PARIS 2000

ACTIVITES NUMERIQUES 12points

Exercice 1 :

$A = (x - 5)^2 - (2x - 7)(x - 5)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation : $(x - 5)(- x + 2) = 0$.

Exercice 2 :

$$B = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^{4}}{3 \times 10^{5}} \quad \text{et } C = \frac{9}{5} - \frac{3}{4} \times 7$$

1. Calculer et donner l'écriture scientifique de B.
2. Ecrire C sous la forme d'une fraction (le détail des calculs doit apparaître).

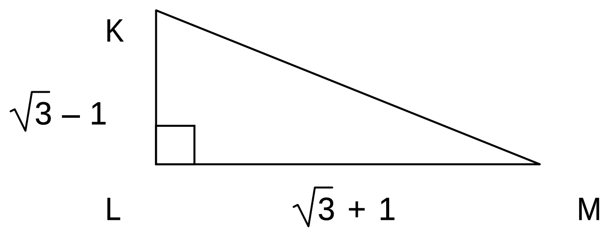
Exercice 3 :

Un philatéliste possède 1631 timbres français et 932 timbres étrangers. Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est à dire comportant le même nombre de timbres et la même répartition de timbres français et étrangers

1. Calculer le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser.
2. Combien y aura-t-il, dans ce cas, de timbres français et étrangers par lot ?

Exercice 4 :

1. $D = \sqrt{3} - 1$ et $E = \sqrt{3} + 1$
   a) Développer D^2 et E^2 et donner les résultats sous la forme $a+\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.
   b) Démontrer que D x E est un nombre entier.
2. KLM est un triangle rectangle en L.
   a) Calculer la valeur exacte de la longueur KM.
   b) Calculer l'aire du triangle KLM.



PARIS 2000

ACTIVITES GEOMETRIQUES 12points

Exercice 1 :

Construire sur la feuille annexe l'image du nombre 2000 par :
1. La symétrie de centre O.
2. La symétrie d'axe Δ.
3. La translation qui transforme A en C.
4. La rotation de centre O qui transforme A en B.

Exercice 2 :

On complétera la figure sur la feuille annexe au fur et à mesure de l'exercice.
ABCD est un parallélogramme.
AB=8 cm et AD=4,5 cm
E est le point de la droite (AD) tel que AE = 1,5 cm et E n'est pas sur le segment [AD].
La droite (EC) coupe le segment [AB] en M.

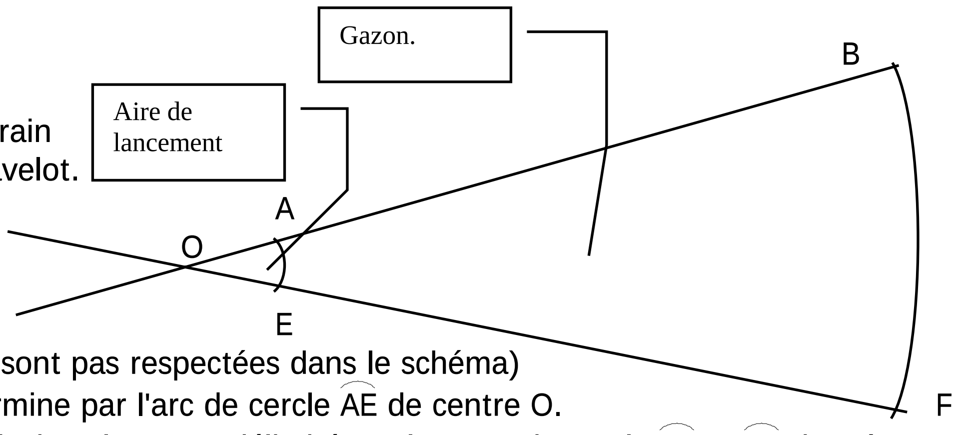
1) Calculer AM.

2) Placer le point N sur le segment [DC] tel que DN = $\frac{3}{4}$ DC.

Démontrer que les droites (AN) et (EC) sont parallèles.

Exercice 3 :

Voici le plan d'un terrain d'entraînement de javelot.



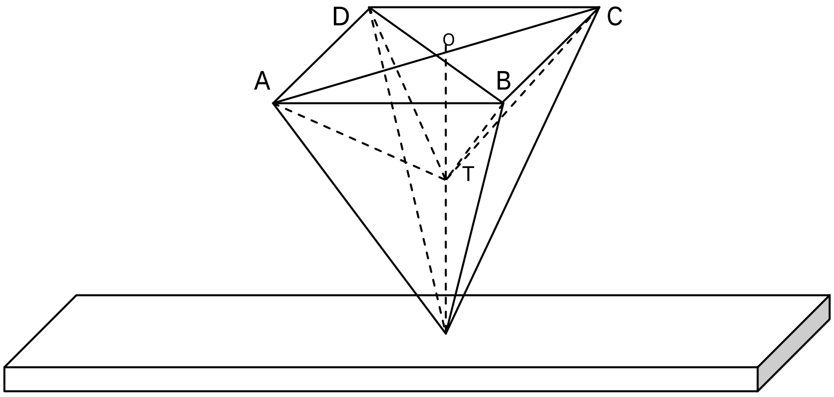
(Les dimensions ne sont pas respectées dans le schéma)
La piste d'élan se termine par l'arc de cercle $\overset{\frown}{AE}$ de centre O.
Le javelot doit atterrir dans le gazon délimité par les arcs de cercle $\overset{\frown}{AE}$ et $\overset{\frown}{BF}$ de même centre O et par les segments [AB] et [EF].
On donne OA = 8 m, OB = 90 m et $\widehat{AOE}$ = 30°.

1) On remarque que l'aire de la portion de disque OAE est une fraction de l'aire du disque de centre O et de rayon OA.
   a) Déterminer cette fraction et déduire que l'aire de la portion OAE est égale à $\frac{16}{3}\pi$ m².
   b) Montrer que l'aire de la zone en gazon est égale à $\frac{2009}{3}\pi$ m².

2) I est le milieu du segment [AE].
   a) Donner sans explication la valeur de $\widehat{AOI}$.
   b) Calculer AI à 1 cm près. En déduire AE.

PARIS 2000

PROBLEME 12 points



Cette figure représente une fontaine en pierre ; il s'agit d'une pyramide régulière SABCD dans laquelle on a creusé une pyramide régulière TABCD correspondant au bassin qui reçoit l'eau. SABCD a pour base le carré ABCD de centre O, de côté AB = 6, et pour hauteur SO = 9.
Les longueurs sont données en dm.)

Partie A : Dans cette partie, OT = 6.

1)
   a) Calculer le volume du bassin TABCD.
   b) Donner sa capacité en litres.
2) Démontrer que le volume de pierre de la fontaine est 36 dm^2.

Partie B : On s'intéresse ici au cas où les faces latérales de TABCD sont des triangles équilatéraux.

1) Donner la valeur de AT.
2) Dans le triangle ABC, calculer AC. On donnera la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, avec a et b entiers et b le plus petit possible.
3) En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, démontrer que le triangle ACT est rectangle.

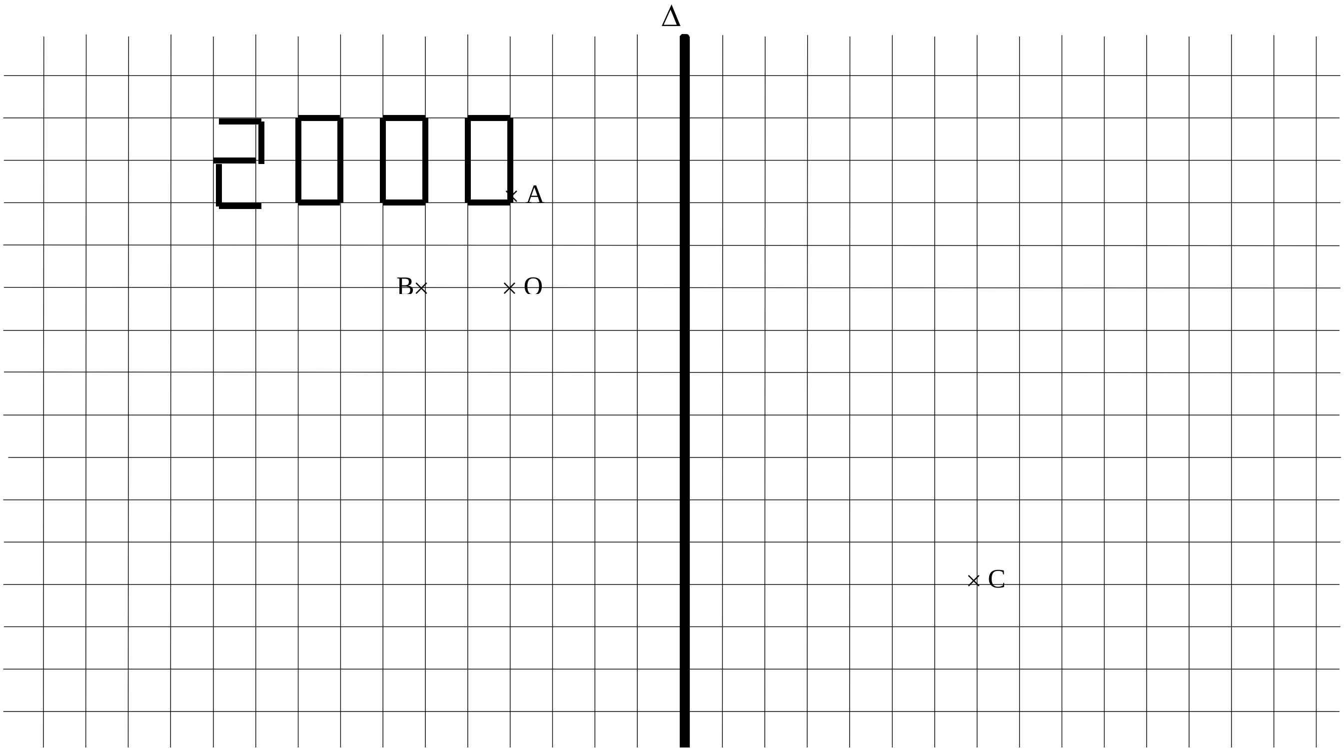
Partie C : Dans cette partie, OT = x.

1) Quelles sont les valeurs de x possibles?
2) Exprimer le volume de pierre de la fontaine en fonction de x.
3) Représenter la fonction $f : x \longmapsto 108 - 12x$ sur la feuille annexe.
4) Retrouver, A l'aide de tracés en pointillés sur le graphique, le résultat de la partie A 2).
5) a) Par lecture graphique, donner une valeur approchée de x pour que le volume de pierre de la fontaine soit 80 dm3 .
   b)Trouver la valeur exacte de x en résolvant l'équation 108 - 12x = 80.

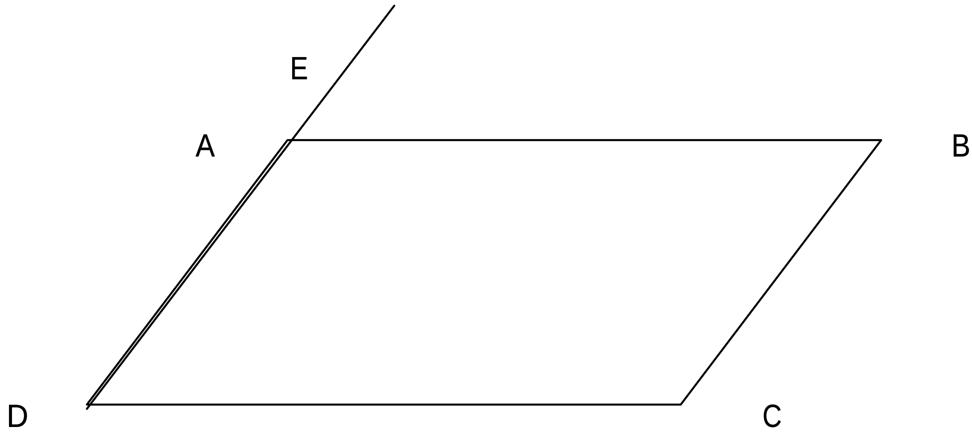
PARIS 2000

ANNEXE

AG
Ex 1



Ex 2



PB (feuille millimétrée)