MathADoc — Diplôme National du Brevet : Afrique I — 2002

(Corrigé)

Activités numériques : 12 points

Exercice 1 :

1. $A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3} \times \dfrac{21}{15}$

$A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5 \times 21}{3 \times 15}$

$A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5 \times 3 \times 7}{3 \times 3 \times 5}$

$A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{3}$

$\boxed{A = -\dfrac{5}{3}}$

2. $B = \dfrac{3{,}2 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-2}}$

$B = \dfrac{3{,}2 \times 5}{4} \times \dfrac{10^{-3} \times 10^{6}}{10^{-2}}$

$B = 4 \times 10^{6-3-(-2)}$

$\boxed{B = 4 \times 10^{5}}$

3. $C = (2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2$

$C = 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 1 - 4\sqrt{3} + 12$

$C = 4 + 3 + 1 + 12$

$\boxed{C = 20}$ et $20 \in \mathbb{N}$.

Exercice 2 :

1. $D = (4x + 1)(x - 3) - (x - 3)^2$

$D = (4x + 1)(x - 3) - (x - 3) \times (x - 3)$

$D = (x - 3)\,[(4x + 1) - (x - 3)]$

$D = (x - 3)\,(4x + 1 - x + 3)$

$D = (x - 3)\,(3x + 4)$

2. $(x - 3)(3x + 4) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $x - 3 = 0$ ou $3x + 4 = 0$

$x = 3$ ou $x = -\dfrac{4}{3}$

Conclusion : les solutions de cette équation sont $-\dfrac{4}{3}$ et 3

Exercice 3 :

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + y \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + y \\ 2(1 + y) + 3y = 17 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + y \\ 2 + 2y + 3y = 17 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 + y \\ 5y = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 + y \\ y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ Le couple $(x\,;\,y)$ solution de ce système est (4;3).

2. Soit x le prix d'un classeur et y celui d'un cahier.

Un classeur coûte 1 € de plus qu'un cahier donc $x = 1 + y$

Le prix de deux classeurs et de trois cahiers est 17 € donc $2x + 3y = 1$.

On doit donc résoudre le système suivant : $\begin{cases} x = 1 + y \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$

D'après la question précédente, on obtient $x = 4$ et $y = 3$.

Conclusion : Un classeur coûte 4 € et un cahier 3€.

Activités géométriques : 12 points

<u>Exercice 1</u> :

1. Les droites (JH) et (IG) sont sécantes en A.
E $\in$ (JH) et F $\in$ (IG).
De plus, les droites (EF) et (GH) sont parallèles.
Alors, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{AF}{AG} = \dfrac{AE}{AH} = \dfrac{FE}{GH}$.

$\dfrac{AF}{AG} = \dfrac{AE}{AH}$

$\dfrac{4}{AG} = \dfrac{3}{7}$

$3 \times AG = 28$

$\boxed{AG = \dfrac{28}{3} \text{ cm}}$

$\dfrac{AE}{AH} = \dfrac{FE}{GH}$

$\dfrac{3}{7} = \dfrac{6}{GH}$

$3 \times GH = 42$

$GH = \dfrac{42}{3}$

$\boxed{GH = 14 \text{ cm}}$

Calculer les longueurs AG et HG en justifiant la démarche utilisée.
Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible.

2. Les droites (AE) et (AF) sont sécantes en A.   D
J $\in$ (AE) et I $\in$ (AF).
Les points J, A et E sont alignés dans le même ordre que les points I, A et F.

$\dfrac{AE}{AJ} = \dfrac{3}{4,5}$

$\dfrac{AE}{AJ} = \dfrac{2}{3}$

$\dfrac{AF}{AI} = \dfrac{4}{6}$

$\dfrac{AF}{AI} = \dfrac{2}{3}$

Donc $\dfrac{AE}{AJ} = \dfrac{AF}{AI}$.
Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IJ) et (EF) sont parallèles.

<u>Exercice 2</u> : (La figure se trouve sur la page suivante)

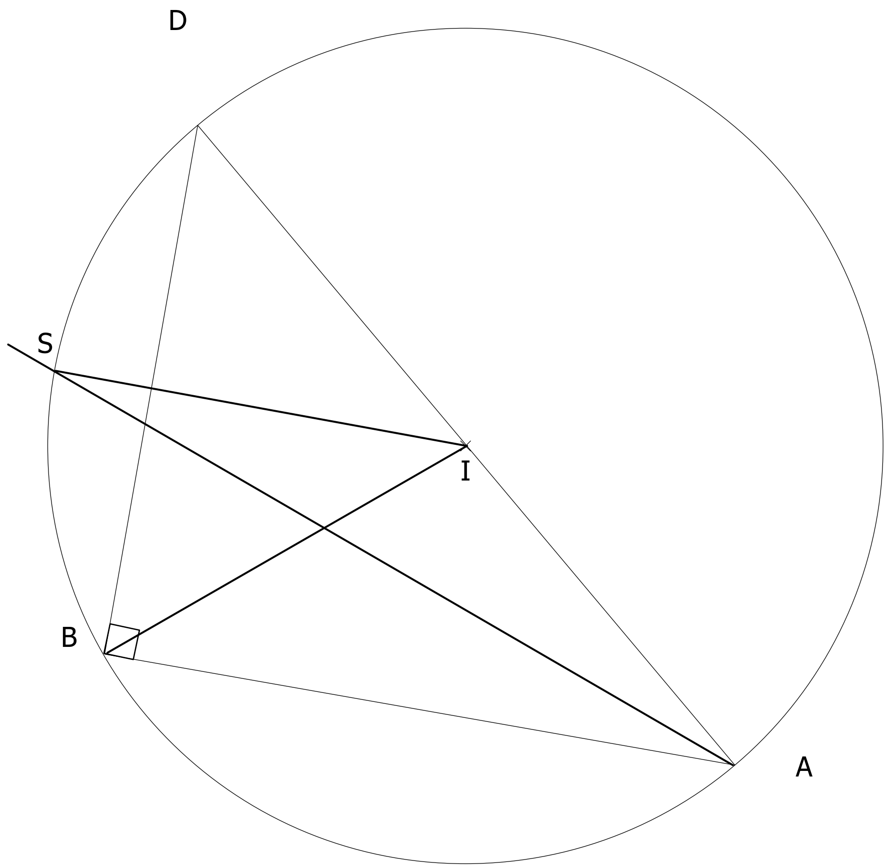
2. Dans le triangle ABD rectangle en B, on a :

$\tan \widehat{BAD} = \dfrac{BD}{BA}$ $\tan 40° = \dfrac{BD}{9}$ $BD = 9 \times \tan 40°$ $\boxed{BD \approx 7,6 \text{ cm}}$

3. Le cercle ($\mathscr{C}$) circonscrit au triangle ABD a pour centre I le milieu de [AD], l'hypoténuse du triangle..

5. [AS) est la bissectrice de $\widehat{BAD}$, qui mesure 40°, donc $\widehat{SAB} = 20°$.
L'angle $\widehat{SAB}$ est un angle inscrit dans le cercle ($\mathscr{C}$) et l'angle $\widehat{SIB}$ est son angle au centre associé.
On a donc $\widehat{SIB} = 2 \times \widehat{SAB}$ d'où $\boxed{\widehat{SIB} = 40°}$.

Figure de l'exercice 2 des activités géométriques.



Problème : 12 points

Partie I

1. La pyramide étant régulière, le triangle SOA est donc rectangle en A.
Alors dans ce triangle, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OA^2 + OS^2 = AS^2$

$12^2 + OS^2 = 20^2$

$OS^2 = 400 - 144$

$OS^2 = 256$

$OS = \sqrt{256}$

$\boxed{OS = 16 \text{ cm}}$

2. a. Coefficient de réduction $= \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{2}{16} = \dfrac{1}{8}$

b. On a donc $\dfrac{SI}{SA} = \dfrac{1}{8}$ $\quad \dfrac{SI}{20} = \dfrac{1}{8}$ $\quad SI = \dfrac{20}{8}$ $\quad \boxed{SI = 2{,}5 \text{ cm}}$

Les points S, I et A sont alignés dans cet ordre : IA = SA – SI $\quad \boxed{IA = 17{,}5 \text{ cm}}$

Partie II

1. Le nombre de boîtes achetées par la grande surface est noté x .

a. $S_A = 2\,x$.

b. $S_B = 1{,}5\,x + 300$

2. voir feuille annexe.

3. a. Pour l'achat de 500 boîtes, c'est la droite (d) qui est en dessous de (d') donc c'est le tarif A le plus avantageux.

b. Pour l'achat de 700 boîtes, c'est la droite (d') qui est en dessous de (d) donc c'est le tarif B le plus avantageux.

4. On doit résoudre l'inéquation suivante : $2x > 1{,}5x + 300$

$$2x - 1{,}5x > 300$$
$$0{,}5\,x > 300$$
$$x > 300 \div 0{,}5$$
$$x > 600$$

C'est donc à partir de 601 boîtes achetées que le tarif B devient plus avantageux que le tarif A.

Problème : Partie II 2.