--- Eléments de correction----	Sujet donné en Espagne le 21 juin 2000
Examen : DIPLOME NATIONAL DU BREVET	8 h 30 à 10 h 30
Spécialité : SERIE COLLEGE	Session 2000
Epreuve : MATHEMATIQUES	Durée : 2 h Coef : 2

ACTIVITES NUMERIQUES **12 points**

Exercice n°1 :

On donne $G = (2x-3)^2 - 36$

1. Développer et réduire $G=(2x)^2-2*3*2x+3^2-36$
$= 4x^2-12x+9-36$
$= 4x^2-12x-27$
2. Factoriser $G=(2x-3)^2-6^2=[(2x-3)-6]*[(2x-3)+6]$
$=(2x-9)(2x+3)$
3. Résoudre l'équation $(2x-9)(2x+3)=0$

$2x-9=0$ ou $2x+3=0$

$2x=9$ ou $2x=-3$

$x=\frac{9}{2}$ ou $x=-\frac{3}{2}$ $S=\{-\frac{3}{2} ; \frac{9}{2}\}$

Exercice n°2 :

1. Voici un système de deux équations du premier degré à deux inconnues x et y :

$$\begin{cases} x+y=40 \\ 9x+5y=312 \end{cases}$$

Démontrer, en le résolvant, que ce système admet pour solution $x=28$ et $y=12$

Par substitution, on obtient $\begin{cases} y=40-x \\ 9x+5y=312 \end{cases}$

Soit, en substituant y dans la deuxième équation : $9x+5(40-x)= 312$

$9x+200-5x = 312$

$4x = 312 - 200$

$4x = 112$

$x = 28$

puis $y=40-x$

$y=40-28$

$y=12$

2. Un groupe de 40 personnes s'est inscrit pour une visite guidée en bus de Paris. Ce groupe est composée de x adultes et de y enfants. Les adultes paient 90 F et les enfants 50 F. Le responsable du groupe a remis 3120 F à l'organisateur du circuit.

Mise en équation

$\begin{cases} x+y=40 \\ 90x+50y=3120 \end{cases}$ ou encore en divisant par dix la deuxième équation

$\begin{cases} x+y=40 \\ 9x+5y=312 \end{cases}$

finalement, on observe que le système est le même que celui de la question précédente, ainsi

Il y a 28 adultes et 12 enfants dans ce groupe.

Exercice n°3 :

Calculer en donnant les étapes intermédiaires et présenter les résultats sous la forme de fractions irréductibles : $A= \frac{7}{8} - \frac{3}{4}*\frac{20}{9} = \frac{7}{8}-\frac{5}{3} = \frac{21-40}{24} = -\frac{19}{24}$

$B = \frac{18}{25} : (-\frac{27}{15}) = -\frac{18}{25} * \frac{15}{27} = -\frac{2}{5}$ et $C = \frac{36*10^{-4}*22*10^{3}}{33*10^{2}*30*10^{-3}} = \frac{9*4*11*2*10^{3-4}}{3*11*3*2*5*10^{2-3}} = \frac{4*10^{-1}}{5*10^{-1}} = \frac{4}{5}$

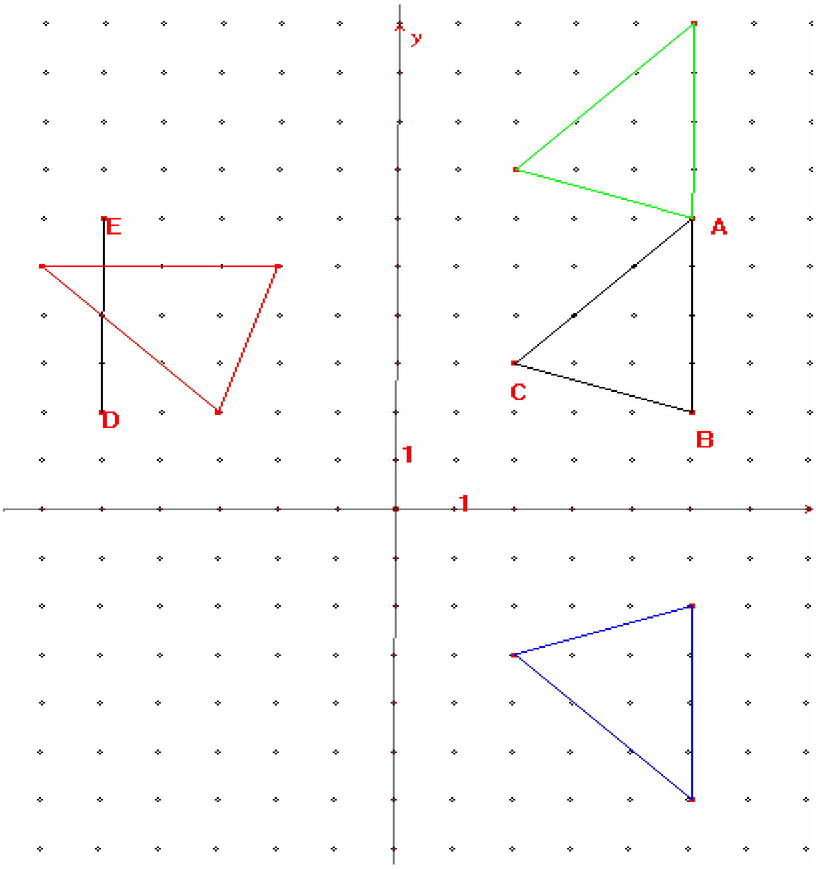
Exercice n°4 :

On donne $D = 3\sqrt{28} - 2\sqrt{700} = 3\sqrt{4*7} - 2\sqrt{100*7} = 3*2\sqrt{7} - 2*10\sqrt{7} = 6\sqrt{7} - 20\sqrt{7} = -14\sqrt{7}$

Ecrire D sous la forme $a\sqrt{7}$ où a est un entier relatif.

ACTIVITES GEOMETRIQUES **12 points**

Exercice n°1 :

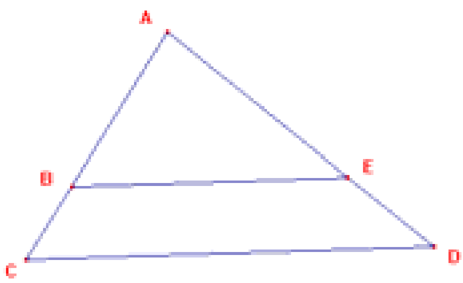


Sur la feuille de papier numérotée Annexe 1, que l'on pensera à rendre avec le devoir en fin d'épreuve,

1. Construire en bleu l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (OI).
2. Construire en vert l'image du triangle ABC par la translation qui transforme D en E.
3. Construire en rouge

Exercice n°2 :

La figure ci-dessous, donnée à titre indicatif, n'est pas en vraie grandeur.



On donne AB= 4 cm
AE= 5 cm
AC= 6,4 cm
AD= 8 cm.

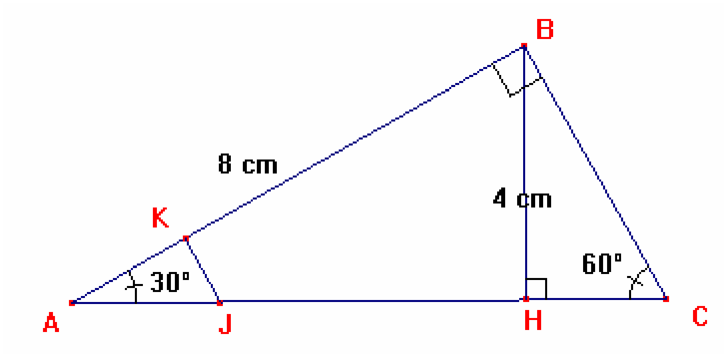
Question :
Les droites (BE) et (CD) sont-elles parallèles ?

- Les points A, E et D sont alignés dans le même ordre que les points A, B et C.
- comme $\begin{cases} \frac{AB}{AC} = \frac{4}{6,4} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \\ \frac{AE}{AD} = \frac{5}{8} \end{cases}$, on a $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$

ainsi, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a (BE) // (CD)

Exercice n°3 :

La figure ci-dessous, donnée à titre indicatif, n'est pas en vraie grandeur.



ABC est un triangle rectangle en B.
H est le pied de la hauteur issue de B.

On donne AB= 8 cm
BH= 4 cm
$\widehat{BCA} = 60°$

1. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [AH], arrondie au mm.

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABH rectangle en H donne :

$AH^2=AB^2-BH^2$

$AH^2= 64-16 =48$

$AH = \sqrt{48} \approx 6,9$ cm à 1 mm prés

2. Calculer, en centimètres, la mesure du segment [HC], approchée à 0,1 prés par défaut.

Dans le triangle HBC rectangle en H, on a :

$\text{Tan } \widehat{BCH} = \frac{BH}{CH}$

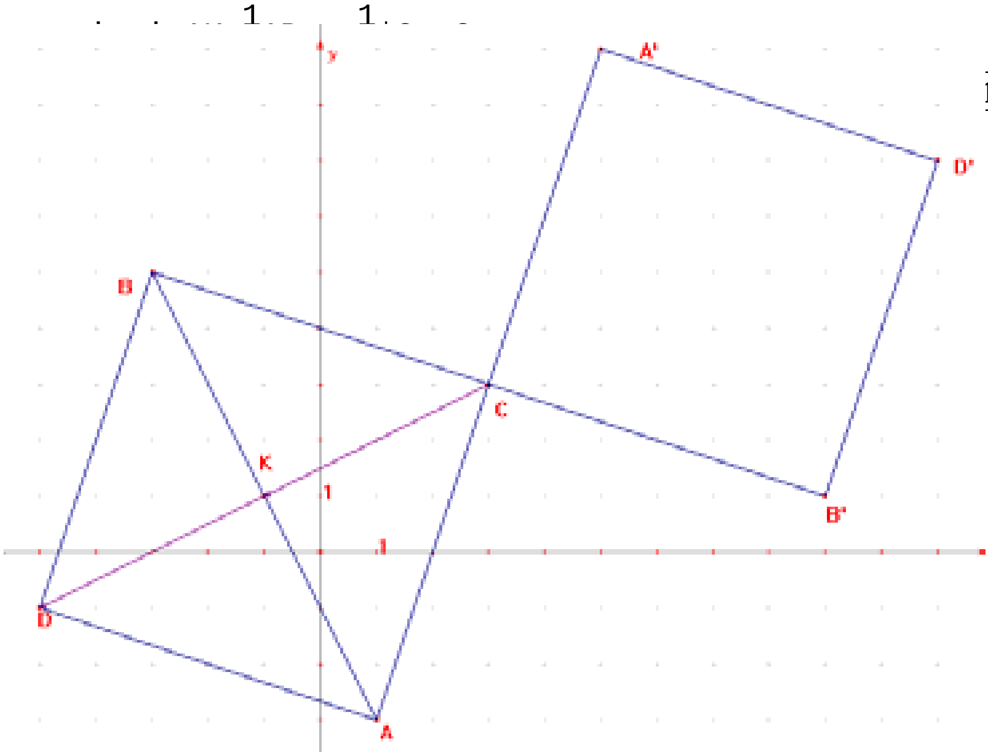
$\text{Tan } 60° = \frac{4}{CH}$

$CH = \frac{4}{\sqrt{3}} = 4\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 2,3$ cm à 0,1 cm prés par défaut.

3. Soit J le point du segment [AC] tel que $\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{4}$. La parallèle à la droite (BC) passant par J coupe le segment [AB] en K. Expliquer pourquoi AK=2 cm.

- Les points A,K et B sont alignés, ainsi que les points A, J et C
- (BC) // (KJ)

le théorème de Thalès donne : $\frac{AK}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ or $\frac{AJ}{AC}=\frac{1}{4}$ donc $\frac{AK}{AB}=\frac{1}{4}$



12 points

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I, J).
L'unité de longueur est le centimètre.
On donne les points A(1 ;-3) ; B (-3 ;-5)
et C (3 ; 3).

1. Calculer les valeurs exactes des longueurs AC, BC et AB. Expliquer pourquoi le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle.

   Le repère étant orthonormal, on a $AC=\sqrt{(x_c-x_a)^2+(y_c-y_a)^2}=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

   de même, on a $BC=2\sqrt{10}$ et $AB=\sqrt{16+64}=4\sqrt{5}$

   - comme AC=BC, le triangle ABC est isocèle en C.
   - $\begin{cases} AC^2+BC^2=40+40=80 \\ AB^2=80 \end{cases}$ donc $AB^2=AC^2+BC^2$

   ainsi par la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C ;

   Finalement ABC est un triangle rectangle isocèle en C.
2. -Montrer que le milieu K du segment [AB] a pour coordonnées (-1 ; 1) :

   $K\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$

   K (-1 ;1)

   -Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CK}$: $\overrightarrow{CK}$ (-1-3 ; 1-3)

   $\overrightarrow{CK}$ (-4 ;-2)
3. Construire le point D tel que $\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{CK}$

   -Montrer que le point D est le symétrique du point C par rapport au point K : Comme $\overrightarrow{KD}=\overrightarrow{CK}$, on a K milieu de [CD] , ainsi le symétrique de C par rapport à K est D.

   -Montrer que le quadrilatère ADBC est un carré :

   K est le milieu de [AB] et de [CD], ainsi ADBC est un parallèlogramme,

   $\widehat{BCA}$ est droit, ainsi ADBC devient un rectangle,

   et enfin CB=CA donc ADBC est un carré.

4. Construire les points A',B' et D' , symétriques respectifs des points A, B et D dans la symétrie de centre C.

   - Quelle est la nature su quadrilatère A'D'B'C ?

   A'D'B'C est un carré car A'D'B'C est le symétrique par rapport à C du carré ADBC

   -Quels résultats de cours permettent d'arriver à cette conclusion ?

   la symétrie centrale conserve les angles et les longueurs !