$\nabla$

# $3^{\text{ème}}$ – DNB – 2001 – GRENOBLE

## PARTIE NUMERIQUE CORRIGE

### Exercice 1

1 - On donne : $A = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{3}{14}\right)$ ; $B = \frac{4 - (2-5)^2}{4+5}$

Calculer les nombres **A** et **B**.
Ecrire les étapes et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$$A = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{3}{14}\right) = \frac{-4 \times 7 + 3 \times 2}{7} \times \frac{14}{3} = (-28 + 6) \times \frac{2}{3}$$

$$A = -22 \times \frac{2}{3} = -\frac{44}{3}$$

$$B = \frac{4 - (2-5)^2}{4+5} = \frac{4-9}{9} = -\frac{5}{9}$$

2 - On donne : $C = 5\sqrt{20} + \sqrt{45}$ ; $D = 5\sqrt{20} \times \sqrt{45} \times \sqrt{5}$.

Calculer les nombres **C** et **D** en donnant les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$
où **a** et **b** sont des entiers et **b** est le plus petit possible.

$$C = 5\sqrt{20} + \sqrt{45} = 10\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 13\sqrt{5}$$

$$D = 5\sqrt{20} \times \sqrt{45} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 30 \times 5 \times \sqrt{5} = 150\sqrt{5}$$

3 - Calculer $E^2$ sachant que $E = 4 - \sqrt{5}$.

$$E^2 = (4 - \sqrt{5})^2 = 16 - 8\sqrt{5} + 5 \qquad E^2 = 21 - 8\sqrt{5}$$

## Exercice 2

On donne $F = (4x-3)^2 - (x+3)(3-9x)$

1 - Développer et réduire $(4x-3)^2$

$(4x-3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$

2 - Montrer que $F = (5x)^2$

$(x+3)(3-9x) = -9x^2 - 24x + 9$

donc $F = (16x^2 - 24x + 9) - (-9x^2 - 24x + 9) = 25x^2 = (5x)^2$

3 - Trouver les valeurs de $x$ pour lesquelles $F = 125$

$125 = 25 \times 5 = (5\sqrt{5})^2$

donc $F = 125$ si et seulement si $5x = 5\sqrt{5}$ ou $5x = -5\sqrt{5}$

Les valeurs de $x$ pour lesquelles $F = 125$ sont donc $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

## Exercice 3

En météorologie, on appelle insolation le nombre d'heures de soleil.

Voici des relevés de la station de météo de Voglans en Savoie donnant des informations sur l'insolation du mois de Juillet de ces dernières années.

| Années | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Insolations ( en **h** ) | 324 | 325 | 257 | 234 | 285 | 261 | 213 | 226 | 308 | 259 | 206 |

1 - Calculer la moyenne d'insolation sur cette période
( On donnera le résultat arrondi à l'heure prés ).

La moyenne d'insolation sur cette période est de **263 h**.

2 - Peut-on dire que la valeur **259** est la médiane de cette série ? Justifier.

En classant ces valeurs par ordre croissant, on obtient :

**206 - 213 - 226 - 234 - 257 - 259 - 261 - 285 - 308 - 324 – 325**

La médiane est ici la $6^{\text{ème}}$ valeur, c'est donc bien **259**.

## PARTIE GEOMETRIQUE          CORRIGE

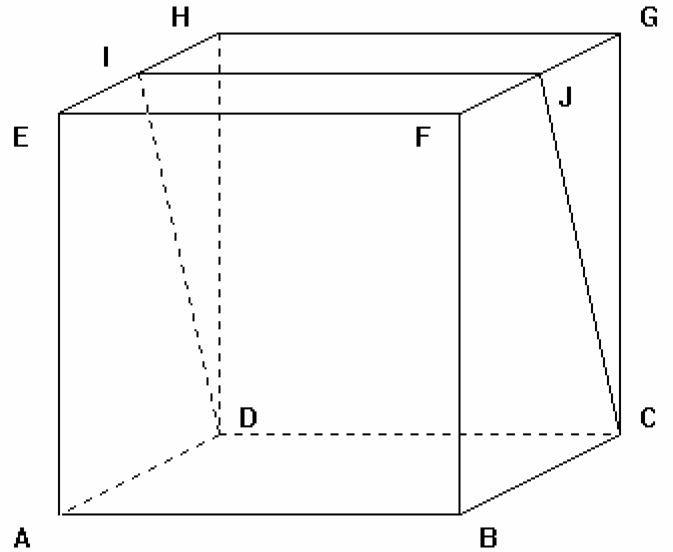
### Exercice 1

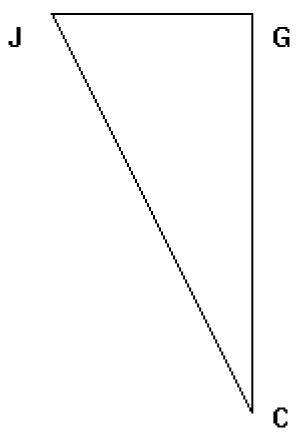
On considère la figure ci-dessous.

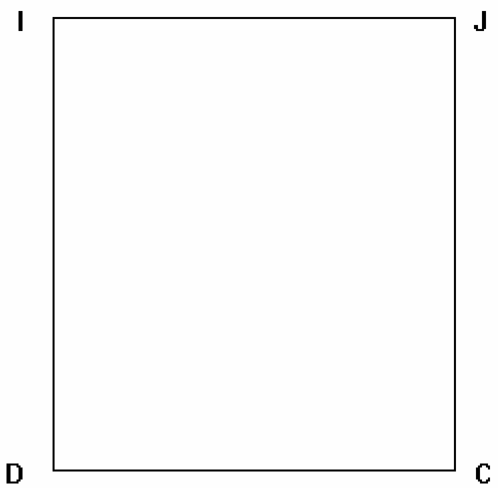
**ABCDEFGH** est un cube de **5 cm** de côté.
**I** est le milieu du segment **[ EH ]**. **J** est le milieu du segment **[ FG ]**.

Tracer en vraie grandeur :

**1.** le triangle **GJC**.          **2.** le quadrilatère **CDIJ**.



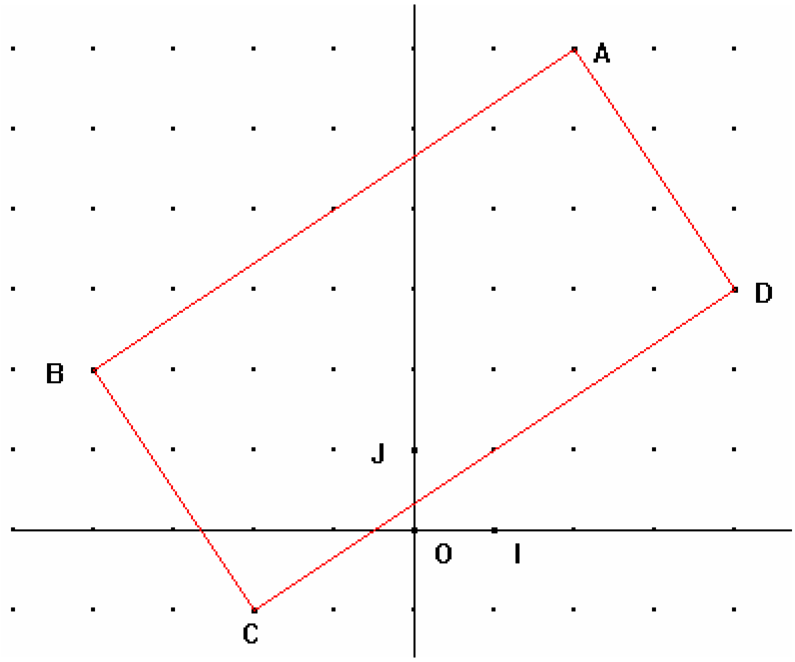



## Exercice 2

Dans le repère orthonormal **( O, I, J )** ci-dessous, on considère les points suivants :

**A ( 2 ; 6 ) ; B ( – 4 ; 2 ) ; C ( – 2 ; – 1 ) ; D ( 4 ; 3 )**




1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
   **ABCD** est-il un parallélogramme ? Justifier.

   $\overrightarrow{AB}$ **( – 6 ; – 4 )** $\overrightarrow{DC}$ **( – 6 ; – 4 )**

   Comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors **ABCD** est un parallélogramme.

2. Calculer les distances **AC** et **BD**, en valeurs exactes
   Montrer que **ABCD** est un rectangle.

   $AC = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$

   $BD = \sqrt{(4-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

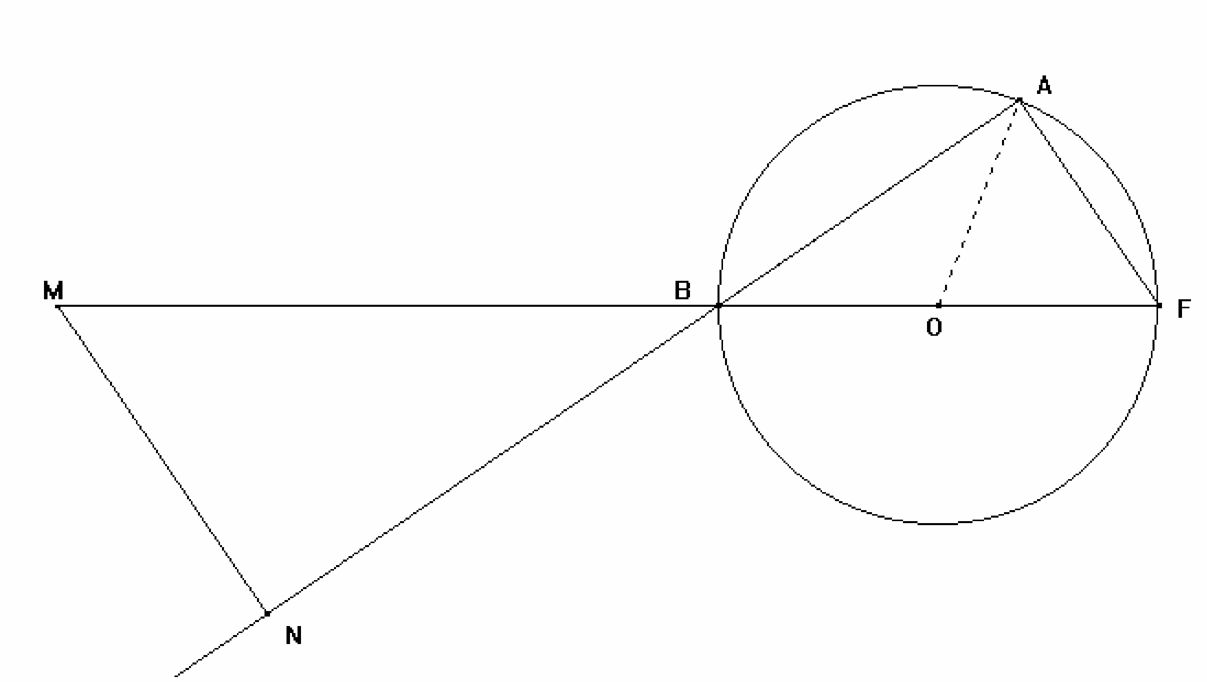
   On a donc **AC = BD**.

   Le parallélogramme **ABCD** ayant ses diagonales **[ AC ]** et **[ BD ]** de même longueur est un rectangle.

## Exercice 3

Dans cet exercice, toutes les longueurs données sont en centimètres.

1. Placer trois points **M**, **B**, **F** alignés dans cet ordre tels que **MB = 9** et **BF = 6**.
Construire le cercle **C** de diamètre **[ BF ]**. On note **O** son centre.
Sur ce cercle **C**, placer un point **A** tel que **BA = 5**.
Tracer la parallèle à **( AF )** passant par **M** ; elle coupe la droite **( AB )** en **N**.




2. Calculer **BN**.

D'après la propriété de Thalès on a :

$\frac{BN}{BA} = \frac{BM}{BF}$ $\qquad \frac{BN}{5} = \frac{9}{6}$ $\qquad BN = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$

3. a) Quelle est la nature du triangle **ABF** ? Justifier la réponse.

Le triangle **ABF** est rectangle car il est inscrit dans le demi-cercle de diamètre **[ BF ]**.

b) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BFA}$ ( on donnera la valeur arrondie au degré près ).

$\sin \widehat{BFA} = \frac{AB}{BF} = \frac{5}{6}$

La mesure de l'angle $\widehat{BFA}$ est de $56°$ à un degré prés par défaut.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$

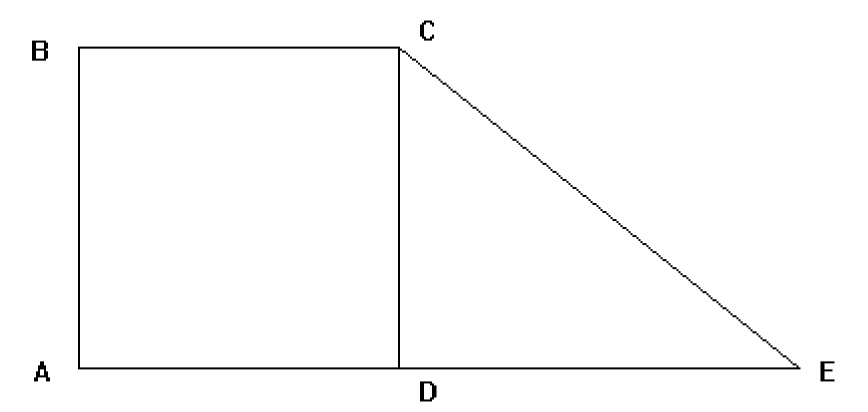
La mesure de l'angle $\widehat{BOA}$ est le double de celle de l'angle $\widehat{BFA}$ soit $112°$

car $\widehat{BOA}$ est un angle au centre interceptant le même arc $\overset{\frown}{AB}$ que l'angle inscrit $\widehat{BFA}$.

## PROBLEME

Frédéric et Gilles ont acheté deux parcelles de terrain voisines, dessinées ci-dessous.
Sur cette figure, **ABCD** est un carré et **CDE** est un triangle rectangle.
Dans ce problème, il est inutile de refaire la figure.

*L'unité de longueur est le mètre et l'unité d'aire est le mètre carré.*




## Partie A

1. Frédéric a payé **320 000 F** la parcelle **ABCD** à raison de **200 F** le mètre carré.

   a) Calculer l'aire de la parcelle de Frédéric.

   Aire de la parcelle : **320 000/200** = **1 600 m** $^2$

   b) En déduire la longueur du côté **[ AB ]** de son terrain.

   Aire du carré **=** côté × côté      donc **AB = 1 600 = 40 m**

2. Gilles a acheté la parcelle **CDE** à **250 F** le mètre carré, car cette parcelle est mieux exposée.

   a) Calculer l'aire de la parcelle de Gilles, sachant que **DE = 50**.

   Aire du triangle **CDE** $= \frac{1}{2}(DE \times CD) = \frac{1}{2} \times 50 \times 40 = 1\,000\ m^2$

   b) En déduire le prix payé par Gilles pour l'achat de son terrain.

   Prix payé par Gilles :      **250 × 1 000 = 250 000 F**

## Partie B

Gilles achète à Frédéric un morceau de terrain **CDM** où **M** est un point du segment **[ DA ]**.

Pour la suite, on prend **AB = 40**, **DE = 50** et on pose **DM = x** avec **0 < x < 40**.

1. a) Exprimer l'aire $A_{CDM}$ du triangle **CDM** en fonction de **x**.

$$A_{CDM} = \frac{1}{2}( CD \times DM ) = \frac{1}{2} \times 40 \times x = 20\,x$$

b) En déduire l'aire $F_{ABCM}$ du quadrilatère **ABCM** et l'aire $G_{CME}$ du triangle **CME** en fonction de **x**.

$E_{ABCM}$ = aire du carré **ABCD** – aire du triangle **CDM = 1 600 – 20 x**

$G_{CHE}$ = aire du triangle **CDE +** aire du triangle **CDM = 20 x + 1 000**

c) Calculer la valeur de **x** pour laquelle les aires **F** et **G** sont égales.

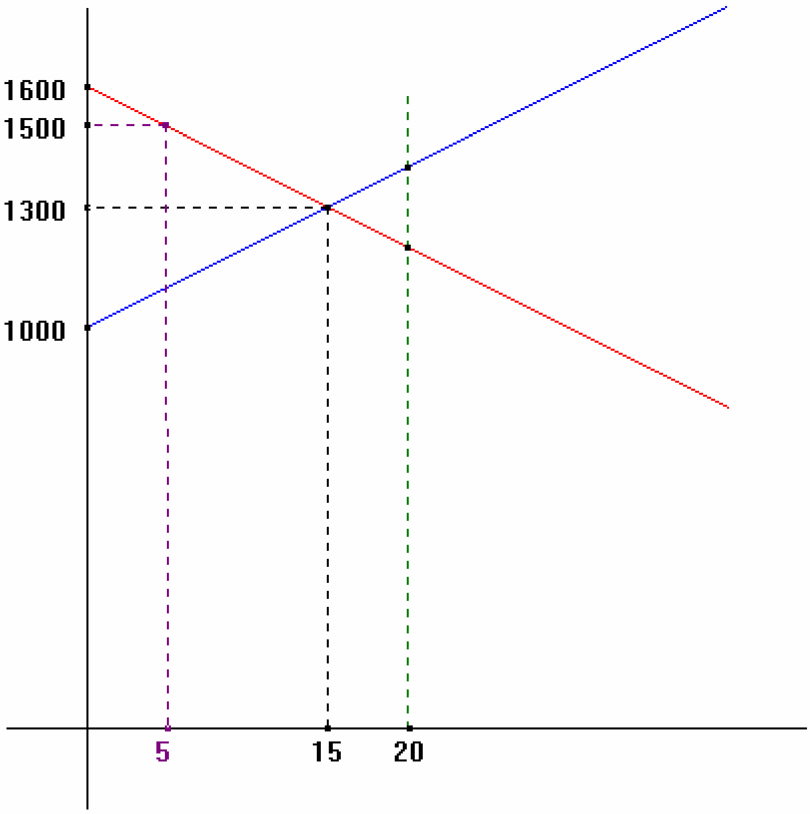
$E_{ABCM} = G_{CME}$

$1\,600 - 20\,x = 20\,x + 1\,000$ $\quad$ $40\,x = 600$

$x = \dfrac{600}{40}$ $\quad$ $x = 15$

2. On considère les fonctions **f** et **g** définies par $f : x \rightarrow -20\,x + 1\,600$ et $g : x \rightarrow 20\,x + 1\,000$ , où **x** est un nombre positif inférieur à **40**.

Représenter graphiquement, dans un même repère orthogonal, les deux fonctions **f** et **g** ( on prendra, sur la feuille de papier millimétré, l'origine du repère à gauche et à environ **5 cm** du bas ; on choisira **1 cm** pour **2 unités** en abscisses et **1 cm** pour **100 unités** en ordonnées ).




3. Comment peut-on retrouver le résultat de la question **1. c )** en utilisant les représentations graphiques de la question **2** ?

   La solution ( **x = 15** ) de la question 1 - c est l'abscisse du point d'intersection des droites représentant les deux fonctions **f** et **g**

4. En utilisant uniquement le graphique, répondre aux questions suivantes et faire apparaître les tracés ayant permis de répondre.

   a) Quelles sont les aires des terrains de Frédéric et de Gilles si le point **M** est le milieu du segment **[ DA ]** ?

   Si **M** est le milieu de **[ DA ]** alors **x = 20**.
   Graphiquement, on peut lire :

   Aire du terrain de Frédéric **= 1 600 m** $^2$
   Aire du terrain de Gilles **= 1 200 m** $^2$

   b) Quelle est la valeur de **x** lorsque l'aire $\mathbf{F}_{\mathbf{ABCM}}$ du terrain de Frédéric est **1 500** ?
   Quelle est alors l'aire $\mathbf{G}_{\mathbf{CME}}$ du terrain de Gilles ?

   Si aire du terrain de Frédéric **= 1 500 m** $^2$

   on lit graphiquement : **x = 5**

   et Aire du terrain de Gilles **= 1 100 m** $^2$