choisie, et une conséquence automatique, obligatoire, découlant de cette situation.
Ces deux parties distinctes portent dans les raisonnements mathématiques, les noms d'hypothèses et de conclusion.
Le mot hypothèse n'a pas ici exactement le même sens que dans le langage courant.
On emploie fréquemment le mot hypothèse pour parler d'une supposition, d'une interprétation, d'une éventualité.

En math, le sens du mot est plus strict. Les hypothèses d'une propriété ou d'un problème, ce sont ***les données de la situation*** *que l'on choisit d'étudier. Ce sont tous les éléments particuliers que l'on s'impose.*

Ces éléments donnent naissance à une ***figure*** *(en géométrie); on dit parfois une configuration.*

La ***conclusion*** *est, au contraire, ce qui est remarquable dans cette figure, mais qui n'était pas donné au départ.*

Ces deux parties d'une propriété (hypothèses et conclusion) sont souvent introduites dans les phrases par ***Si*** *et* ***Alors****.*

Prenons un exemple en calcul :

Si un nombre est multiple de 20, alors c'est un multiple de 2.

L'hypothèse *: un nombre est multiple de 20 (0 ; 20 ; 40 ; 60 ; etc.)*
La conclusion *: c'est un multiple de 2 (c'est un nombre pair)*

On pourrait réécrire cette phrase de nombreuses manières, par exemple :

- ***Chaque fois qu'un*** *nombre est multiple de 20, alors il est aussi multiple de 2.*
- ***Dès qu'un*** *nombre est multiple de 20, alors il est multiple de 2.*
- *Pour qu'un nombre soit un multiple de 20,* ***il est nécessaire qu'il*** *soit multiple de 2.*
- *Un nombre est multiple de 20,* ***donc*** *il est multiple de 2.*
- *Ce nombre est multiple de 2* ***car*** *il est multiple de 20.*

Pour ne pas embrouiller les choses, on essaiera de toujours présenter les propriétés sous la forme : Si …………… , alors ……………

Fiche de méthode

Exercice 1 Appliquer une règle

1. *On suppose que la phrase suivante est vraie : "Si la télévision est allumée, alors il y a obligatoirement au moins une personne qui la regarde."*

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse :

La télévision est allumée; y a-t-il quelqu'un qui la regarde?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*
Il n'y a personne devant la télévision; Est-elle allumée?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*
La télévision n'est pas allumée; Y a-t-il quelqu'un devant?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*
Il y a quelqu'un devant la télévision; Est-elle allumée?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*

2. *On suppose que la phrase suivante est vraie : "Je pense à un nombre qui n'est pas supérieur à 5." Pour chaque question, indiquer la bonne réponse :*

Est-ce que je peux penser au nombre 7?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*
Le nombre auquel je pense est-il supérieur à 5?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*
Est-ce que je peux penser au nombre 3?					
A	*Oui*	*B*	*Non*	*C*	*On ne peut pas savoir*

Exercice 2 : utiliser les mots "car" et "donc"

? *Compléter les phrases suivantes avec "car" ou "donc"; y a-t-il des cas où l'on peut utiliser les deux?*

a) Aujourd'hui j'ai reçu un cadeau ……c'est mon anniversaire.
b) Je suis Européen …… je suis Allemand.
c) Il est aveugle …… il ne voit rien.
d) Je ne suis pas Allemand……je ne suis pas Européen.
e) Nous sommes bien tristes…… c'est la fin des vacances.
f) Je ne suis pas Européen …… je ne suis pas Allemand.
g) Je suis Allemand …… je suis Européen.

? *Compléter les phrases suivantes avec "car" ou "donc"; y a-t-il des cas où l'on peut utiliser les deux?*

a) ABCD est un parallélogramme …… (AB) et (CD) sont parallèles.
b) Le quadrilatère ABCD a deux angles droits …… c'est un rectangle.
c) Le point F est sur le cercle de centre O et de rayon 4 cm ……OF = 4.
d) Le nombre n est un multiple de 4 …… c'est un multiple de 2.
e) Le nombre n est un multiple de 15 …… c'est un multiple de 3 et de 5.
f) Le nombre x est supérieur à 5 …… il est supérieur à 3.

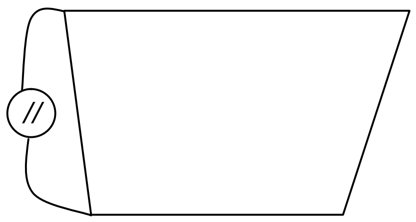
Exercice 3

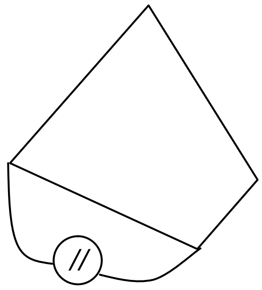
*Écrire chacune des phrases de l'exercice 2 en utilisant une présentation sous la forme : "**Si** …………, **alors**……".*

4.4. TRAPÈZE ET PARALLÉLOGRAMME

Le trapèze :

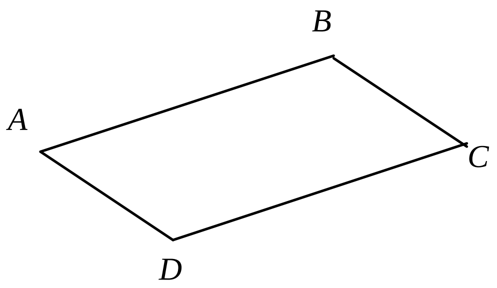
Définition *: Si un quadrilatère a deux côtés parallèles, alors c'est un trapèze.*





Le parallélogramme :

Définition *: Si un quadrilatère a ses côtés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.*



Les côtés opposés qui sont parallèles :
(AB) // (DC) et (BC) // (AD).

Le parallélogramme s'appelle ABCD. (attention à bien lire le nom de la figure en tournant autour)

Propriétés du parallélogramme

- *Les côtés opposés ont la même longueur (AB = DC et BC = AD)*
- *Les diagonales ont le même milieu.*

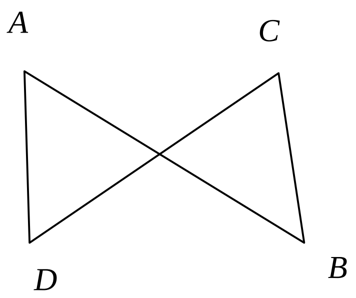
Programme de construction du parallélogramme :

Pour construire un parallélogramme ABCD avec AB = 6 cm et BC = 5 cm.

- *Tracer [AB] de 6 cm.*
- *Tracer [BC] de 5 cm.*
- *Tracer la parallèle à (AB) passant par C*
- *Tracer la parallèle à (BC) passant par A.*
- *Les deux parallèles se coupent en D.*

Fiche d'exercices

A propos du nom du parallélogramme:



Le nom n'est pas toujours lié à un problème d'ordre alphabétique et il faut s'en méfier.
Sur la figure ci-contre, le quadrilatère ABCD n'est pas un parallélogramme car les côtés [AB] et [CD] étant croisés ne peuvent pas être parallèles.

Si une figure peut être un parallélogramme, elle s'appellera ACBD.

Exercice 1

ARMT est un trapèze dont les bases (les côtés parallèles) sont [AR] et [MT] .
H est le point de [MT] tel que (AH) ? (TM).
On donne : TM = 8 cm; TH = 3 cm ; TA = 5 cm ; AR = 4 cm.
Rédiger la construction et construire la figure.

Exercice 2

Placer trois points A, B et D tels que AB = 5 cm, BD = 3 cm et que les droites (AB) et (BD) sont perpendiculaires.
Construire ensuite le point C tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
Rédiger la construction.

Exercice 3

- ✍ *Tracer un triangle ABC sachant que AB = 4 cm, BC = 5 cm et AC = 6 cm. Placer un point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.*
- ✍ *Tracer un triangle EFG sachant que EF = 4 cm, FG = 5 cm et EG = 6 cm. Placer un point H tel que le quadrilatère EFHG soit un parallélogramme.*
- ✍ *Tracer un triangle IJK sachant que IJ = 4 cm, JK = 5 cm et IK = 6 cm. Placer un point L tel que le quadrilatère IKJL soit un parallélogramme.*

Exercice 4

Construire un parallélogramme QRST tel que QR = QS = 6 cm et RS = 5 cm.

Exercice 5

Construire un parallélogramme ABCD tel que AB = BC = AC = 6 cm.

Exercice 6

Tracer un cercle C de centre O et de rayon 4 cm. Tracer un diamètre [ME] et placer les points U et H milieux respectifs des segments [MO] et [OE].
Tracer en H la droite perpendiculaire à (ME). Cette droite coupe le cercleC en L et en R.
Construire les parallélogrammes LUNE et PURE.
Comment semblent placés les points N et P?

4.5. LE RECTANGLE

Le rectangle

Définition *: Un quadrilatère est un rectangle si ses côtés sont deux à deux perpendiculaires*

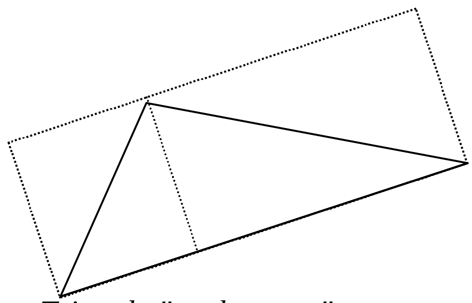
Programme de construction d'un rectangle.

Exemple : Construire un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et BC = 6 cm.

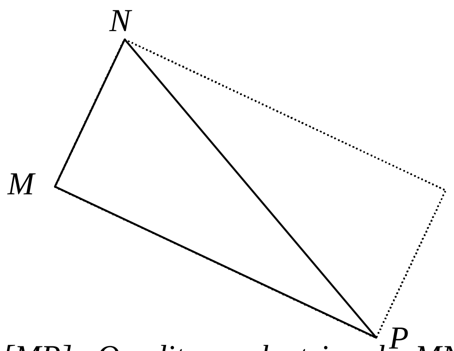
- *Tracer [AB] de 8 cm.*
- *Tracer [Bx) ? [AB]*
- *Placer C sur [Bx) tel que BC = 6 cm.*
- *Tracer [Cy) ? [BC].*
- *Placer D sur [Cy) tel que CD = 8 cm.*
- *Tracer [DA]*

Le triangle est la moitié d'un rectangle.

Définition *: Un triangle qui a deux côtés perpendiculaires est un triangle rectangle.*



Triangle "quelconque"



Les deux côtés perpendiculaires sont [MN] et [MP]. On dit que le triangle MNP est ***rectangle en M****.*
Le troisième côté qui est aussi le plus grand, [NP], s'appelle ***l'hypoténuse.***
On peut dire que MNP est un triangle rectangle ***d'hypoténuse [NP].***

Programmes de construction de triangles rectangles.

1. Triangle ABC rectangle en A avec AB = 3 cm et AC = 4 cm.
Tracer [AC] de 4 cm.
Tracer [AB] ? [AC] avec AB = 3 cm.
Tracer [BC]

2. Triangle DEF rectangle en D avec ED = 4 cm et EF = 6 cm.
Tracer [ED] de 4 cm.
Tracer [Dx) ? [ED].
Tracer un arc de cercle de centre E et de rayon 6 cm qui coupe [Dx) en F.

Exercice 1

Construire les triangles suivants après en avoir rédigé les programmes de construction.

- *Triangle ABC rectangle en B avec AB = 6 cm et BC = 5,3 cm.*
- *Triangle DEF rectangle en D avec DE = 7 cm et EF = 6,3 cm*
- *Triangle GHI rectangle en I avec IH = 3,5 cm et HG = 5,2 cm.*

Exercice 2

1. *Rédiger le programme de construction et construire le rectangle MNPQ tel que MN = 5 cm et NP = 4 cm.*
2. *Rédiger le programme de construction et construire le rectangle RSTU tel que RS = 8 cm et la **diagonale** RT = 12 cm.*

Exercice 3

Tracer un cercle C de centre O.
Tracer une droite passant par O qui coupe le cercle C en deux points A et B. C'est à dire que [AB] est un diamètre de C.
Placer un autre diamètre [CD] de C.
Tracer le quadrilatère ACBD. (attention au nom de la figure)

Exercice 4

Tracer un rectangle ABCD de dimensions quelconques.
Tracer les diagonales et placer I leur point d'intersection.
Tracer le cercle de centre I passant par A. On constate que le cercle passe par les trois autres sommets du rectangle.
*On dit que ce cercle est **circonscrit** au rectangle, ou que le rectangle est **inscrit dans le cercle.***

Exercice 5

Montrer comment on peut utiliser les constatations des exercices 3 et 4 pour construire le triangle JKL rectangle en J avec JK = 4,8 cm et KL = 6,5 cm.

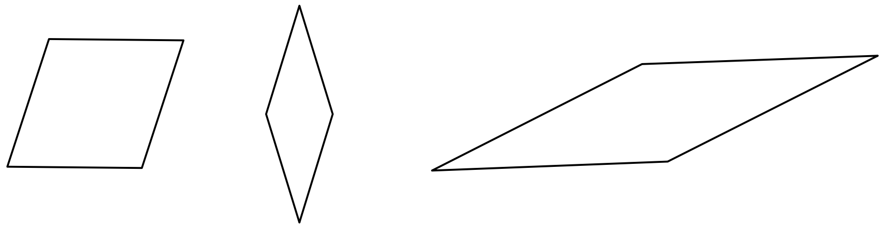
Exercice 6

Tracer un segment [AB] de 7 cm.
Tracer (Bx) ? [AB].
Placer C sur [Bx).
Tracer [Cy) ? [CB].
Tracer [Az) ? [AB].
Expliquer pourquoi on a obligatoirement [Cy) ? [Az).
Cette construction permet de donner une nouvelle définition d'un rectangle qui exige moins de conditions que la définition de la leçon. Quelle est cette nouvelle définition?

4.6. LOSANGE ET CARRÉ

Le losange

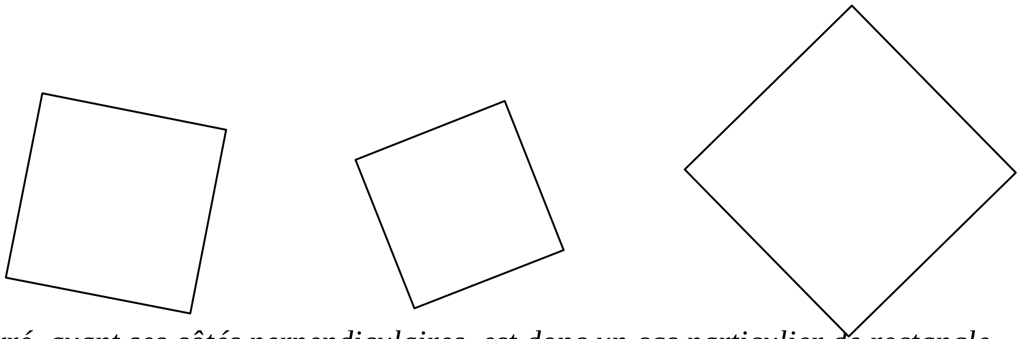
Définition *: Un quadrilatère est un losange si ses quatre côtés ont la même longueur*



On peut remarquer que dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires.

Le carré

Définition *: Un quadrilatère est un carré si ses côtés sont deux à deux perpendiculaires et s'ils ont la même longueur*



Le carré, ayant ses côtés perpendiculaires, est donc un cas particulier de rectangle.
Et, ayant ses côtés de même longueur, c'est aussi un cas particulier de losange.
On aurait pu l'appeler un losange-rectangle.

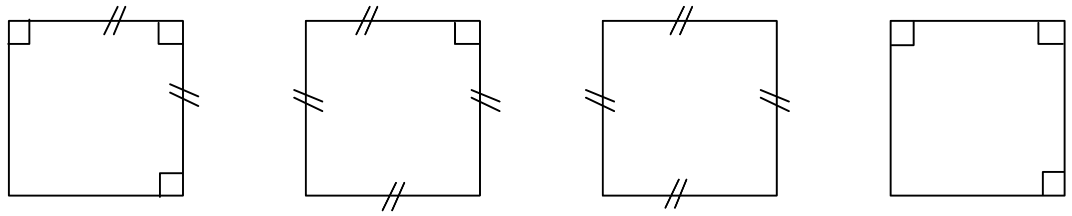
Un carré est d'abord un rectangle. Mais c'est un rectangle qui a des propriétés particulières, on lui donne pour cela un nom particulier.
On pourrait aussi dire que c'est d'abord un losange, mais un losange qui a des propriétés particulières.

C'est une erreur assez répandue de penser que lorsqu'une figure est un carré, elle cesse d'être un rectangle ou un losange, alors qu'il ne s'agit que d'une précision supplémentaire.
Néanmoins, lorsque l'on donne la nature d'un quadrilatère, ***on n'emploiera rectangle ou losange que si l'on n'a pas la certitude qu'il s'agit d'un carré.***

On peut remarquer que dans un carré, les diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur.

Exercice 1

D'après les ***seules indications codées*** *sur chaque figure, préciser la nature des figures proposées (rectangle, losange, carré). Attention, ce n'est pas immédiat.*



Exercice 2

Construire les deux ***losanges*** *définis ainsi :*

- *ABCD, avec : AB = 5 cm et DB = 6 cm.*
- *MNPQ, avec MN = 6 cm et $\widehat{MNP}$ = 40°*

Rédiger les programmes de construction.

Exercice 3

Construire les deux ***carrés*** *définis par :*

- *ABCD, avec AB = 7 cm.*
- *IJKL, avec LJ = 6 cm.*

Rédiger les programmes de construction.

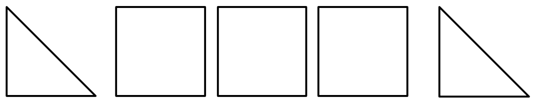
Exercice 4

1. *Tracer un carré ABCD tel que AB = 9 cm.*
2. *Sur le côté [AB], placer dans cet ordre les points E et F tels que AE = EF = FB = 3 cm.*
3. *Tracer la parallèle à (AD) qui passe par E; elle coupe (DC) en I. La parallèle à (AD) qui passe par F coupe (DC) en J.*
4. *Les quadrilatères AEID, EFJI et FBCJ sont des rectangles; pourquoi ? Quelles sont leur dimensions ?*
5. *Placer sur [AD] les points G et H tels que AG = GH = HD = 3 cm. Tracer les parallèles à (AB) qui passent par G et par H; elles coupent (BC) en K et L.*
6. *La droite (GK) coupe (EI) en M et (FJ) en N. La droite (HL) coupe (EI) en O et (FJ) en P. AEMG est un carré; est-il nécessaire de le vérifier avec les instruments ?*
7. *Rechercher tous les carrés dont les quatre sommets sont des points de cette figure.*

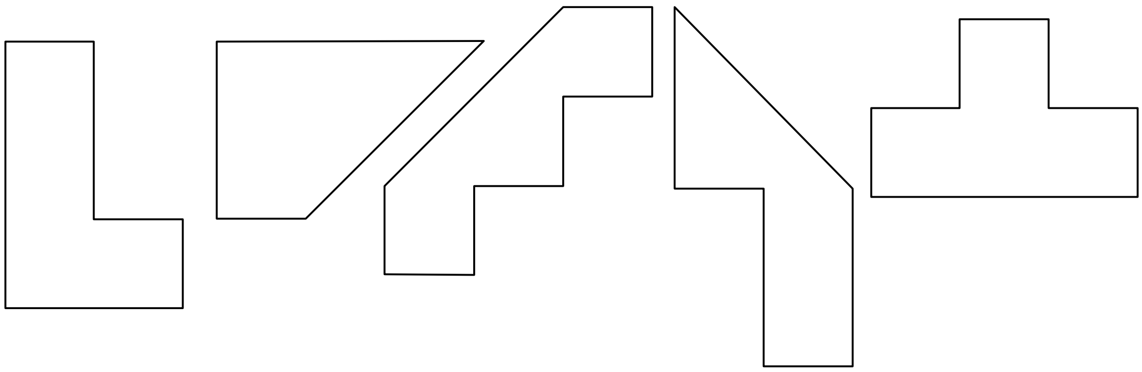
Objectif

M2 : Figures simples obtenues par découpage et déplacement

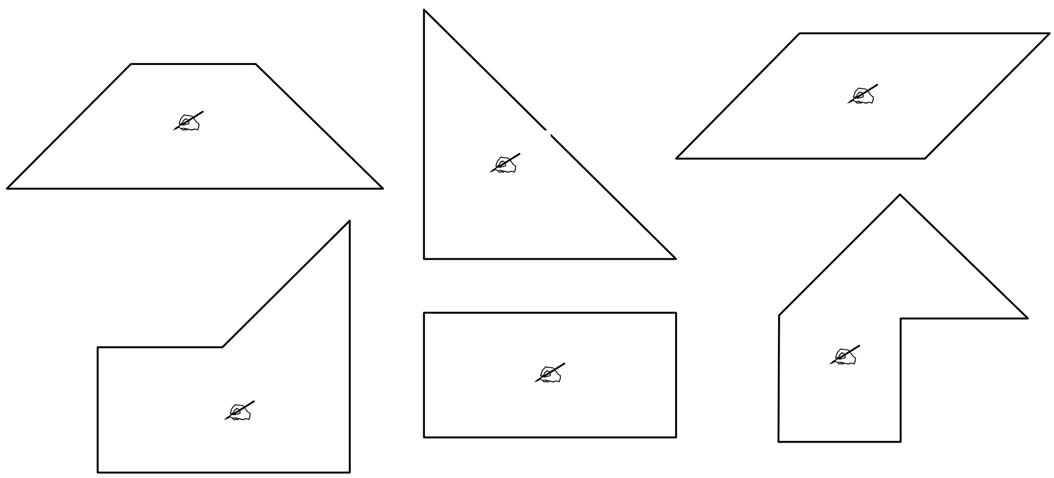
Avec les cinq pièces suivantes :



Reformer les figures suivantes :



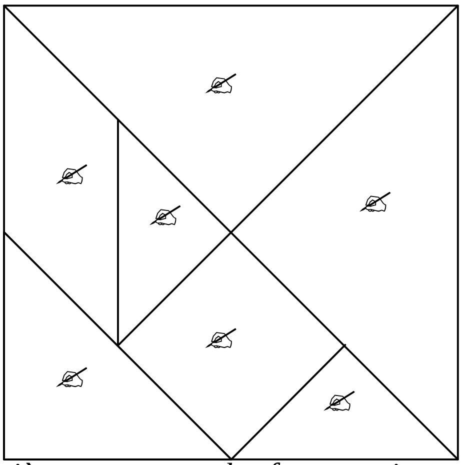
Faire apparaître dans chacune de ces six figures : ***un carré et deux triangles rectangles****.*
Pour cinq des six figures, on peut retrouver les trois mêmes pièces de base, sauf une. Laquelle?



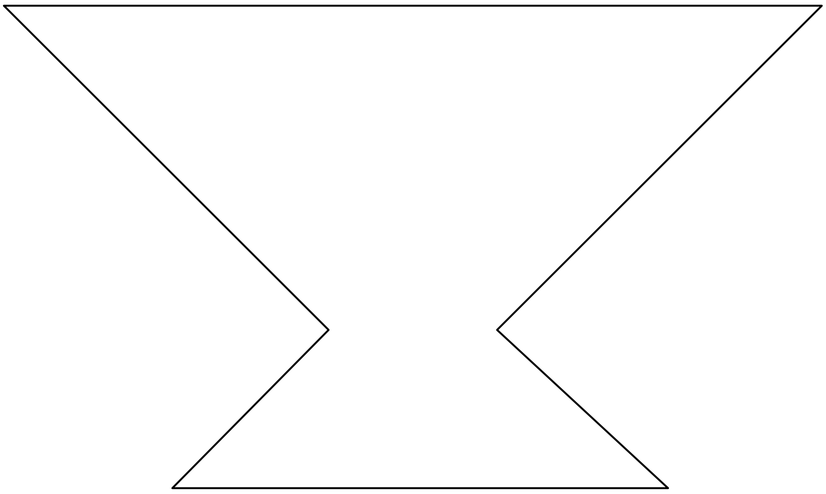
Fiche de méthode

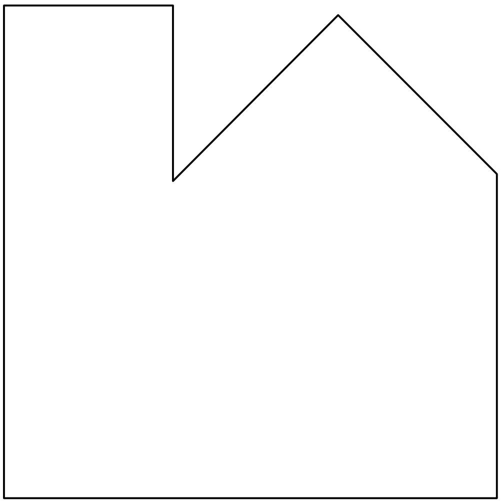
Le tangram

Le tangram est un puzzle d'origine chinoise composé de 7 pièces qui s'assemblent en un carré :



Avec ces sept pièces, composer les formes suivantes :





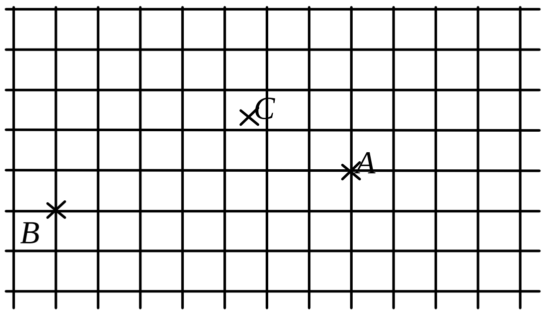
4.7. Repérer sur un quadrillage

Le but de ces prochaines leçons est d'utiliser les quadrillages pour tracer des droites, tracer des parallèles et des perpendiculaires, et donc les figures qui utilisent de telles droites (parallélogrammes, rectangles, triangles rectangles, etc.)

Nous commençons ici à mettre en place la méthode, et par la suite nous verrons son utilisation.

*Pour que cette méthode soit efficace**, on n'utilise que les points qui sont aux intersections des lignes verticales et horizontales. On appelle ces points des nœuds du quadrillage.***

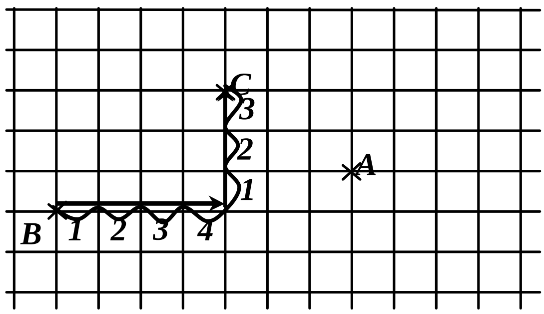
Sur cet exemple,on peut utiliser les points A et B qui sont situés sur des nœuds, mais ***le point C, lui, ne convient pas.***



Aller d'un point à un autre :

Il s'agit de décrire le chemin parcouru ***en suivant les lignes du quadrillage*** *pour aller d'un point à un autre.*

On exprime cela de la manière suivante :
Pour aller de B en C :
A partir de B, on se déplace de 4 carreaux vers la droite en suivant la ligne horizontale, puis de 3 carreaux vers le haut en suivant la ligne verticale. (voir dessin)



On résume cela de la manière suivante :

B** ? **C : (4d ; 3h)

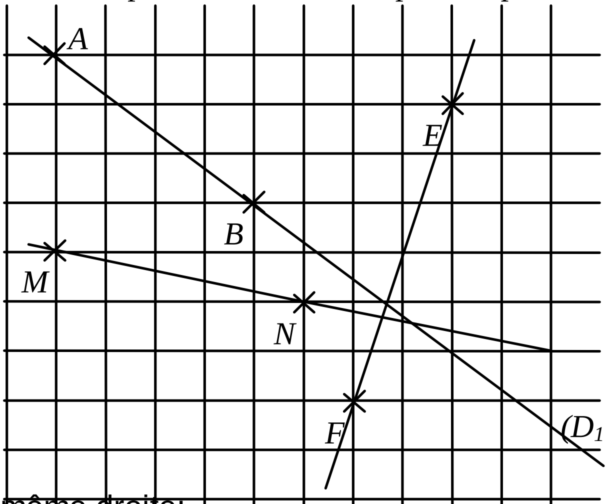
Pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté, on convient que l'on écrira dans les parenthèses toujours le déplacement horizontal en premier et le déplacement vertical en second.
Dans la parenthèse, on trouvera donc :
Un nombre suivi de d (droite) ou g (gauche) ; un nombre suivi de h (haut) ou b (bas).

Vérifier que :
A ? C : (3g ; 2h) *B ? A : (7d ; 1h)* *A ? B : (7g ; 1b)*

Fiche d'exercices

Codage d'une droite

Une droite est déterminée par deux points. C'est à dire que deux points suffisent pour tracer une droite, et que par ces deux points, il ne passe qu'une seule droite.
La direction, l'orientation de la droite (comment elle est placée dans le quadrillage), peut être décrite par la position relative de deux points de cette droite(comment on passe d'un point à un autre point de cette droite).
Donc le codage utilisé pour deux points va être utilisé pour coder la droite passant par ces deux points.



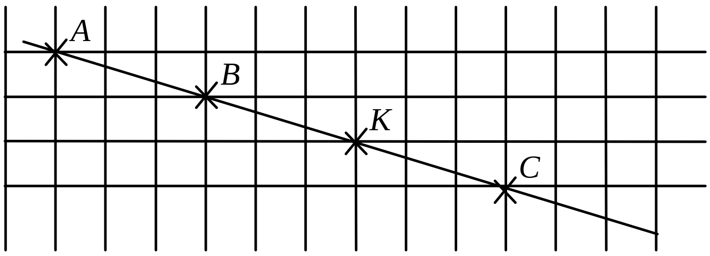
A ?   B : (4d ; 3b).
Donc on adoptera le même codage pour la droite (AB); on écrira :
(AB) : (4d ; 3b).

M ?   N : (5d ; 1b).
Donc (MN) : (5d ; 1b).

E ?   F : (2g ; 6b).
Donc (EF) : (2g; 6b).

Points alignés; différents codages d'une même droite;

Si on a plusieurs points alignés, on peut choisir deux points parmi ceux qui sont disponibles, et ils décriront la même droite.
Par exemple, ici, on a quatre points placés sur la même droite. Voyons les différentes possibilités :

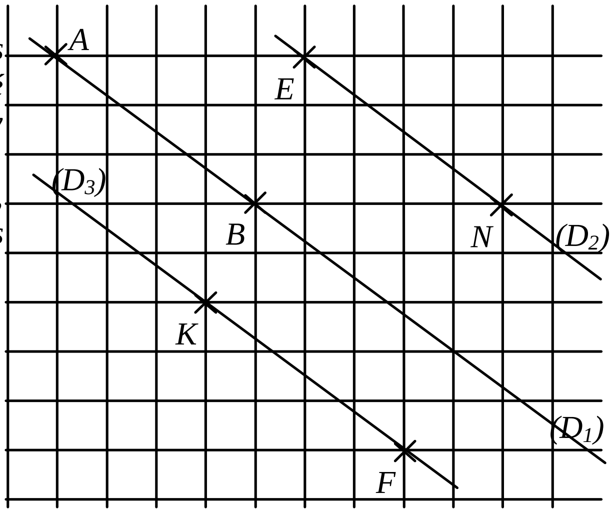


A ?   B : (3d ; 1b). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(3d ; 1b).***
A ?   K : (6d ; 2b). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(6d ; 2b).***
A ?   C : (9d ; 3b). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(9d ; 3b****).*
B ?   K est équivalent à K ?   C et à A ?   B; B ?   C est équivalent à A ?   K.
On a donc obtenu trois codages en apparence différents pour une même droite.
On remarquera simplement que les deuxième et troisième peuvent être obtenus à partir du premier en multipliant les deux nombres par un meme coefficient (par 2 pour AK et par 3 pour AC).
On pourrait aussi inverser le sens
B ?   A : (3g ; 1h). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(3g ; 1h).***
K ?   A : (6g ; 2h). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(6g ; 2h).***
C ?   A : (9g ; 3h). Donc pour la droite (AB); on peut coder : (AB) : ***(9g ; 3h****).*

En résumé : Il existe, à partir d'un codage de base, beaucoup d'autres codages possibles, que l'on obtient :
** En multipliant les nombres par un même coefficient*
** En inversant les deux sens de déplacement.*

4.8. PARALLÈLES SUR UN QUADRILLAGE

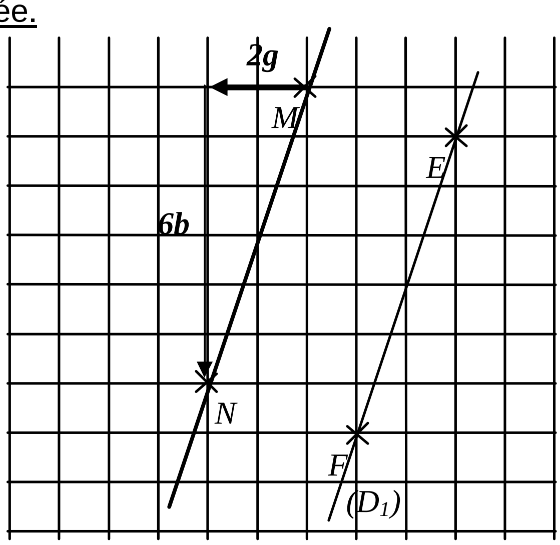
Sur ce quadrillage, on a tracé trois parallèles; sur chacune d'elles, on a placé deux points sur des nœuds afin de pouvoir y lire le codage.
On constate que pour ces trois parallèles, c'est le même codage qui permet de les repérer.
A ? B : (4d ; 3b).
E ? N : (4d ; 3b).
F ? K : (4g ; 3h). Ce dernier est un codage équivalent aux deux autres, par simple inversion des deux sens. (gauche pour droite , et haut pour bas)



Deux droites sont parallèles lorsqu'elles ont le même codage ou des codages équivalents.

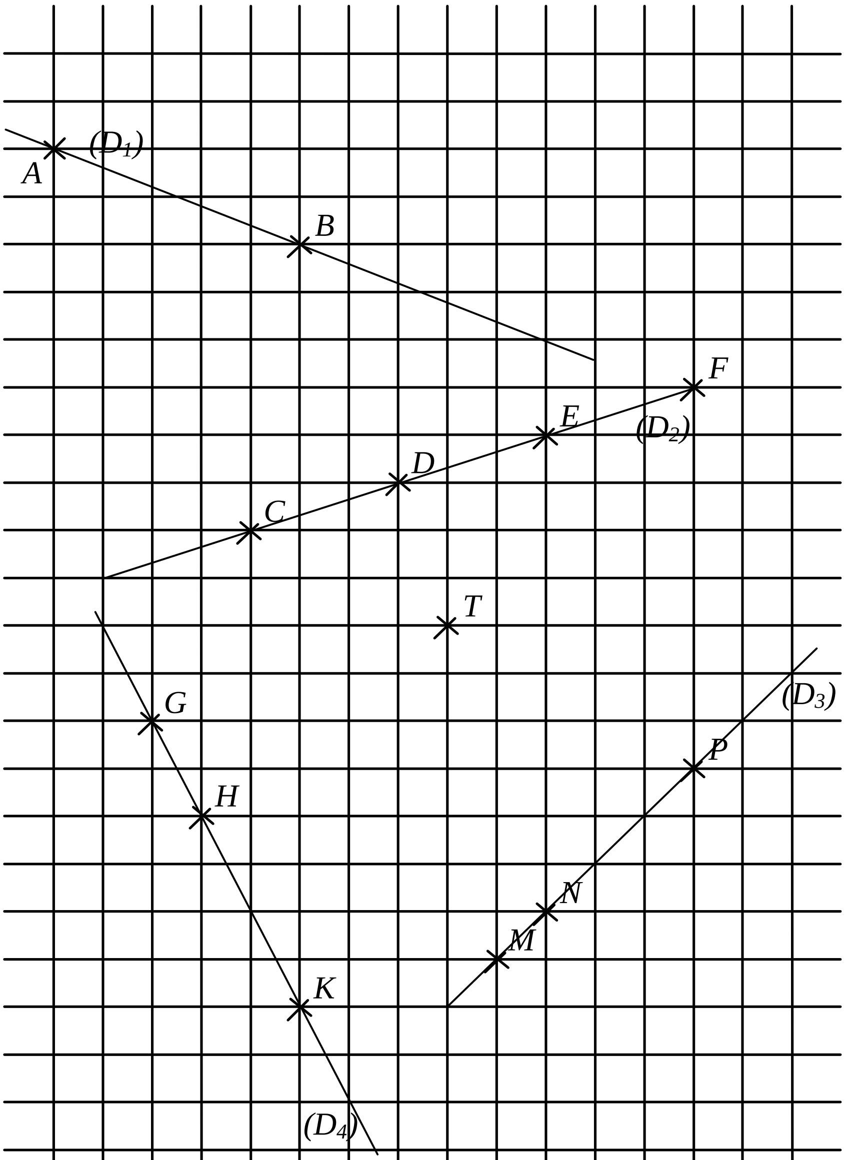
Pour tracer une parallèle à une droite donnée.

- *On repère deux points de la droite (D_1) situés à des nœuds.*
- *On détermine un codage de la droite.*
- *On se place au point M, par lequel doit passer la parallèle à (D_1)*
- *A partir de M, on applique le même codage que celui de (D_1)*
- *On obtient ainsi un deuxième point N.*
- *La droite (MN) est parallèle à (D_1)*



Pour l'exemple ci-contre, les points choisis sur (D_1) sont E et F (on aurait pu en choisir d'autres). E ? F : (2g ; 6b).
A partir du point M, on place le point N, il ne reste plus qu'à tracer la droite (MN).

Exercice



Donner différents codages équivalents pour ces droites en utilisant les points proposés :

Droite	Points		
(D_1)	A ? B : (…… ; ……)	B ? A : (…… ; ……)	
(D_2)	C ? D : (…… ; ……)	C ? E : (…… ; ……)	E ? D : (…… ; ……)
(D_3)	M ? N : (…… ; ……)	N ? P : (…… ; ……)	P ? M : (…… ; ……)
(D_4)	G ? K : (…… ; ……)	K? H : (…… ; ……)	G ? H : (…… ; ……)

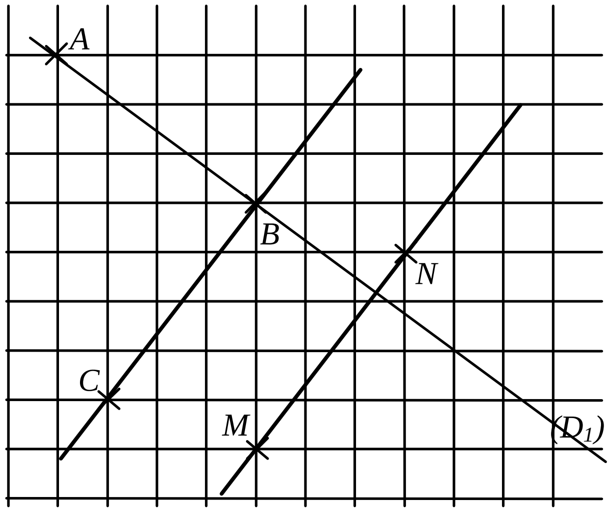
Utiliser à chaque fois un de ces codages pour placer les points :

- *R tel que (TR) soit parallèle à (D_1)*
- *S tel que (TS) soit parallèle à (D_2)*
- *U tel que (UT) soit parallèle à (D_3)*
- *V tel que (TV) soit parallèle à (D_4)*

Tracer les droites souhaitées.

4.9. PERPENDICULAIRES SUR UN QUADRILLAGE

Sur ce quadrillage, on a tracé trois droites.
La droite (D_1) passant par les points A et B.
La perpendiculaire à (AB) passant par B : (BC).
La perpendiculaire à (AB) passant par un point M du quadrillage : (MN).



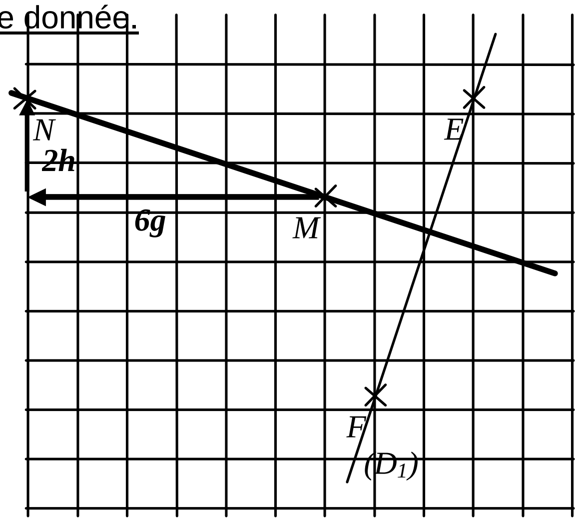
On détermine le codage de chacune de ces trois droites :
A ? B : (4d ; 3b).
C ? B : (3d ; 4h).
N ? M : (3g ; 4b).

Les codages de (BC) et (NM) sont bien sûr des codages équivalents car ces deux droites sont parallèles.
On constate que pour les deux perpendiculaires à (D_1), le codage utilise les mêmes nombres que pour celui de (D_1), mais inversés.
Et pour les sens, il y en a un seul des deux qui est inversé.

Deux droites sont perpendiculaires si leurs codages respectent les deux conditions :
** Mêmes nombres inversés*
** Un sens inversé*

Pour tracer une perpendiculaire à une droite donnée.

- *On détermine un codage de la droite.*
- *On détermine le codage de la perpendiculaire .*
- *On se place au point M, par lequel doit passer la perpendiculaire à (D_1)*
- *A partir de M, on applique ce codage de la perpendiculaire.*
- *On obtient ainsi un deuxième point N.*
- *La droite (MN) est perpendiculaire à (D_1)*



Pour l'exemple ci-contre. E ? F : (2g ; 6b).
Le codage de la perpendiculaire : (6g ; 2h)

A partir du point M, on place le point N, il ne reste plus qu'à tracer la droite (MN).
Autres exemples :

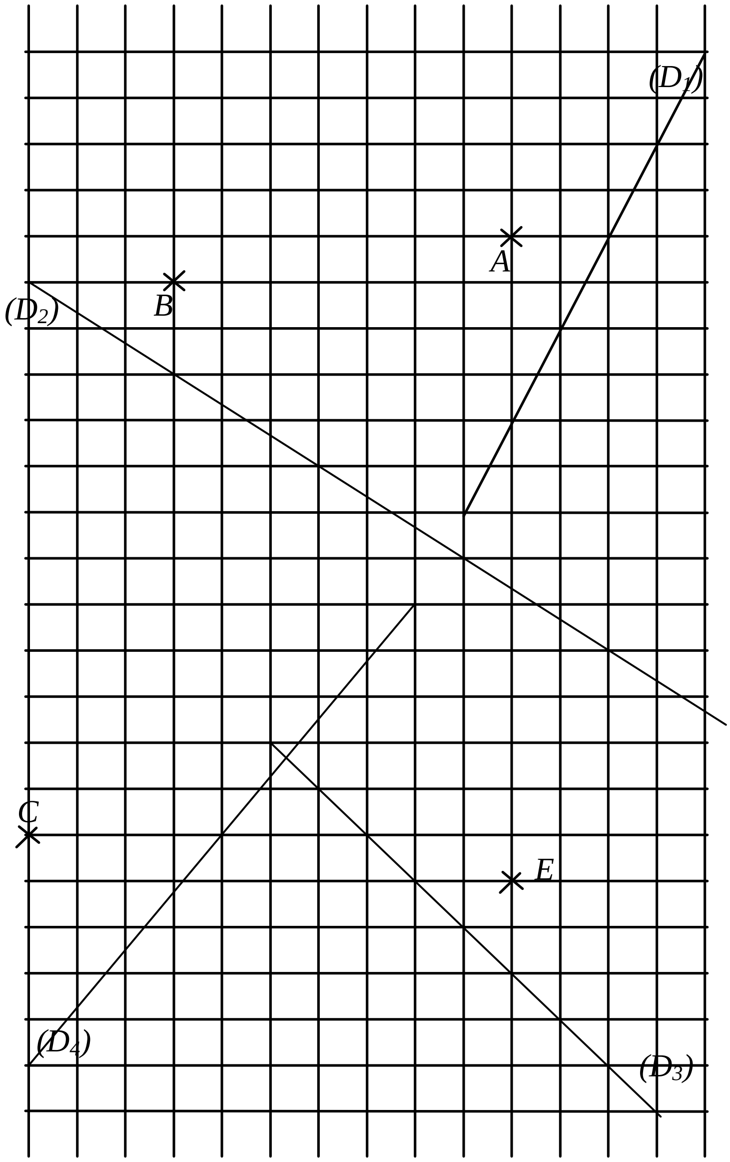
Droite (D_1)	*(3g ; 5b).*	*(1g ; 5h).*	*(4d ; 6b).*	*(4d ; 4h).*
perpendiculaire à (D_1)	*(5g ; 3h).*	*(5d ; 1h).*	*(6d ; 4h).*	*(4g ; 4h).*

Exercice

Sur chacune des droites, choisir deux points qui permettent de donner un codage.

Codage des droites :

(D_1)
(……… ; ………)
(D_2)
(……… ; ………)
(D_3)
(……… ; ………)
(D_4)
(……… ; ………)



En utilisant chaque fois un des codages obtenus, placer :

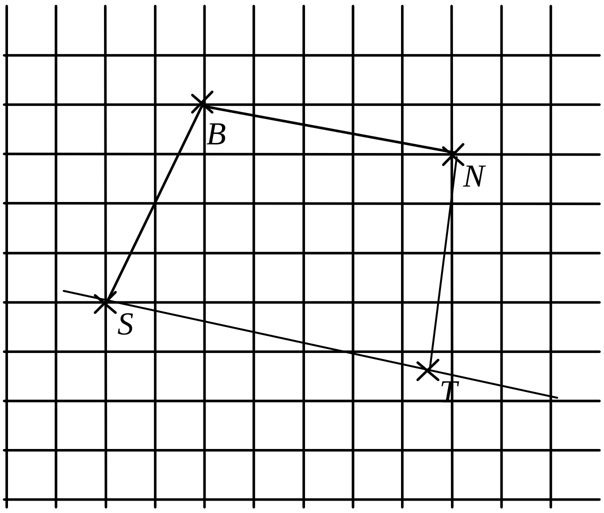
- ✍ *Le point M pour que (AM) soit perpendiculaire à (D_1). Tracer (AM)*
- ✍ *Le point N pour que (BN) soit parallèle à (D_2). Tracer (BN)*
- ✍ *Le point P pour que (CP) soit parallèle à (D_4). Tracer (CP)*
- ✍ *Le point Q pour que (EQ) soit perpendiculaire à (D_3). Tracer (EQ).*

Objectif

M3 : Figures sur quadrillage.

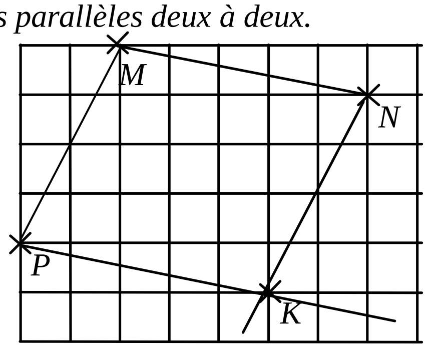
Trapèzes et parallélogrammes

*Un quadrilatère est un **trapèze** s'il a deux côtés parallèles.*
Si trois points sont placés, il suffit de tracer une parallèle au côté formé par deux des trois points et passant par le troisième point.

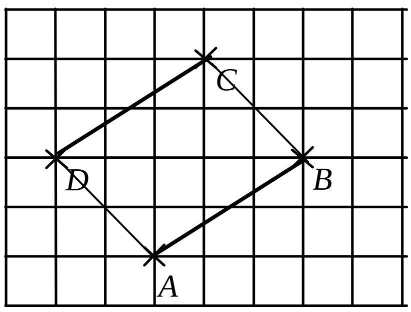


Par exemple, sur la figure ci-contre, les points B, N et S sont placés.
Pour tracer un trapèze BNTS :
Il faut savoir quels seront les deux côtés parallèles. Si l'énoncé ne le précise pas, on a le choix.
Supposons que l'on ait (BN) // (ST).
On va donc tracer la parallèle à (BN) passant par S.
*Pour cela, il faut déterminer le codage de la droite (BN) : **(5d ; 1b).***
En utilisant ce codage, on trace la parallèle.
On peut ensuite placer le point T n'importe où sur cette droite.

*Un quadrilatère est un **parallélogramme** s'il a ses côtés parallèles deux à deux.*



*Par exemple, sur la figure ci-contre, pour tracer le **parallélogramme** MNKP :*
On va tracer la parallèle à (MN) passant par P.
Puis la parallèle à (MP) passant par N.
*(MN) : **(5d ; 1b).** et (MP) : **(2g ; 4b)***
On peut ensuite placer le point K à l'intersection de ces deux parallèles.



*Une autre méthode consiste à tracer un côté **parallèle et de même longueur** que l'un des côtés donnés.*
*Par exemple, sur la figure ci-contre, pour tracer le **parallélogramme** ABCD :*
*On va utiliser exactement le même codage que celui de (AB) : **(3d ; 2h)** pour placer le point C à partir de D.*

Fiche de méthode

Rectangles

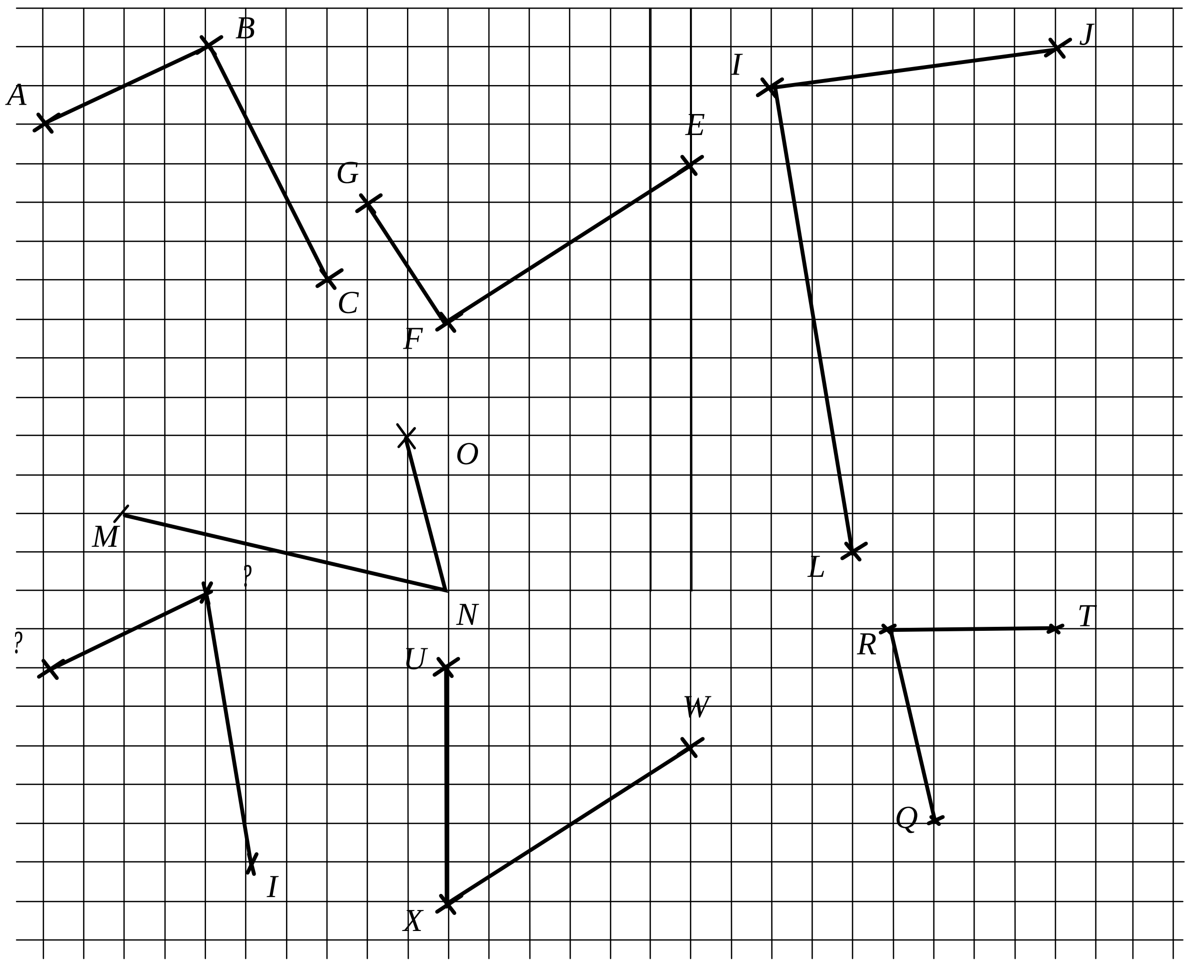
Si trois points sont placés, il faut déjà vérifier s'ils forment deux segments perpendiculaires, en appliquant la règle du codage.

Une fois ce problème résolu, il y a beaucoup de manières d'obtenir un rectangle :

- ✍ *Tracer une perpendiculaire à chacun des côtés donnés; leur intersection donnant le quatrième sommet du rectangle.*
- ✍ *Tracer un segment perpendiculaire et de même longueur que l'un des côtés connus.*
- ✍ *Tracer une parallèle à chacun des côtés donnés; leur intersection donnant le quatrième sommet du rectangle.*
- ✍ ***Tracer un segment parallèle et de même longueur que l'un des côtés connus.***

C'est cette dernière méthode qui est la plus simple et la moins risquée. On reprend donc la méthode décrite précédemment.

Sur le quadrillage ci-dessous :
Retrouver les figures qui permettront de tracer des rectangles.
Placer à chaque fois le quatrième sommet pour former un parallélogramme.



Corrigés des exercices

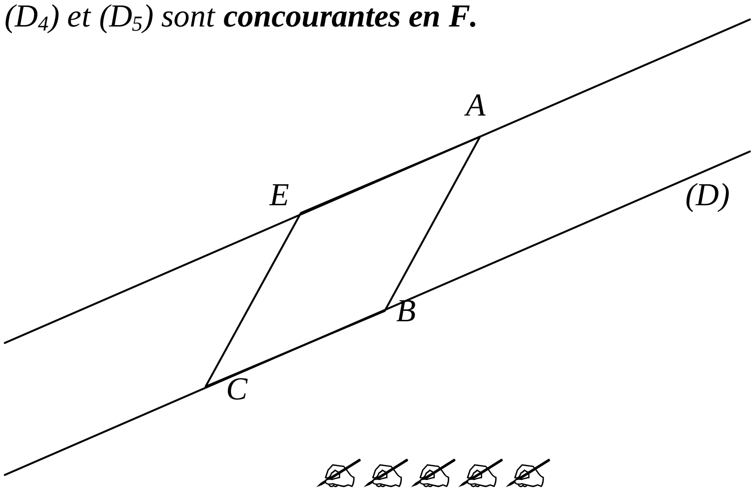
CORRIGÉ DES EXERCICES CHAPITRE 4

Sécantes et parallèles

Exercice 2

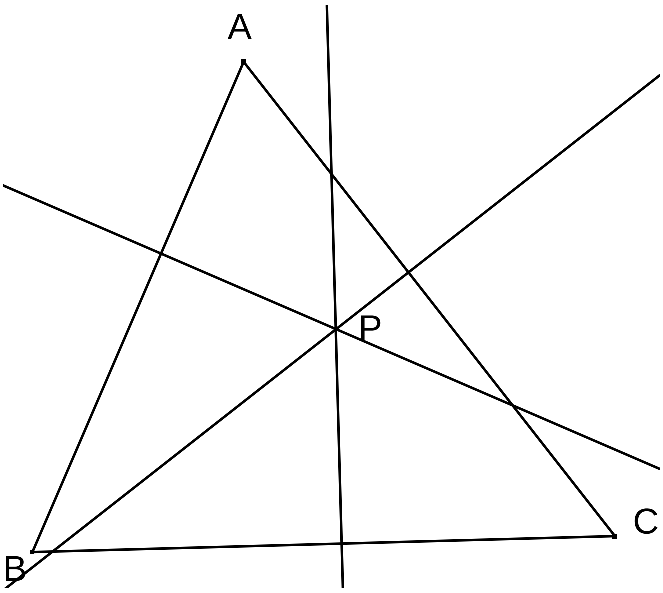
- *(D_1) et (D_2) sont* ***parallèles.***
- *(D_3) et (D_5) sont* ***sécantes.*.**
- *(D_2) et (D_4) sont* ***sécantes en B.***
- *(D_6) est la* ***parallèle*** *à (D_3)* ***passant par G.***
- *(D_1) et (D_6) sont* ***sécantes en G .***
- *(D_1), (D_4) et (D_5) sont* ***concourantes en F.***

Exercice 3



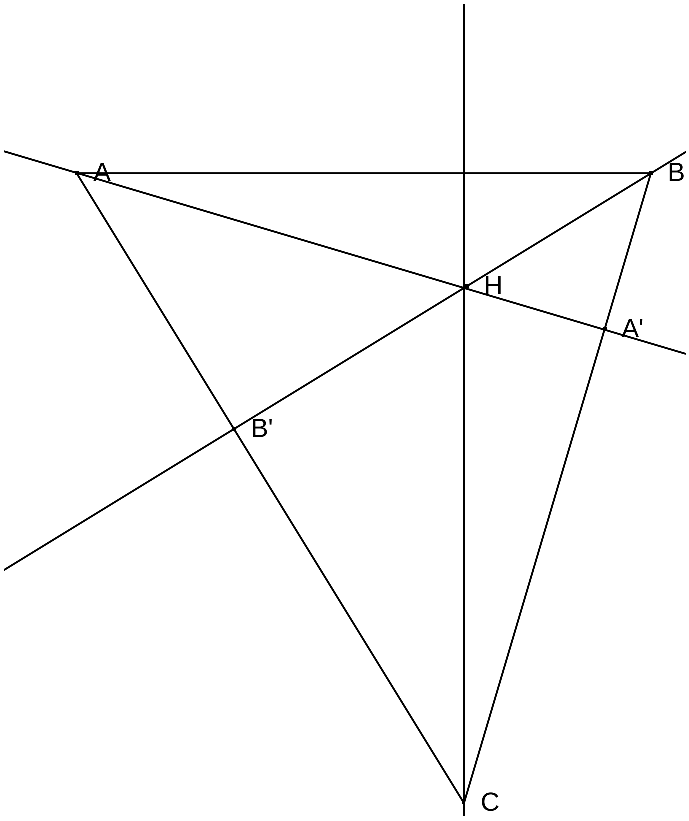
Droites perpendiculaires

Exercice 2



Corrigés des exercices

Exercice 3



Exercice 4

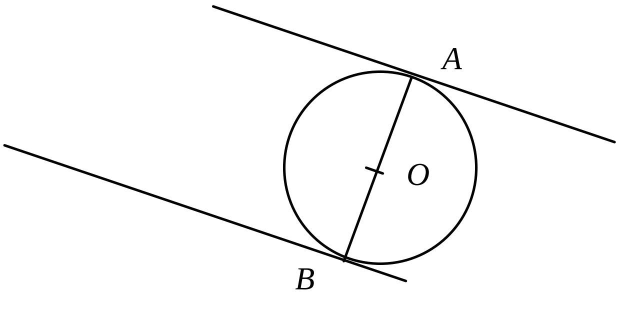
Les droites qui sont deux à deux perpendiculaires :

(AC) et (AE); (AE) et (ED) ; (EC) et (CD); (BF) et (CE).

Les droites qui sont parallèles :

(AC) et (ED)

Exercice 5

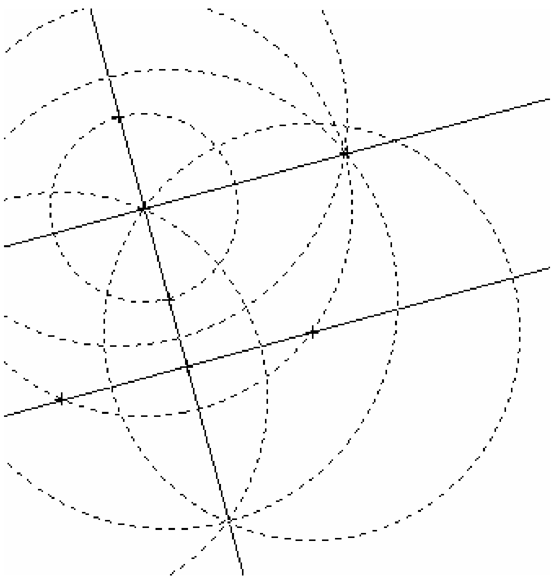


✍✍✍✍✍

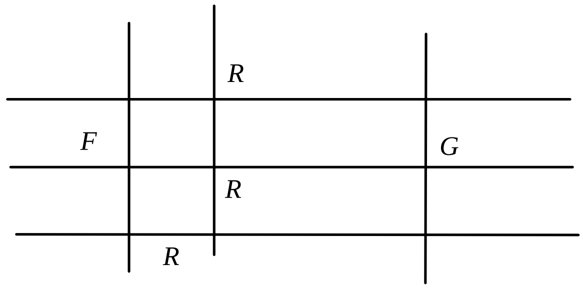
Propriétés

Exercice 1

Corrigés des exercices



Exercice 2



	(d)	(d')	(D)	(D')	(D_1)	(D_2)
(d)		?	?	?	//	//
(d')	?		//	//	?	?
(D)	?	//		//	?	?
(D')	?	//	/		?	?
(D_1)	//	?	?	?		//
(D_2)	/	?	?	?	//	

Exercice 3

Programme de construction.

? *Tracer [BC]*
? *Placer son milieu H*
? *Placer un point A sur la perpendiculaire à (BC) passant par H.*
? *Placer I sur (CB) tel que BI = BA et B soit entre I et H.*
? *(IA) coupe la perpendiculaire à (BC) passant par C en J.*

Les propriétés. Hypothèses et conclusion

Exercice 1

A – B – C – C *B – B – A*

Exercice 2

Corrigés des exercices

? *Compléter les phrases suivantes avec "car" ou "donc"; y a-t-il des cas où l'on peut utiliser les deux?*

a) *Aujourd'hui j'ai reçu un cadeau* ***car*** *c'est mon anniversaire.*
b) *Je suis Européen* ***car*** *je suis Allemand.*
c) *Il est aveugle* ***car ou donc*** *il ne voit rien.*
d) *Je ne suis pas Allemand* ***car*** *je ne suis pas Européen.*
e) *Nous sommes bien tristes* ***car*** *c'est la fin des vacances.*
f) *Je ne suis pas Européen* ***donc*** *je ne suis pas Allemand.*
g) *Je suis Allemand* ***donc*** *je suis Européen.*

? *Compléter les phrases suivantes avec "car" ou "donc"; y a-t-il des cas où l'on peut utiliser les deux?*

a) *ABCD est un parallélogramme* ***donc*** *(AB) et (CD) sont parallèles.*
b) *Le quadrilatère ABCD a deux angles droits* ***car*** *c'est un rectangle.*
c) *Le point F est sur le cercle de centre O et de rayon 4 cm* ***car ou donc*** *OF = 4.*
d) *Le nombre n est un multiple de 4* ***donc*** *c'est un multiple de 2.*
e) *Le nombre n est un multiple de 15* ***car ou donc*** *c'est un multiple de 3 et de 5.*
f) *Le nombre x est supérieur à 5* ***donc*** *il est supérieur à 3.*

Exercice 3

Si c'est mon anniversaire aujourd'hui, alors je reçois un cadeau.
Si je suis allemand, alors je suis européen.
Si il est aveugle, alors il ne voit rien. OU BIEN : S'il ne voit rien , alors il est aveugle.
Si je ne suis pas européen, alors je ne suis pas allemand.
Si c'est la fin des vacances , alors nous sommes bien tristes.
Si je ne suis pas européen, alors je ne suis pas allemand.
Si je suis allemand, alors je suis européen.

Si ABCD est un parallélogramme, alors (AB) et (CD) sont parallèles.
Si ABCD est un rectangle, alors il a deux angles droits.
Si F est sur le cercle de centre O et de rayon 4 cm, alors OF = 4. OU BIEN : Si OF = 4, alors F est sur le cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Si n est un multiple de 4, alors c'est un multiple de 2.
Si n est un multiple de 15, alors c'est un multiple de 3 et de 5. OU BIEN : Si n est un multiple de 3 et de 5, alors c'est un multiple de 15.
Si x est supérieur à 5, alors x est supérieur à 3.

✍ ✍ ✍ ✍ ✍

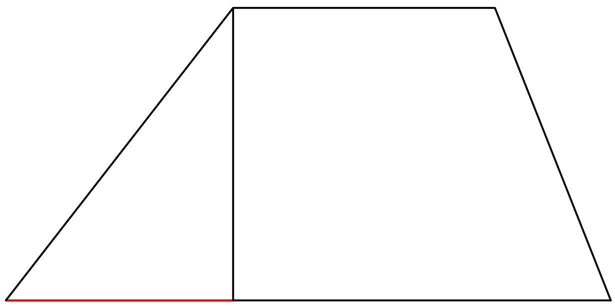
Corrigés des exercices

Trapèze et parallélogramme

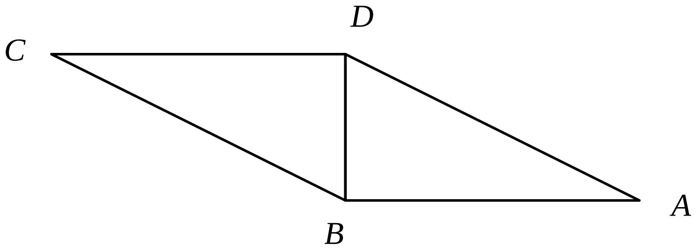
Exercice 1

Programme de construction :

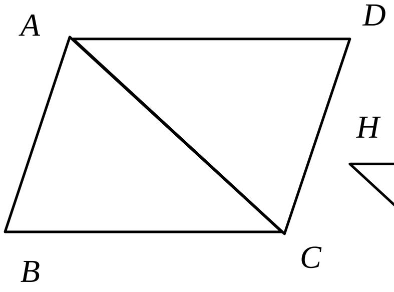
Tracer [TM] de 8 cm.
Placer H sur [TM] à 3 cm de T.
Tracer [Hx) ? (TM)
Tracer un arc de centre T, de rayon 5 cm qui coupe [Hx) en A.
Tracer [AR] de 4 cm parallèlement à (TM).

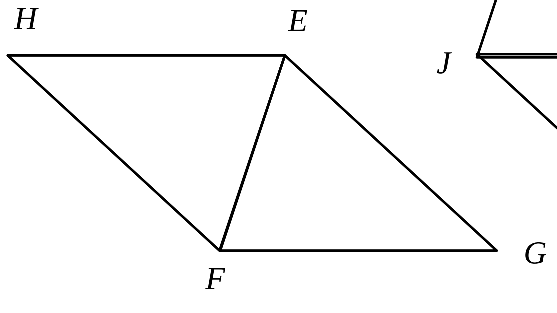


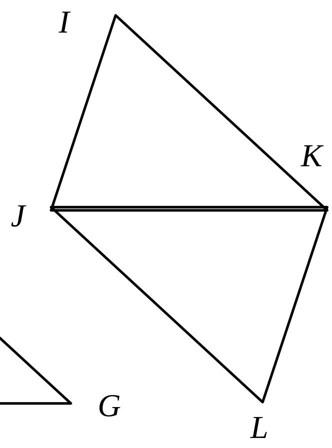
Exercice 2



Exercice 3







Exercice 4

Programme de construction :

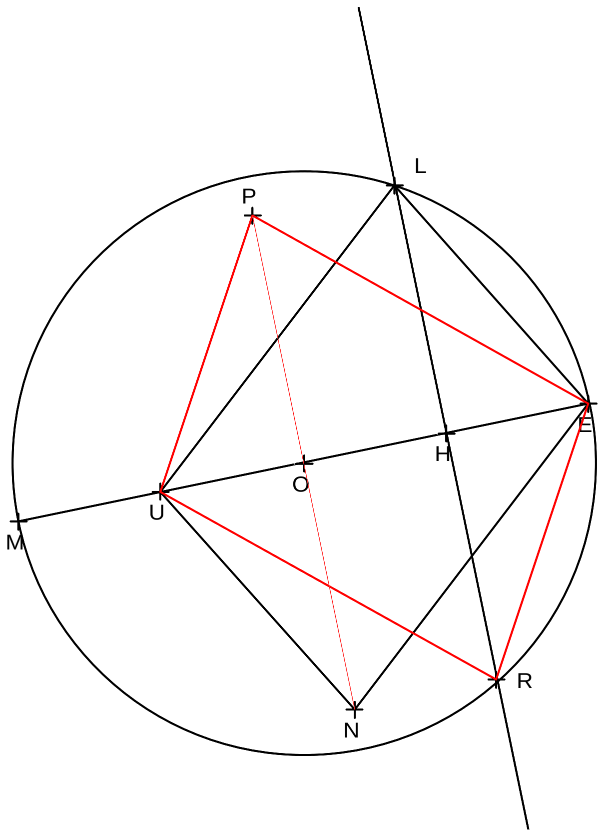
Tracer [QR] de 6 cm;
Tracer un arc de centre R de rayon 5 cm et un arc de centre Q de rayon 6 cm. ils se coupent en S.
Tracer les parallèles à (QR) en S et à (RS) en Q. Elles se coupent en T.

Corrigés des exercices

Exercice 5

Tracer [AB] de 6 cm.
Tracer un arc de centre A et un arc de centre B, de même rayon 6 cm. Ils se coupent en C.
Tracer un arc de centre C et un arc de centre A, de même rayon 6 cm. Ils se coupent en D.

Exercice 6



Les points N et P semblent tels que O soit leur milieu.

Le rectangle

Exercice 1

Programmes de construction

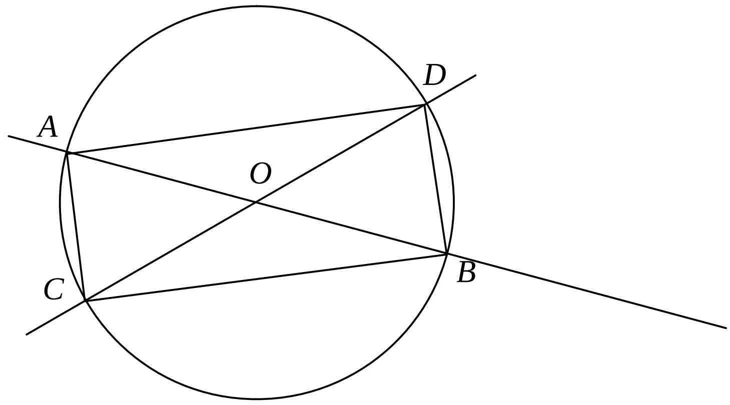
? *Tracer [AB] de 6 cm.*
Tracer [BC] ? [AB] de 5,3 cm.
? *Tracer [ED] de 7 cm.*
Tracer [Dx) ? [ED]
Tracer un arc de cercle de centre E, de rayon 6,3 cm. Il ne coupe pas [Dx); la construction est impossible..
? *Tracer [IH] de 3,5 cm.*
Tracer (Ix) ? [IH].
Tracer un arc de cercle de centre H, de rayon 5,2 cm. Il coupe [Ix) en G.
? *Tracer [KJ] de 4,8 cm.*
Tracer [Jx) ? [KJ].
Tracer un arc de cercle de centre K et de rayon 6,5 cm. Il coupe [Jx) en L.

Corrigés des exercices

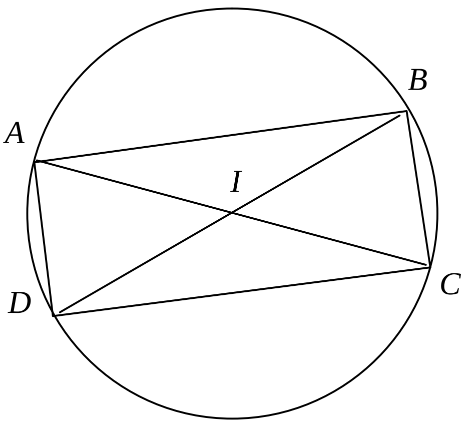
Exercice 2

Tracer [MN] de 5 cm.
Tracer [NP] ? [MN] tel que NP = 4 cm.
Tracer[Px) ? [NP]
Tracer [My) ? [MN]
Les deux demi-droites se coupent en Q.
*
Tracer [RS] de 8 cm.
Tracer [Sx) ? [RS]
Tracer un arc de cercle de centre R et de rayon 12 cm. Il coupe [Sx) en T.
Tracer [Ty) ? [ST]
Tracer [Rz) ? [RS].
[Ty) et [Rz) se coupent en U.

Exercice 3



Exercice 4



Exercice 5

Un triangle rectangle est la moitié d'un rectangle. Le côté [KL] du triangle est donc un diamètre du cercle circonscrit au rectangle.
On trace un cercle de diamètre [KL] de 6,5 cm.
On place le troisième sommet I sur ce cercle à 4,8 cm de K (avec le compas)

Exercice 6

On a [Cy) ? [Az) car :
[Az) et [Bx) étant toutes deux perpendiculaires à (AB), elles sont parallèles. Puis, [Az) étant parallèle à [Bx) et [Cy) étant perpendiculaire à [Bx), en appliquant la propriété : " si

Corrigés des exercices

deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.", on peut conclure que [Cy) est perpendiculaire à [Az).

✍✍✍✍✍

Losange et carré

Exercice 1

La figure 1 est un carré car ayant trois angles droits, elle en a forcément 4. Donc c'est déjà un rectangle. De plus, si deux côtés consécutifs sont égaux, les 4 côtés seront égaux.
La figure 2 est un carré car ayant quatre côtés égaux, c'est déjà un losange. Et avec un angle droit, ça devient un carré.
La figure est un losange, sans que l'on puisse dire davantage.
La figure 4 est un rectangle, sans que l'on puisse dire davantage.

Exercice 2

Losange ABCD :
Tracer [BD] de 6 cm.
Tracer un arc de centre B, de rayon 5 cm et un arc de centre D de rayon 5 cm.
Ils se coupent en deux points A et C.

Losange MNPQ :
Tracer [MN] de 6 cm.
Tracer [NP] de 6 cm tel que $\widehat{MNP} = 40°$.
Tracer deux arcs de rayon 6 cm, de centres M et P.
Ils se coupent en Q.

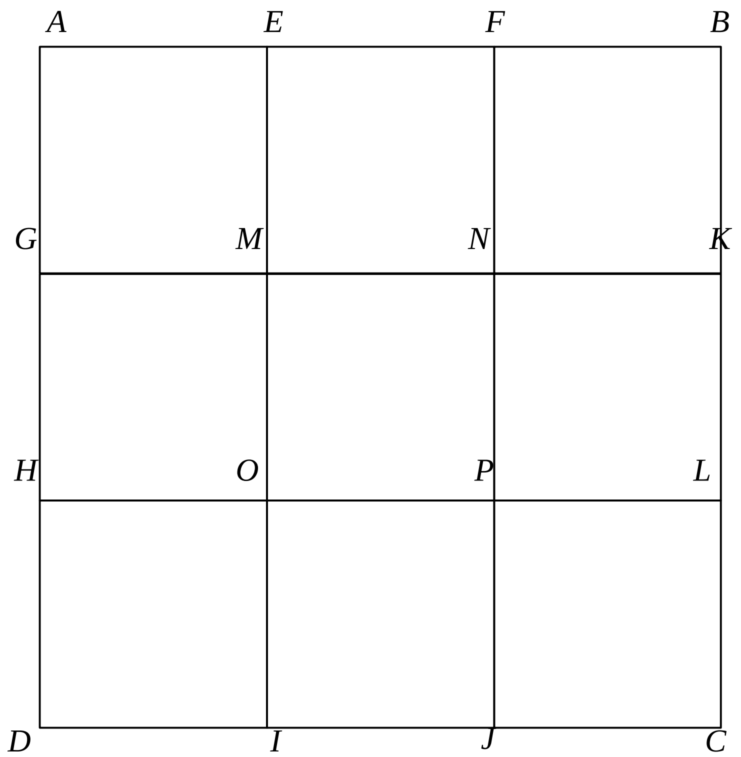
Exercice 3

Carré ABCD :
Tracer [AB] de 7 cm.
Tracer [BC] de 7 cm, perpendiculaire à [AB] .
Tracer la parallèle à (AB) passant par C et la parallèle à (BC) passant par A.
Elles se coupent en D.

Carré IJKL :
Tracer [JL] de 6 cm.
Tracer (D), perpendiculaire à [JL] et passant par le milieu O de [JL] .
Sur (D) placer les points I et K à 3 cm de O.

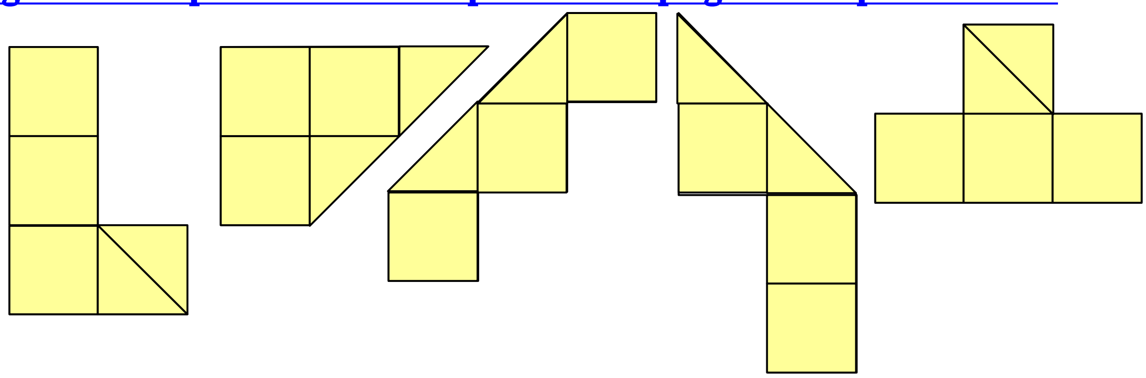
Corrigés des exercices

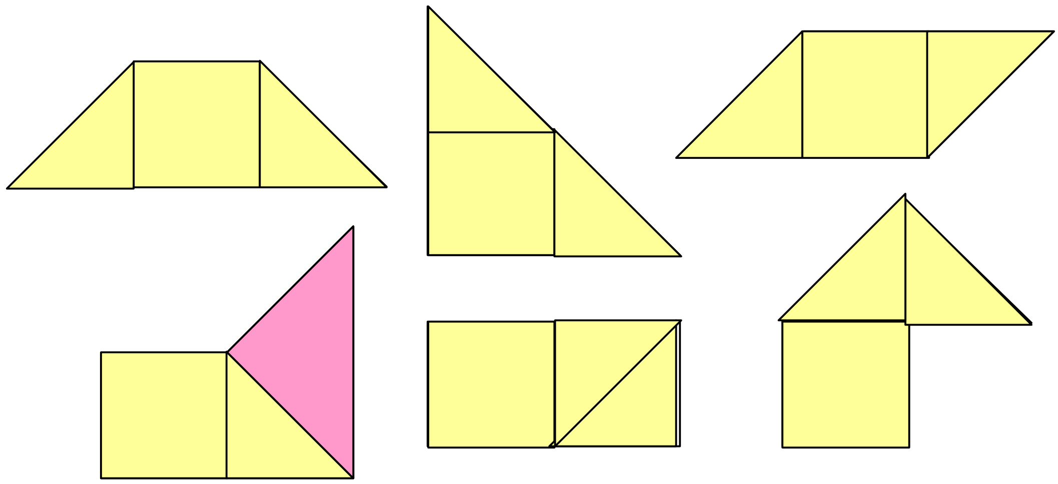
Exercice 4



Il y a 9 carrés de 1 carreau. Il y a 4 carrés de 4 carreaux, et il y a 1 carré de 9 carreaux.

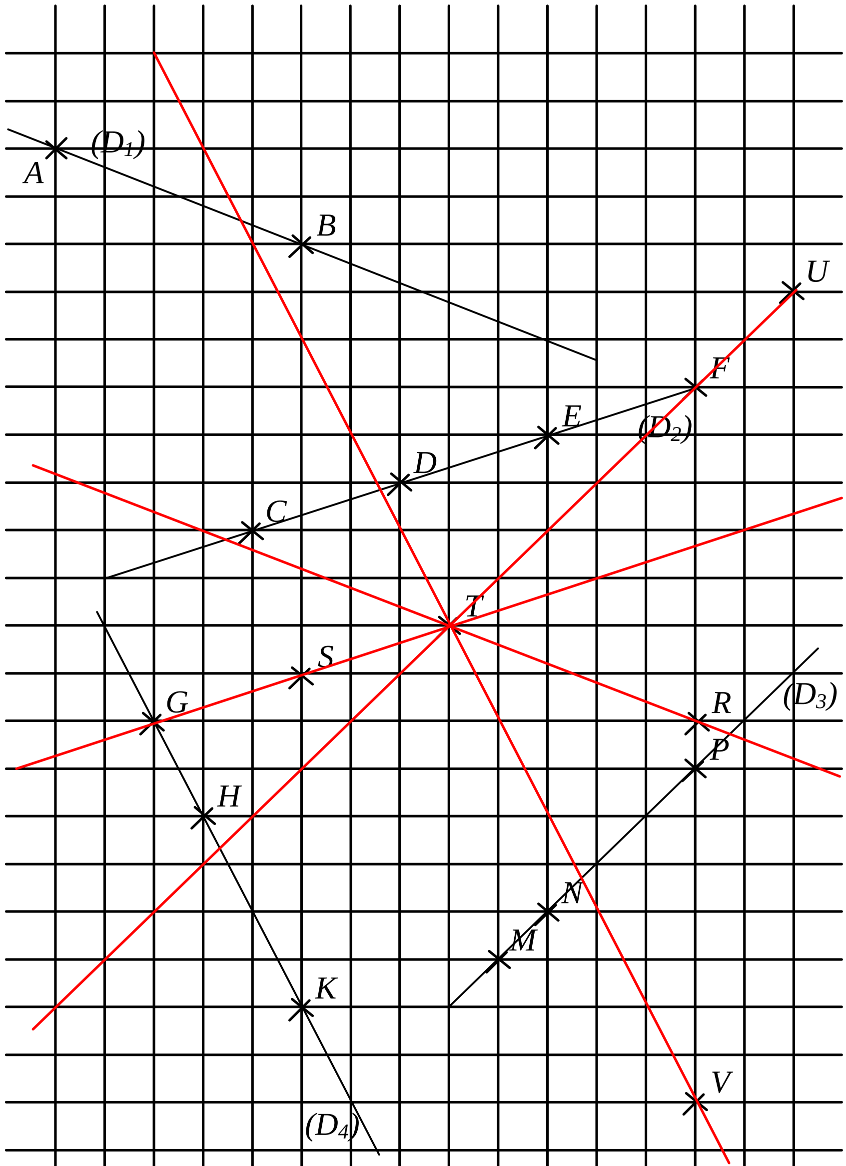
Figures simples obtenues par découpage et déplacement





Corrigés des exercices

Parallèles sur un quadrillage



Droite	*Points*		
(D_1)	*A ? B :* ***(5d ; 2b)***	*B ? A :* ***(5g ; 2h)***	
(D_2)	*C ? D :* ***(3d ; 1h)***	*C ? E :* ***(6d ; 2h)***	*E ? D :* ***(3g ; 1b)***
(D_3)	*M ? N :* ***(1d ; 1h)***	*N ? P :* ***(3d ; 3h)***	*P ? M :* ***(4g ; 4b)***
(D_4)	*G ? K :* ***(3d ; 6b)***	*K? H :* ***(2g ; 4h)***	*G ? H :* ***(1d ; 2b)***

Corrigés des exercices

Perpendiculaires sur un quadrillage

Codage des droites :

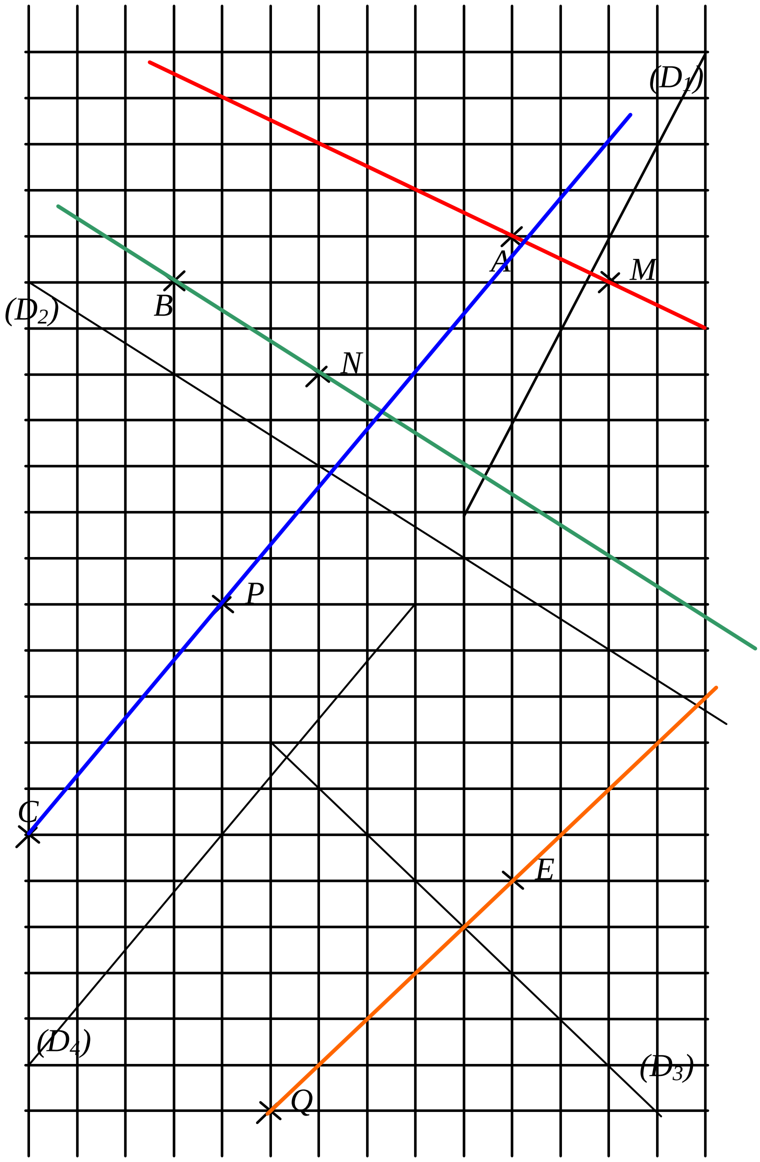
(D_1)
(1g ; 2b)
(D_2)
(3d ; 2b)
(D_3)
(1d ; 1b)
(D_4)
(4d ; 5h)

(AM) : (2d ; 1b)

(BN) : (3d ; 2b)

(CP) : (4d ; 5h)

(EQ) : (5g ; 5b)



✍✍✍✍✍

Corrigés des exercices

Figures sur un quadrillage.

Seuls ABC et GFE permettent d'obtenir des rectangles.
Pour JIL, les codages sont : I ? ? J : (7d ; 1h) et I ? ? L : (2d ; 12b) qui est équivalent à (1d ; 6b) ; donc (IJ) et (IL) ne sont pas perpendiculaires.