CORRIGÉ

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1:

1/ L'algorithme d'Euclide donne :

$1053 = 325\times3 + 78$

$325 = 78\times4 + 13$

$78 = 6\times13 + 0$

Donc pgcd (1053 ; 325) = 13.

Donc la fraction est rendue irréductible en la simplifiant par 13 :

$\frac{325}{1053} = \frac{325 : 13}{1053 : 13} = \frac{25}{81}$

2/ Le nombre $\frac{325}{1053} = \frac{25}{81}$ étant positif, l'équation $x^2 = \frac{325}{1053}$ admet deux solutions, les nombres :

$\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}$

et $-\sqrt{\frac{25}{81}} = -\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = -\frac{5}{9}$

3/ $A = \sqrt{1053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

$A = \sqrt{81\times13} - 3\sqrt{25\times13} + 2\sqrt{4\times13}$

$A = \sqrt{81}\times\sqrt{13} - 3\times\sqrt{25}\times\sqrt{13} + 2\times\sqrt{4}\times\sqrt{13}$

$A = 9\sqrt{13} - 3\times5\sqrt{13} + 2\times2\sqrt{13}$

$A = 9\sqrt{13} - 15\sqrt{13} + 4\sqrt{13}$

$A = (9 - 15 + 4)\sqrt{13}$

$A = -2\sqrt{13}$

Exercice 2:

1/ a/ $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$

$E = (x^2 - 2\times x\times3 + 3^2) - (x^2 - 2x - x + 2)$

$E = x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 3x + 2)$

$E = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 3x - 2$

$E = 7 - 3x$

1/ b/ $99997^2 - 99999 \times 99998$

$= (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 1)(100\,000 - 2)$

$= 7 - 3\times100\,000$

$= -299\,993$

2/ a/

$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$

$F = (4x+1)[(4x+1) - (7x-6)]$

$F = (4x+1)[4x + 1 - 7x + 6]$

$F = (4x+1)(7-3x)$

2/ b/ $(4x+1)(7-3x) = 0$

Si un produit de facteurs est nul, alors un de ses facteurs est nul

Donc, $4x + 1 = 0$ ou $7 - 3x = 0$

Donc, $4x = -1$ ou $-3x = -7$

Donc , $x = -\frac{1}{4}$ ou $x = \frac{-7}{-3}$

L'équation admet deux solutions : $-\frac{1}{4}$ et $\frac{7}{3}$.

Exercice 3:

1/ En notant x le prix d'un tee-shirt et y celui d'un jean, on obtient :

$\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y + 600 = 1060 \end{cases}$, donc $\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y = 1060 - 600 \end{cases}$, donc $\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ 4x + y = 460 \end{cases}$.

Par substitution, en isolant y dans la deuxième équation, on obtient :

On a : $\begin{cases} 5x + 2y = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} 5x + 2(460 - 4x) = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} 5x + 920 - 8x = 680 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} -3x = 680 - 920 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} -3x = -240 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} x = -240 :(-3) \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 460 - 4x \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 460 - 4\times80 \end{cases}$

Donc, $\begin{cases} x = 80 \\ y = 140 \end{cases}$

Le système admet une seule solution : le couple (80 ; 140).

Le prix d'un tee-shirt est 80F et y celui d'un jean 140F

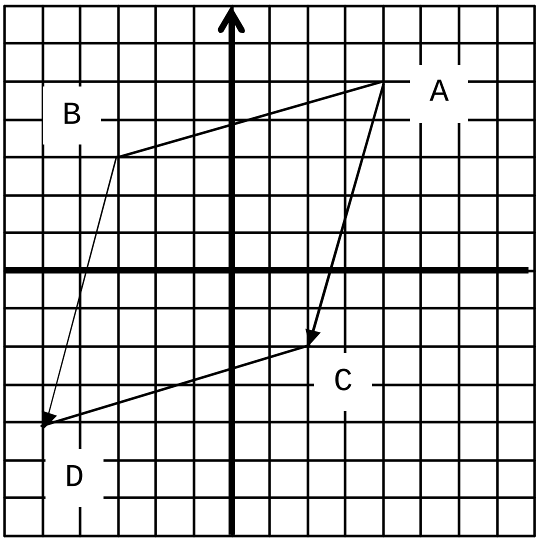
2/ a/ Sur les 15 400 visiteurs, 9009 sont venus le dimanche, soit : $\frac{9009\times100}{15400} = 58,5$ %.

b/ 15 400 personnes réparties sur 5 jours donne en moyenne $\frac{15400}{5} = 3080$ visiteurs par jour.

TRAVAUX GEOMETRIQUES

Exercice 1:

1/ a/



b/ On applique la formule : AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Donc AB = $\sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}$.

De même on trouve BC = $\sqrt{50}$ et AC = $\sqrt{50}$ (= $2\sqrt{5}$).

AC = BC (= $\sqrt{50}$) donc le triangle ABC est isocèle en C.

2/ Calcul des coordonnées du point D : On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$,

donc $\begin{cases} x_C - x_A = x_D - x_B \\ y_C - y_A = y_D - y_B \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2 - 4 = x_D - (-3) \\ -2 - 5 = y_D - 3 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_D = -2 - 3 = -5 \\ y_D = -7 + 3 = -4 \end{cases}$

Les coordonnées du point D sont (- 5 ; - 4).

3/ On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, donc ABDC est un parallélogramme. D'après 1/b/, il possède deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

Exercice 2:

1/ OI = h – R = 19,2 – 12 = 7,2.

Dans le triangle OIA rectangle en I, le théorème de Pythagore donne : $OA^2 = OI^2 + IA^2$.

Donc $IA^2 = 12^2 - 7{,}2^2 = 92{,}16$ et IA = $\sqrt{92{,}16}$ = 9,6 cm.

2/ $V = \dfrac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \dfrac{\pi \times 19{,}2^2}{3}(3\times 12 - 19{,}2) = 2064{,}384\pi \approx 6485\ \text{cm}^3$ (soit environ 6,5l).

3/ On doit avoir $6000 = 24\times 26\times x$. Soit $x = \dfrac{6000}{26\times 24} = \dfrac{6000}{624} \approx 9{,}6$ cm.

PROBLEME

I

1/ Voir figure à la fin du corrigé.

2/ ABC est un triangle dont un des côté $[AB]$ est un diamètre du cercle dans lequel il est inscrit, c'est donc un triangle rectangle.

3/ Dans le triangle ABC rectangle en C, $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AC}{12}$.

Dans le triangle AHC rectangle en H, $\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{1}{AC}$ ⌐.

Donc $\dfrac{AC}{12} = \dfrac{1}{AC}$ et $AC\times AC = 12\times 1$ et $AC^2 = 12$. Finalement $AC = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$

De ⌐, on tire $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\dfrac{1}{2\sqrt{3}} \approx 73°$.

II

1/ b/ Dans le triangle ADC rectangle en C, $\tan \widehat{ADC} = \dfrac{AC}{DC} = \dfrac{2\sqrt{3}}{6}$ donc $\widehat{ADC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30°$.

Dans le triangle ADC d'hypoténuse $[AD]$ le théorème de Pythagore donne :

$AD^2 = AC^2 + DC^2 = 12 + 36$ donc $AD = \sqrt{48} = \sqrt{16\times 3} = 4\sqrt{3}$.

2/ b/ Les deux droites (DC) et (EF) coupées par la sécante (AD) forment deux angles correspondants $\widehat{CDA}$ et $\widehat{AEF}$ égaux (tous deux égaux à 30°) donc ces droites sont parallèles.

c/ (DE) et (CF) sont sécantes en A et (DC) // (EF), donc d'après la propriété de Thalès :

$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AF}$ (= $\frac{CD}{EF}$). Donc : $\frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{AF}$ et AF = $\frac{2\times2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$ = 1 cm.

3/ EF = AK = 1 cm et (FH) $\perp$ (AC) et (KH) $\perp$ (AB) donc K appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.