Corrigé

Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

$$\mathbf{A} = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$$
$$= \frac{12}{5} - \frac{7}{15}$$
$$= \frac{36}{15} - \frac{7}{15}$$
$$= \frac{29}{15}$$

$$\mathbf{B} = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$$
$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right) \times 9$$
$$= -\frac{7}{3} \times 9$$
$$= -21$$

Exercice 2 :

$$\mathbf{C} = \sqrt{18} \times \sqrt{6}$$
$$= \sqrt{9 \times 2} \times \sqrt{2 \times 3}$$
$$= 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{3}$$

$$\mathbf{D} = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300}$$
$$= 5\sqrt{4 \times 3} + 6\sqrt{3} - \sqrt{100 \times 3}$$
$$= 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{3}$$

Exercice 3 :

1. $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

$E = (2x - 3)(2x + 3) + (2x + 3)(x - 1)$
$E = (2x + 3)[(2x - 3) + (x - 1)]$
$E = (2x + 3)(3x - 4)$

2. $E = 4x^2 - 9 + 2x^2 - 2x + 3x - 3$
$E = 6x^2 + x - 12$

3. $(2x + 3)(3x - 4) = 0$
Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

$2x + 3 = 0$ ou $3x - 4 = 0$ c'est à dire $x = \frac{-3}{2}$ ou $x = \frac{4}{3}$

Exercice 4

x est le prix en francs d'un iris et y le prix en francs d'une rose jaune.

Mise en équations du problème :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ 5x + 6y = 14 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + 4y = 9 & \times(-3) \\ 5x + 6y = 14 & \times 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -9x - 12y = -27 \\ 10x + 12y = 28 \end{cases}$$

Additionnons les deux égalités membre à membre on obtient $x = 1$.

Comme $3x + 4y = 9$ on a : $3 \times 1 + 4y = 9$ $4y = 9 - 3 = 6$ $y = 1,5$

Conclusion : Donc le prix d'un iris est de 1 € et celui d'une rose jaune de 1,50 €.

Activités géométriques : 12 points

Exercice 1 :

1.Le triangle CAB est rectangle en A. Donc : $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$

$$= \frac{5}{7,5}$$

$$= \frac{2}{3}$$

On obtient $\boxed{\widehat{ABC} \approx 42°}$

2. Les droites (AC) et (AB) sont sécantes en A.
$M \in (AB)$ et $N \in (AC)$.
De plus , les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
Alors , d'après le théorème de Thalès on a $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$

et donc $MN = BC \times \dfrac{AM}{AB}$ $\quad MN = 7,5 \times \dfrac{2}{5}$ $\quad \boxed{MN = 3 \text{ cm}}$

Exercice 2 :

1. En posant **OA = R** et **SO = h**, on a :

$V_1 = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$ $\quad V_1 = \dfrac{\pi\, 25 \times 9}{3}$ $\quad V_1 = 75\pi$ $\quad \mathbf{V_1 = 236\ cm^3}$ (au **$\mathbf{cm^3}$** par excès)

2. Le petit cône est une réduction du grand à l'échelle $\dfrac{1}{3}$ et donc :

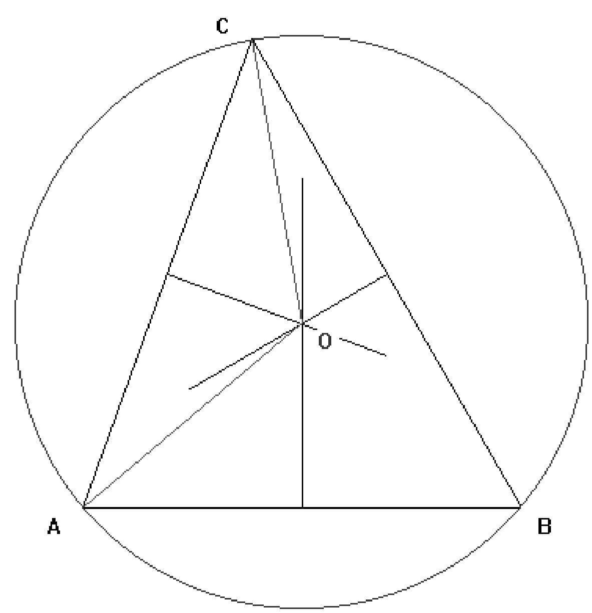
$V_2 = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3$ $\quad V_2 = \dfrac{V_1}{27}$ $\quad V_2 = \dfrac{236}{27}$ $\quad V_2 = 9 \text{ cm}^3$ (au cm^3 par excès)

Exercice 3 :

3. L'angle $\widehat{AOC}$ est un angle au centre, et $\widehat{ABC}$ est l'angle inscrit qui intercepte le même arc.

donc $\widehat{AOC} = 2 \times \widehat{ABC}$

et donc $\widehat{AOC} = 120°$.



Problème : 12 points

1. b. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

$AB^2 = 9^2 = 81$ $AC^2 = 12^2 = 144$
$BC^2 = 15^2 = 225$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2. b. D et E appartiennent au cercle de diamètre [AB] donc les triangles ABD et ABE sont des triangles rectangles respectivement en D et en E.

3. b. Les segments [BC] et [EF] ont le même milieu M.
Dans le quadrilatère BECF, les diagonales [BC] et [EF] ont le même milieu donc le quadrilatère BECF est un parallélogramme.

c. Si BECF est un parallélogramme, alors (BE) // (CF).

On sait que $(BE) \perp (AE)$ car ABE triangle rectangle et que (BE) // (CF)
donc $(CF) \perp (AE)$
et donc $(CF) \perp (AF)$ (A, F, E alignés).

4. a. Dans le triangle ABM, (AD) et (BE) sont des hauteurs.

Leur point d'intersection H est l'orthocentre du triangle ABM, donc la droite (HM) est la troisième hauteur du triangle ABM, d'où $(AB) \perp (HM)$.

De la même manière, dans le triangle AKC, les droites (AF) et (CD) sont des hauteurs, et M leur point d'intersection est l'orthocentre du triangle AKC, (KM) est la troisième hauteur de ce triangle, on a donc: $(KM) \perp (AC)$.

b. On a $(AB) \perp (AC)$ et $(KJ) \perp (AC)$ donc (AB) // (KJ)
On a $(MI) \perp (AB)$ et $(JA) \perp (AB)$ donc (JA) // (MI)
Donc le quadrilatère AIMJ est un parallélogramme.
De plus l'angle $\widehat{BAC}$ est droit, donc AIMJ est un rectangle.

Donc $(KJ) \perp (IM)$ d'où $\widehat{HMK}$ angle droit et donc HMK est un triangle rectangle en M.

Problème : figure